Y. Pérelman

Expériences et problèmes récréatifs

SCIENCE POUR TOUS
ÉDITIONS DE MOSCOU

Expériences et problèmes récréatifs

PAR

Y. PÉRELMAN

ÉDITIONS MIR · MOSCOU

Traduit du russe
par V. Glasov

На французском языке

© Traduction française Editions Mir 1974

QUELQUES MOTS SUR L'AUTEUR

C'est en 1913, sur les étalages des librairies, qu'est apparu le livre de l'excellent pédagogue Yakov Pérelman « La physique récréative ». Ce livre a connu un grand succès auprès des lecteurs, des jeunes surtout, qui y trouvèrent les réponses à beaucoup des problèmes qui les intéressaient. « La physique récréative » avait le don d'intéresser le lecteur, mais aussi de l'instruire.

Dans la préface à la 11-ème édition, Y. Pérelman écrivait : « Le but principal de « La physique récréative » est d'éveiller l'imagination scientifique, d'apprendre au lecteur à penser dans l'esprit de la physique et d'associer dans sa mémoire des connaissances physiques avec les phénomènes les plus variés et les plus habituels de la vie. »

« La physique récréative » s'est révélée un livre très populaire.

Yakov Pérelman est né en 1882 à Biélostock. En 1909, il a terminé l'Ecole des forêts de Saint-Pétersbourg et obtenu le diplôme de sylviculteur.

Après « La physique récréative » Y. Pérelman a écrit d'autres ouvrages dans lesquels il s'est montré un excellent vulgarisateur de la science. Citons parmi ses livres les plus connus : « L'arithmétique récréative », « La mécanique récréative », « La géométrie récréative », « L'astronomie récréative », « Les mathématiques vivantes », « La physique dans la vie de tous les jours », « Gadgets et récréations », etc. Aujourd'hui ces livres sont appréciés du plus large public.

Il a également écrit plusieurs livres consacrés aux voyages interplanétaires (« Les voyages inter-

planétaires », « En fusée vers les étoiles », « Les mondes lointains », etc.).

Le grand savant russe Tsiolkovsky rendait hommage au talent et à l'œuvre de Pérelman. En préfaçant « Les voyages interplanétaires », il écrivait entre autres : « L'auteur est depuis longtemps connu par ses livres populaires, pleins d'esprit et d'un bon niveau scientifique en physique, astronomie et mathématiques et qui de plus sont merveilleusement écrits et facilement assimilables par les lecteurs. »

Y. Pérelman est également l'auteur d'un certain nombre de manuels et de différents articles dans les revues « Le savoir est une force », « La technique pour la jeunesse » et autres.

Il n'avait pas que des activités pédagogiques, scientifiques et littéraires. Son travail de rédacteur dans les revues « La nature et les hommes », « Dans l'atelier de la nature » lui prenait également beaucoup de temps.

Y. Pérelman est mort à Léningrad le 16 mars 1942.

De nombreuses générations de lecteurs soviétiques lisaient avec intérêt les livres passionnants de Pérelman et nous espérons qu'il en sera de même pour celles à venir.

AVEC DES CISEAUX ET DU PAPIER

D'un seul coup en trois parties.— Faire tenir droit une bande de papier.— Les anneaux enchantés. — Les résultats inattendus d'une coupe.— Une chaîne en papier.— Comment passer à travers une feuille de papier.

Vous croyez, évidemment, comme je le croyais moi-même il y a bien longtemps, qu'il existe au monde des objets inutiles. Vous vous trompez : il n'y a pas de bric-à-brac qui ne puisse être d'une utilité quelconque. S'il est inutile à une chose, il est utile à une autre. Ce qui est impropre à l'usage, peut servir pour s'amuser.

Dans le coin d'une pièce que l'on réparait, j'aperçus quelques vieilles cartes postales et un monceau de bandelettes de papier peint qui proviennent ordinairement de la coupe des bords des rouleaux de papier peint avant leur collage. Des déchets bons pour le feu, pensai-je. Or, il se trouva que même avec de tels objets absolument inutiles, on peut fabriquer toutes sortes de choses amusantes. Mon frère aîné me montra plusieurs casse-tête curieux que l'on peut résoudre avec.

Il commença par les bandelettes de papier. En me tendant un bout d'environ 30 cm de long, il me dit :

— Prends les ciseaux et coupe cette bandelette en trois parties.

J'allais m'exécuter, mais mon frère m'arrêta.

— Attends, je n'ai pas fini. Fais-le, mais d'un seul coup de ciseaux.

Fig. 1

C'était déjà plus difficile. Perplexe, je tournai et retournai ma bandelette. J'étais de plus en plus convaincu que mon frère m'avait posé un problème très compliqué, voire impossible.

— Tu veux rire, dis-je. C'est impossible.

— Donne-toi la peine de réfléchir, peut-être trouveras-tu.

— C'est déjà fait : problème est insoluble.

— Tu as mal deviné. Donne-moi la bandelette.

Mon frère prit la bandelette et les ciseaux, plia la bandelette en deux et la coupa au milieu. Il obtint ainsi trois morceaux.

— Tu vois?

— Oui, mais tu as plié la bandelette.

— Pourquoi ne l'as-tu pas pliée toi-même?

— Il n'avait pas été dit que l'on pouvait la plier.

— Il n'a pas été dit non plus que l'on ne pouvait pas le faire. Sois franc et avoue que tu ne l'as pas deviné.

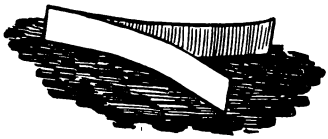


Fig. 2

— Pose-moi un autre problème. Et cette fois tu ne m'auras plus.

— Voici une autre bandelette. Fais-la tenir droit sur la table.

— Doit-elle rester droit ou tomber ensuite? demandai-je, flairant un piège.

— Naturellement, elle doit rester droit, si elle tombe, elle sera à plat et non debout.

« Pour qu'elle se tienne... sur l'arête », me disais-je, et tout à coup je compris que l'on pouvait plier la bandelette. Je le fis, donc, et la posai sur la table.

— Voilà. C'est fait. Il n'a pas été dit que l'on ne pouvait pas la plier, dis-je triomphalement.

— Tu as bien fait.

— Tu peux me donner encore un autre problème.

— D'accord. Tu vois, j'ai collé plusieurs bandelettes par leurs extrémités et j'ai obtenu des anneaux. Prends un crayon bleu-rouge et trace sur le côté extérieur de cet anneau un trait bleu, et à l'intérieur, un trait rouge.

— Et ensuite?

— C'est tout.

C'était vraiment trop simple. Cependant je n'y arrivais pas. Quand j'eus joint les deux points de mon cercle bleu et que je voulus faire le trait rouge, je constatai que j'avais par distraction tracé une ligne bleue sur les deux côtés de l'anneau.

— Donne-moi un autre anneau, dis-je, confus. J'ai abîmé le premier sans faire attention.

Mais j'eus la même déconvenue avec le second anneau. Sans le remarquer j'avais marqué d'un même trait les deux côtés de l'anneau.

— C'est une hallucination. Je l'ai encore abîmé. Donne-m'en un troisième.

— Prends tant que tu en veux.

Eh bien, cette fois encore le trait bleu marquait les deux côtés. Pas de côté libre pour le trait rouge.

J'étais déconfit.

— Et pourtant c'est très simple, me dit mon frère en riant. Regarde. Moi, j'y arrive tout de suite.

Et, prenant un anneau, il traça rapidement un trait bleu sur le côté extérieur, et un trait rouge à l'intérieur.

Ayant pris un autre anneau, je me mis à la besogne en tâchant de ne pas colorier par erreur l'autre côté. Ce fut encore un échec. Prêt à pleurer, je regardai mon frère avec confusion. C'est alors que je devinai à son sourire narquois qu'il y avait quelque chose de louche dans cette affaire.

— Eh bien, c'est un tour de passe-passe? demandai-je.

— Les anneaux sont enchantés, me répondit-il. Ils sont étranges.

— Comment étranges? Mais ce sont des anneaux tout ce qu'il y a de plus ordinaire. C'est toi qui as manigancé quelque chose.

— Essaye de faire d'autres choses avec ces anneaux. Par exemple, peux-tu couper cet anneau dans le sens de la longueur et en obtenir deux plus étroits?

— Rien de plus facile, dis-je.

M'étant exécuté, je m apprêtais à montrer

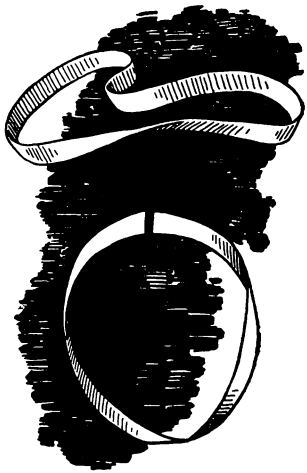


Fig. 3

à mon frère les deux anneaux obtenus, quand je vis avec stupéfaction que je ne tenais dans la main qu'un seul, plus long.

— Eh bien, où sont tes deux anneaux? fit mon frère, moqueur.

— Donne-moi un autre anneau, je vais essayer encore une fois.

— Découpe celui que tu as obtenu.

Ce que je fis. Cette fois j'obtins indiscutablement deux anneaux, mais quand je voulus les séparer, il se trouva que c'était impossible: tant ils étaient enchevêtrés. Mon frère avait raison: l'anneau était bel et bien enchanté.

— Le secret est très simple, m'expliqua mon frère. Tu peux fabriquer toi-même de tels anneaux. Il suffit pour cela avant de les coller de tourner une des extrémités comme ceci (fig. 3).

— Et c'est cela qui déclenche tout le reste?

— Figure-toi que oui. Evidemment j'ai travaillé avant, moi, avec un anneau ordinaire.

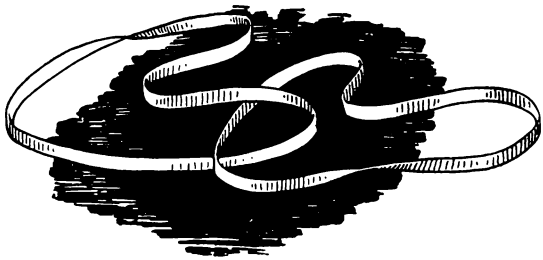


Fig. 4

C'est encore plus intéressant si tu tournes l'extrémité de la bande deux fois au lieu d'une.

Sous mes yeux mon frère fabriqua un tel anneau et me le tendit.

— Coupe-le en long, me dit-il, qu'obtiens-tu?

J'obtins deux anneaux, mais passés l'un dans l'autre. Chose drôle, il était impossible de les séparer.

J'en fis encore trois pareils et j'obtins trois paires d'anneaux inséparables.

— Et que ferais-tu, me demanda mon frère, s'il te fallait réunir les quatre paires en une seule chaîne non fermée?

— C'est très simple: il suffit de couper un anneau de chaque paire, de les réunir à la paire suivante et de les coller à nouveau.

— Donc, tu couperais trois anneaux? précisa mon frère.

— Evidemment trois, répondis-je.

— Et moins de trois, c'est possible?

— Nous avons quatre paires d'anneaux. Comment veux-tu les réunir en ne sectionnant que deux anneaux? C'est impossible, dis-je avec conviction.

Sans me répondre, mon frère prit les ciseaux, coupa les deux anneaux d'une paire, réunit avec

eux les trois autres paires et la chaîne de huit anneaux fut prête. C'était élémentaire, pas malin du tout. Je m'étonnais seulement qu'une idée aussi simple ne me soit pas venue à l'esprit.

— Allons, nous nous sommes assez amusés avec les bandelettes de papier. Tu as de vieilles cartes postales, à ce qu'il paraît? Tâchons d'en faire quelque chose. Découpe, par exemple, dans une de ces cartes le plus grand trou que tu pourras.

Ayant troué la carte avec les ciseaux, j'y découpais soigneusement un rectangle en ne laissant qu'un mince pourtour de papier.

— Un trou formidable! Impossible de faire plus grand, dis-je avec satisfaction en montrant mon ouvrage à mon frère.

Celui-ci était cependant d'un autre avis.

— Voyons, ce trou est petit, la main passe à peine.

— Tu voudrais que toute la tête y passe? rétorquai-je avec ironie.

— La tête et le corps. Et tu dois pouvoir y passer tout entier. C'est un tel trou qu'il nous faut.

— Ha! ha! Découper un trou plus grand que le papier, c'est ça que tu veux?

— Exactement. Plus grand que la carte et de plusieurs fois.

— Tu as beau être malin. Ce qui est impossible, est impossible...

— Ce qui est possible, est possible, rétorqua mon frère et il se mit à l'œuvre.

Il plaisantait, j'en étais sûr, mais je n'en suivais pas moins attentivement tous ses gestes. Il plia la carte postale en deux, puis il traça au crayon deux lignes près des grands côtés et fit deux entailles près des petits.

Fig. 5

Ensuite il découpa le côté plié du point *A* au point *B* et fit des entailles très proches les unes des autres.

— C'est prêt, dit-il alors.

— Mais je ne vois aucun trou.

— Regarde!

Et mon frère déploya le papier. C'était une longue chaîne que mon frère passa tranquillement par-dessus ma tête. Elle tomba à mes pieds, m'entourant de ses zigzags.

— Alors, qu'en dis-tu? Peut-on passer à travers un tel trou?

— On y serait à l'aise à deux, m'exclamai-je avec admiration.

Sur ce, mon frère termina ses expériences et casse-tête et me promit de me montrer la prochaine fois toute une série de tours avec des pièces de monnaie.

QUELQUES TRUCS AVEC DES PIÈCES DE MONNAIE

Une pièce de monnaie visible et invisible.— Un verre sans fond.— Où est passée la pièce de monnaie? — Comment disposer les pièces.— Dans quel-

le main est la pièce de 10 centimes.— Jeu où l'on transpose des pièces de monnaie.— Une ancienne légende indienne.— Solutions des problèmes.

— Hier tu as promis de me montrer des tours de passe-passe avec les pièces de monnaie, rappelai-je à mon frère pendant le petit déjeuner.

— Des tours de passe-passe dès le matin? Bon. Alors vide ton bol, dit-il. Il y mit alors une pièce d'argent dans le fond.

— Regarde dans le bol sans bouger de place et sans t'avancer. Tu vois la pièce?

— Oui.

Mon frère repoussa un peu le bol:

— Et maintenant?

— Je n'en vois qu'un bout.

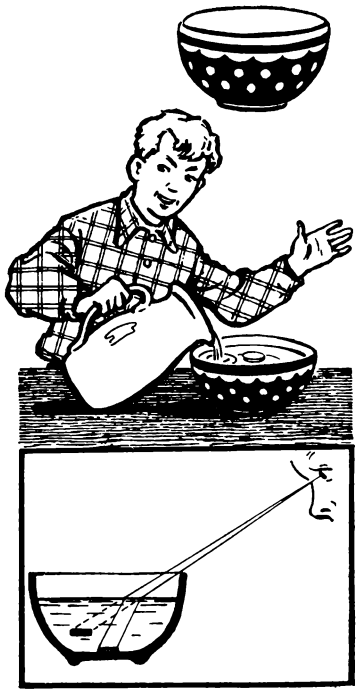
Il repoussa le bol un peu plus loin, ce qui fit que les bords du bol me cachèrent complètement la pièce de monnaie.

— Ne bouge pas. Je verse de l'eau dans le bol. Qu'est devenue la pièce de monnaie?

— Je la vois de nouveau entièrement, on dirait qu'elle s'est soulevée avec le fond. Pourquoi cela?

Prenant une feuille de papier, mon frère dessina le bol avec la pièce. Alors je compris. Tant que la pièce se trouvait au fond du bol vide, aucun rayon de lumière qui en venait ne pouvait atteindre mon œil, car la lumière se propageant en ligne droite, les parois opaques du bol s'interposaient entre la pièce et mon œil. Quand on versa de l'eau dans le bol, la situation changea. Passant de l'eau dans l'air, les rayons lumineux se réfractent et au-dessus du bord du bol ils arrivent jusqu'à l'œil. Mais nous sommes habitués à ne voir les objets que lorsqu'ils sont aux points de départ de rayons droits et nous plaçons

Fig. 6



donc inconsciemment la pièce de monnaie non pas à l'endroit où elle se trouve, mais au-dessus, au prolongement du rayon réfracté. Aussi, nous semble-t-il que le fond du bol s'est soulevé avec la pièce de monnaie.

— Je te conseille de retenir cette expérience, ajouta mon frère. Elle te rendra service quand tu te baignera. Si tu le fais dans un endroit peu profond où l'on voit le fond, n'oublie jamais que tu le vois plus haut qu'il ne l'est en réalité. La différence est environ d'un quart de sa profondeur réelle.

Ainsi, si la profondeur est de 1 m, elle ne te semblera atteindre que 0,75 m. C'est la cause d'accidents qui arrivent aux enfants pendant la baignade. En se fiant à cette fausse apparence, ils évaluent la profondeur avec erreur.

— Lorsque l'on navigue lentement et si le fond est visible, il semble que l'endroit juste au-dessous du canot est plus profond que celui qui est autour. Mais plus loin il semble à nouveau que c'est peu profond autour de toi et qu'au-dessous ça l'est beaucoup. On a ainsi l'impression que l'endroit profond se déplace avec soi. Pourquoi cela?

— Maintenant tu le comprendras facilement. Les rayons qui sortent de l'eau presque verticalement dévient moins que les autres, et de ce fait le fond dans de tels endroits semble moins surélevé que dans ceux d'où nous viennent des rayons obliques. Il est donc naturel que l'endroit sous le canot doit nous paraître le plus profond, bien que la profondeur soit la même partout... Passons maintenant à une expérience de nature différente.

Mon frère prit alors un verre d'eau plein à ras.

— Que penses-tu qu'il arrivera, si je jette dans ce verre une pièce de 20 centimes?

— L'eau débordera du verre bien sûr.

— Essayons, quand même.

Avec précaution, pour éviter les secousses, mon frère laissa tomber la pièce dans le verre. Pas une goutte ne déborda.

— Essayons d'en mettre encore une, dit-il.

— Fais attention. L'eau va sûrement déborder, dis-je.

Je me trompais: dans le verre plein, il se trouva encore de la place pour la seconde pièce, puis pour une troisième et une quatrième.

— Un vrai tonneau des Danaïdes! m'écriai-je.

Quant à mon frère, il mettait, imperturbable, les pièces dans le verre. La sixième, la septième; et l'eau ne débordait toujours pas! Je n'en croyais pas mes yeux. J'attendais avec impatience le mot de l'énigme.

Mais mon frère ne se hâtait pas de me le dire et il ne s'arrêta qu'à la 15-ème pièce.

— Cela suffit, comme ça, dit-il enfin. Regarde: la surface de l'eau dépasse le bord du verre.

En effet, l'eau dépassait d'environ l'épaisseur d'une allumette, formant une sorte de sac transparent.

— La solution réside dans ce gonflement, continua mon frère. Voilà où est passée l'eau déplacée par les pièces de monnaie.

— 15 pièces de monnaie ont déplacé si peu d'eau? m'étonnai-je. Une pile de 15 pièces de 20 centimes est pourtant assez haute et ici on a une couche d'eau à peine plus épaisse qu'une seule de ces pièces.

— Tu ne parles que de l'épaisseur et tu oublies la surface. Même à supposer que la couche d'eau ne soit pas plus épaisse que la pièce de monnaie. Elle est combien de fois plus large?

Je supputai: la largeur du verre était quatre fois plus grande que celle de la pièce.

— Quatre fois plus large et d'épaisseur identique. Donc, conclus-je, la couche d'eau n'équivaut qu'à quatre pièces de monnaie. Dans le verre on peut mettre quatre et tu en as mis déjà 15 et tu t'apprêtes à en mettre encore, je crois. D'où vient tant de place?

— Tu as mal calculé. Si un cercle est quatre fois plus large qu'un autre, sa surface est alors 16 fois plus grande.

— Comment ça?

— Tu devrais pourtant le savoir. Combien y a-t-il de cm^2 dans un m^2? Est-ce vraiment 100?

— Non : 100 × 100, soit 10 000.

— Tu vois bien. Pour le cercle on a la même règle : deux fois plus large correspond à une surface quatre fois plus grande ; trois fois, à une surface multipliée par neuf ; quatre fois, à une surface 16 fois plus, etc. Donc, le volume de l'eau au-dessus des bords du verre est 16 fois le volume de la pièce de monnaie. Tu comprends maintenant d'où vient toute cette place disponible dans le verre. Et il y en a encore, car l'eau peut « s'élever » au-dessus du bord du verre à une hauteur égale à deux fois l'épaisseur de la pièce de monnaie.

— Tu pourrais donc mettre dans le verre 20 pièces de monnaie?

— Même plus, si je les plongeais avec précaution, sans secousses.

— Je n'aurais jamais cru qu'un verre plein jusqu'au bord puisse recevoir tant de pièces de monnaie.

Je fus cependant obligé de le croire quand je vis de mes propres yeux le monticule de pièces de monnaie à l'intérieur du verre.

— Pourrais-tu, me dit mon frère, mettre 11 pièces de monnaie dans 10 soucoupes de manière qu'il n'y ait qu'une pièce dans chaque soucoupe?

— Dans des soucoupes remplies d'eau?

— Même sans eau, si cela te chante, éclata de rire mon frère, en disposant en rang 10 soucoupes.

— C'est aussi une expérience de physique?

— Non, psychologique. Commence donc.

— 11 pièces de monnaie dans 10 soucoupes et dans chacune d'elles une pièce. Non, je ne saurais pas. Je me rends tout de suite.

— Essaye toujours. Je vais t'aider. Mettons dans la première soucoupe la première pièce ainsi que provisoirement la 11-ème.

Je m'exécutai et attendis la suite.

— Tu as mis les deux pièces? Bon. Mets la 3-ème pièce dans la seconde soucoupe, la 4-ème dans la troisième, la 5-ème dans la quatrième, et ainsi de suite.

Je suivis ses indications et quand j'eus placé la 10-ème pièce, je m'aperçus avec stupéfaction que la 10-ème soucoupe était vide.

— Nous y mettrons la 11-ème pièce qui se trouvait provisoirement dans la première soucoupe, dit mon frère et prenant la pièce en excédant, il la plaça dans la 10-ème soucoupe.

Maintenant 11 pièces se trouvaient dans 10 soucoupes, une dans chaque. On pouvait en devenir fou!

Sans m'expliquer ce phénomène, mon frère ramassa les pièces avec dextérité.

— C'est à toi de deviner. Cela te sera plus utile et plus intéressant que d'apprendre les solutions toutes prêtes.

Et sans écouter mes demandes, il me proposa un nouveau problème.

— Voici six pièces de monnaie. Dispose-les en trois rangs de manière à ce qu'il y ait trois pièces dans chaque rang.

— Pour cela il faut 9 pièces.

— Avec 9 pièces n'importe qui le ferait. Non, il faut justement le faire avec 6 pièces.

— C'est encore un truc inimaginable?

— Tu te rends trop vite. Regarde comme c'est simple.

Et il disposa les pièces de monnaie comme c'est montré sur la figure 7.

— Ici il y a trois rangs et dans chacun d'eux trois pièces, m'expliqua-t-il.

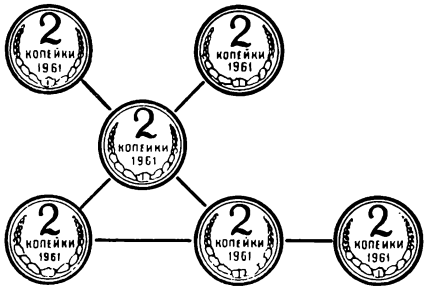


Fig. 7

— Mais tu as fait des rangs qui se croisent.

— Et alors. Est-ce qu'il a été dit qu'ils ne pouvaient se croiser?

— Si j'avais su que c'était permis, je l'aurais deviné moi-même.

— Alors essaye de résoudre ce problème d'une autre manière, pas maintenant mais quand tu en auras le loisir. Je te propose encore trois problèmes du même genre. Le premier : disposer 9 pièces de monnaie sur 10 rangs avec 3 pièces dans chaque rang. Le second : disposer 10 pièces sur 5 rangs avec quatre pièces dans chaque rang. Et voici le troisième problème. Je trace un carré quadrillé avec 36 cases. Il faut y disposer 18 pièces de monnaie, une par case, de façon à ce que dans chaque rang horizontal et vertical il y ait 3 pièces... Tiens, je me rappelle encore un tour de passe-passe avec des monnaies. Prends dans une main une pièce de 15 centimes et dans l'autre une de 10 centimes. Mais ne me les montre pas et ne me dis pas où tu les as mises. Je dois le deviner. Pour cela fais mentalement l'opération suivante : multiplie par deux ce que tu as dans ta main droite et par trois ce que tu as dans la main gauche, ensuite additionne et communique-moi le résultat. Tu es prêt?

— Oui.

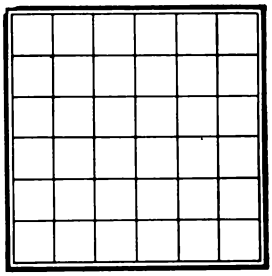


Fig. 8

— Le résultat obtenu est un nombre pair ou impair?

— Impair.

— Alors la pièce de 10 centimes est dans la main droite et celle de 15 centimes dans la main gauche, me dit mon frère. Il avait deviné juste.

On recommença. Le nombre obtenu fut pair, et mon frère, sans se tromper, indiqua que les 10 centimes étaient dans la main gauche.

— Tu pourras réfléchir aussi à ce problème, me dit mon frère. Et pour terminer, je vais te montrer un jeu amusant.

Ayant placé trois soucoupes l'une à côté de l'autre, il mit dans la première une pile de pièces de monnaie: de bas en haut 1 franc, 50 centimes, 20 centimes, 15 centimes et 10 centimes.

— On doit transposer cette pile de 5 pièces dans la 3-ème soucoupe en observant les règles suivantes. Premièrement : prendre une seule pièce à la fois. Deuxièmement : ne jamais placer de pièce de valeur supérieure sur une pièce de

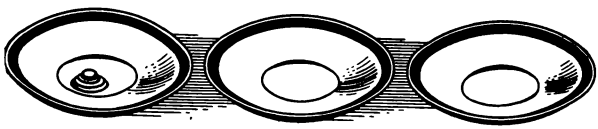


Fig. 9

valeur inférieure. Troisièmement : on peut provisoirement placer les pièces de monnaie sur la soucoupe du milieu en observant les deux premières règles, mais à la fin du jeu, toutes les pièces doivent se trouver dans la troisième soucoupe dans l'ordre du départ. Comme tu vois, ces règles sont simples. Maintenant tu peux commencer.

Je transposai les pièces de monnaie. Ayant mis les 10 centimes dans la 3-ème soucoupe, et les 15 centimes sur celle du milieu, je m'arrêtai. Où mettre les 20 centimes?

— Mets 10 centimes sur les 15 centimes de la soucoupe du milieu, me conseilla mon frère.— Ainsi tu libéreras la 3-ème soucoupe pour la pièce de 20 centimes.

Je suivis son conseil. Mais ensuite, nouvelle complication. Où mettre les 50 centimes? Mais je devinai bientôt : je mis les 10 centimes sur la première soucoupe, les 15 centimes sur la 3-ème et les 10 centimes de la première sur la 3-ème. Je pus mettre alors les 50 centimes sur la soucoupe du milieu. J'arrivais ensuite, après un grand nombre de transpositions, à déplacer la pièce de 1 franc et enfin à rassembler toute la pile de pièces sur la 3-ème soucoupe.

— Combien as-tu fait de transpositions? me demanda mon frère, tout en approuvant mon travail.

— Je n'ai pas compté.

— Essayons de compter. Il est intéressant de savoir quel est le plus petit nombre de transpositions possible. Si la pile ne comprenait que deux pièces (15 et 10 centimes) au lieu de cinq, combien faudrait-il de transpositions?

— Trois : les 10 centimes sur la soucoupe du milieu, les 15 sur la 3-ème et ensuite les 10 sur la 3-ème.

— C'est exact. Ajoutons maintenant une pièce de 20 centimes et calculons le nombre de déplacements nécessaires. Faisons ainsi : d'abord transportons l'une après l'autre les deux pièces les plus petites sur la soucoupe du milieu. Pour cela on sait qu'il nous faut 3 coups. Ensuite on met les 20 centimes dans la 3-ème soucoupe qui est libre, soit 1 coup et après, on y ajoute les deux pièces de la soucoupe du milieu, encore trois coups. En tout $3 + 1 + 3 = 7$ coups.

— Pour quatre pièces, permets-moi de calculer le nombre de coups. D'abord nous transposons les 3 pièces de valeur moindre sur la soucoupe du milieu (7 coups), ensuite la pièce de 50 centimes sur la 3-ème soucoupe (1 coup) et enfin sur celle-ci les trois pièces de valeur moindre (encore 7 coups). Au total $7 + 1 + 7 = 15$.

— C'est parfait. Et pour 5 pièces?

— $15 + 1 + 15 = 31$.

— Et voilà. Tu as compris la méthode de calcul. Mais je vais te montrer comment on peut la simplifier. Comme tu peux le remarquer, tous les nombres que nous avons obtenus sont des multiples de 2 moins l'unité. Regarde, et mon frère écrivit:

$$3 = 2 \times 2 - 1,$$
$$7 = 2 \times 2 \times 2 - 1,$$
$$15 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1,$$
$$31 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1.$$

— Je comprends. Autant de pièces à transposer, autant de fois il faut multiplier par 2; et, enfin, retrancher 1 au total. Je suis maintenant en mesure de calculer le nombre de coups pour n'importe quel cas. Par exemple pour 7 pièces de monnaie:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1 = 127.$$

— Eh bien, pour compléter tes connaissances de ce jeu ancien, il faut seulement que tu saches une règle pratique : si la pile contient un nombre de pièces impair, tu dois placer la première pièce dans la 3-ème soucoupe. Si le nombre est pair, dans la soucoupe du milieu.

— Tu as dis que c'était un jeu ancien. Ce n'est donc pas toi qui l'as inventé ?

— Non. Je l'ai seulement appliqué à des pièces de monnaie. Ce jeu est très ancien et vient probablement de l'Inde. Là-bas une légende très intéressante est liée à ce jeu. Dans la ville de Bénarès existe paraît-il un temple dans lequel le dieu indien Brahma, lors de la création du monde, installa 3 tiges de diamant et enfila à l'une d'elles 64 anneaux d'or : le plus grand en premier et les suivants de plus en plus petits. Les prêtres du temple devaient sans arrêt nuit et jour transférer ces anneaux d'une tige à l'autre en utilisant la troisième comme tige auxiliaire et en respectant les règles de notre jeu : ne prendre qu'un seul anneau à la fois et ne pas placer un plus grand anneau sur un plus petit. La légende dit que quand tous les 64 anneaux seront sur l'autre tige, ce sera la fin du monde.

— Oh, alors, le monde devrait déjà cesser d'exister depuis longtemps !

— Tu penses certainement que pour enfiler les 64 anneaux, il ne faut pas beaucoup de temps ?

— Bien sûr. Si l'on fait une transposition par seconde, on peut parvenir à en faire 3600 en 1 heure.

— Et alors ?

— Ça fait près de 100 mille par jour et un million en 10 jours. On doit certainement pouvoir transférer avec un million de déplacements non seulement 64 anneaux, mais mille.

— Tu te trompes. Pour enfiler 64 anneaux, il faut approximativement 500 milliards d'années!

— Mais pourquoi donc? Le nombre de déplacements est égal au produit de 64 nombres 2 et cela ne fait qu'...

— ...« un peu » plus de 18 trillions, ou, autrement dit, 18 milliards de milliards.

— Attends, je vais multiplier et vérifier.

— Entendu. Et pendant que tu vas multiplier, j'aurais le temps de m'occuper de mes affaires, dit mon frère et il sortit.

Je trouvai d'abord le produit de 16 chiffres 2, puis je multipliai ce résultat, 65 536, par lui-même et ensuite le résultat obtenu à nouveau par lui-même. C'était ennuyeux, mais je m'armai de patience et j'effectuai le calcul jusqu'à la fin. Le nombre que j'avais obtenu était 18 446 744 073 709 551 616.

Mon frère avait donc raison...

Je me mis avec courage à résoudre les problèmes qu'il m'avait proposé de faire tout seul. Ils n'étaient pas tellement difficiles et certains étaient même très faciles. Avec les 11 pièces de monnaie et les 10 soucoupes, c'était ridiculement simple: nous mettions la première et la 11-ème pièces dans la première soucoupe, ensuite la 3-ème pièce dans la seconde soucoupe, et la quatrième pièce dans la troisième, etc. Mais où était la 2-ème pièce? On ne la mettait nulle part et là était tout le secret. C'était aussi simple de deviner dans quelle main se trouvait la pièce de 10 centimes. 5 centimes multipliés par deux donnaient un nombre pair, et par 3, un nombre impair. La pièce de 10 centimes donne toujours un nombre pair; à cause de cela, si la somme obtenue était un nombre pair, c'était que 5 centimes étaient multipliés par deux, c'est-à-dire

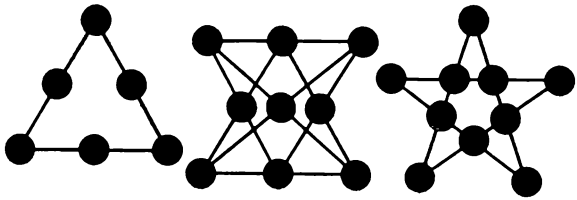


Fig. 10

se trouvaient dans la main droite, si la somme était un nombre impair, il était clair que 5 centimes étaient triplés, c'est-à-dire se trouvaient dans la main gauche. La solution des problèmes de disposition des pièces de monnaie est claire si l'on regarde les figures ci-dessus (fig. 10).

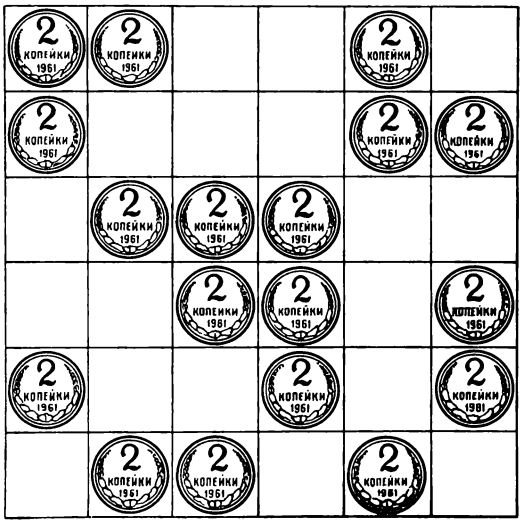


Fig. 11

Enfin, il faut mettre les pièces de monnaie dans les cases ainsi qu'il est montré sur le dessin (fig. 11) : 18 pièces sont disposées dans un carré de 36 cases, dans chaque rang se trouvent 3 pièces.

PROMENADE À L'AVENTURE DANS UN LABYRINTHE

Promenade à l'aventure dans un labyrinthe.— Les hommes et les rats. — La règle de la main droite ou gauche.— Les labyrinthes dans l'Antiquité.— Le botaniste Tournefort dans une caverne.— Comment résoudre le problème des labyrinthes.

— Qu'ya-t-il de risible dans ce livre? C'est une histoire gaie? me demanda mon frère.

— Oui, c'est « Trois hommes dans un bateau » de Jerome K. Jerome.

— Je m'en souviens, c'est très drôle! Quel passage es-tu en train de lire?

— Le passage où une foule de gens erre dans un labyrinthe de verdure sans arriver à en sortir.

— C'est intéressant. Tu peux me le lire?

Je lus à haute voix le récit de la promenade à l'aventure dans le labyrinthe en le reprenant à son début :

« Harris me demanda, si j'avais visité le labyrinthe de Hampton Court ; lui-même avait eu l'occasion une fois de s'y trouver. Il l'avait étudié d'après le plan et la disposition du labyrinthe étant ridiculement simple, cela ne valait pas le coup de payer l'entrée. Harris y avait conduit un de ses parents.

— Allons-y si vous y tenez, dit-il, seulement il n'y a rien d'intéressant. C'est idiot

d'appeler ça un labyrinthe. Quelques tournants à droite et vous êtes à la sortie. Nous en ferons le tour en dix minutes.

Dans le labyrinthe ils rencontrèrent plusieurs personnes qui s'y promenaient déjà depuis près d'une heure et qui auraient été contentes d'en sortir. Harris leur dit qu'elles pouvaient le suivre, si elles voulaient : il venait en effet d'entrer et ne ferait qu'un tour. Ces gens répondirent que ce serait avec plaisir et le suivirent.

En route de nouvelles personnes s'unirent à eux jusqu'à ce que tout ceux qui se trouvaient dans le labyrinthe se soient rassemblés. Les gens, qui avaient perdu l'espoir de sortir et de revoir un jour leurs parents et amis, reprirent courage à la vue de Harris et se joignirent à la procession en le bénissant. D'après Harris, il se rassembla environ vingt personnes, y compris une femme et son enfant qui avaient passé toute la matinée dans le labyrinthe et qui s'accrochaient maintenant à la main de Harris de peur de le perdre par hasard. Harris tournait tout le temps à droite, mais il s'avérait que le chemin était très long et son parent remarqua que le labyrinthe était de toute évidence très grand.

— Oh, c'est l'un des plus vastes d'Europe, confirma Harris.

— Certainement. Nous avons franchi deux bons milles, répondit son parent.

Harris commençait à se sentir confus, mais garda cependant contenance jusqu'à ce qu'il tomba sur un morceau de pain d'épice qui traînait à terre. Le parent de Harris jura qu'il avait vu ce morceau il y a sept minutes.

— C'est impossible, répliqua Harris. Mais la femme avec l'enfant dit qu'au contraire, c'était très possible, puisque c'était elle qui l'avait laissé tombé avant de rencontrer Harris et elle

émit la supposition qu'il se moquait d'eux. Ceci l'indigna, il sortit sa carte et énonça sa théorie.

— La carte serait fort à propos, remarqua un des suiveurs, si nous savions où nous nous trouvons.

Harris l'ignorait et indiqua que pour le savoir le mieux serait d'après lui de revenir à l'entrée et de recommencer. La seconde moitié de sa proposition ne suscita pas un enthousiasme particulier, mais la première, concernant le retour à l'entrée, fut adoptée à l'unanimité et tous rappliquèrent derrière lui sur le chemin du retour. Au bout de 10 minutes toute la compagnie se retrouva au centre du labyrinthe.

Harris s'apprêtait à dire que c'était précisément là qu'il voulait aller, mais l'humeur de la foule lui parut menaçante et il fit comme s'il y était arrivé par hasard.

De toute façon, il fallait aller quelque part. Maintenant ils savaient où ils se trouvaient; ils étudièrent la carte. Il paraissait très facile d'en sortir et pour la troisième fois, ils se mirent en route.

Au bout de 3 minutes ils se retrouvèrent à nouveau au centre du labyrinthe...

Après cela ils n'arrivèrent pas à s'en débarrasser. Où qu'ils se dirigeaient, ils revenaient chaque fois au centre. Ceci se répétait tellement régulièrement, que certains résolurent de rester sur place à attendre que leurs compagnons reviennent vers eux après avoir fait un tour. Harris essaya de sortir sa carte, mais sa seule vue mit la foule en rage.

A la fin, ils s'embrouillèrent tellement, qu'ils appelèrent le gardien. Celui-ci arriva, monta sur une échelle et leur cria où aller.

Mais ils étaient tous tellement hébétés, qu'ils n'étaient pas en mesure de comprendre; alors

il leur cria de rester à leur place et de l'attendre. Ils se rassemblèrent en un groupe compact et attendirent que le gardien descendît de son échelle et vînt vers eux.

C'était un jeune gardien sans expérience ; une fois dans le labyrinthe, il ne put les trouver et essaya sans succès de s'approcher d'eux; à la fin il se perdit lui-même. De temps en temps il apparaissait furtivement ça et là de l'autre côté de l'enceinte et dès qu'il les apercevait, il se dépêchait vers eux, mais une minute après on le revoyait à la même place demandant où ils étaient passés.

Il fallut attendre que l'un des vieux gardiens vienne à la rescousse.»

— Tout de même ils étaient exceptionnellement peu perspicaces, dis-je en finissant ma lecture. Tenir le plan dans les mains et ne pas trouver son chemin, il faut le faire.

— Crois-tu que tu aurais trouvé de suite?

— Et comment: en suivant le plan!

— Attends, je dois posséder le plan de ce labyrinthe, dit mon frère, en fouillant sur son étagère.

— Ce labyrinthe existe donc réellement?

— Hampton Court? Bien sûr. C'est près de Londres. Il y a deux cents ans qu'il a été édifié... Ah, j'ai trouvé... « Plan du labyrinthe de Hampton Court ». En réalité, il n'est pas grand du tout, il ne fait que 1000 m^2.

Mon frère ouvrit un livre à la page où était dessiné un petit plan.

— Suppose que tu te trouves ici, sur la place centrale du labyrinthe et que tu veuilles sortir. Comment te dirigeras-tu vers la sortie? Prends une allumette et montre le chemin.

Je mis l'allumette au centre du labyrinthe et la promenai dans les sinuosités du plan. En

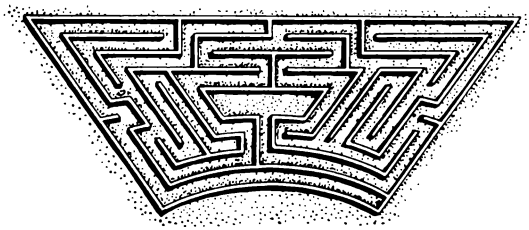


Fig. 12

réalité, c'était plus difficile que je ne le croyais. Je me retrouvais à nouveau sur la place centrale, exactement comme les héros de Jerome K. Jerome dont je me moquais:

— Tu vois et le plan ne te vient pas en aide. Les rats quant à eux résolvent ce problème sans aucun plan.

— Les rats? Quels rats?

— Ceux dont on parle dans ce livre. Tu crois que c'est un livre sur l'architecture des jardins? Non, c'est un livre sur les facultés mentales des animaux. Les savants construisent des petits labyrinthes en plâtre et y mettent des rats pour juger de leur promptitude. Ici il est dit que dans le labyrinthe en plâtre qui est une copie de celui de Hampton Court les rats trouvent leur route en une demi-heure, c'est-à-dire plus rapidement que les gens dans le récit de Jerome K. Jerome.

— Pourtant à regarder le plan, le labyrinthe ne paraît pas compliqué. On ne dirait jamais qu'il est si perfide...

— Il existe une règle très simple: si on la connaît on peut entrer dans n'importe quel labyrinthe sans craindre de ne pas en retrouver la sortie.

— Quelle est cette règle?

— Il faut avancer en passant sur la paroi

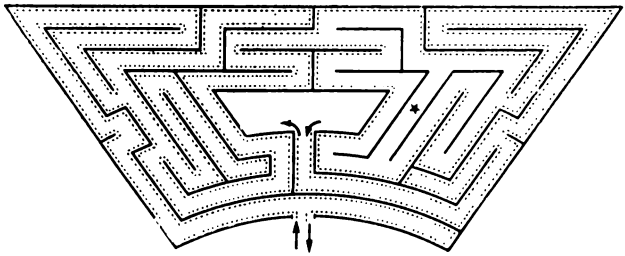


Fig. 13

la main, gauche ou droite, c'est indifférent, mais toujours la même.

— Et c'est tout?

— Oui. Essaye de l'appliquer sur ce plan.

Je promenai allumette en observant la règle, et, en effet, j'atteignis rapidement le centre du labyrinthe et de là à nouveau la sortie.

— C'est une excellente règle.

— Pas tout à fait, remarqua mon frère. Elle est bonne pour ne pas se perdre, mais elle ne vaut rien si l'on veut passer par tous les endroits sans exception du labyrinthe.

— Cependant j'ai emprunté toutes les allées du plan sans en oublier aucune.

— Tu te trompes: si tu avais marqué en pointillé ce que tu as parcouru, tu aurais vu qu'une des allées était restée hors de ton chemin.

— Laquelle?

— Je l'ai marquée d'un astérisque sur ce plan (fig. 13). Dans certains labyrinthes cette règle te fera oublier de grandes parties que tu n'auras pas explorées, bien que tu reviennes sans incidents.

— Existe-t-il beaucoup de labyrinthes différents?

— Oui, assez. Maintenant on ne les édifie plus que dans les jardins et les parcs. Tu te

promènes à l'aventure entre des murailles de verdure avec le ciel au-dessus de la tête. Mais dans l'Antiquité, on construisait des labyrinthes souterrains ou à l'intérieur de grands édifices. C'était dans le but cruel de forcer les gens qui y étaient conduits à errer sans fin à travers un réseau de corridors, de passages et de salles ingénieusement disposés, ce qui les amenait à mourir de faim. Un tel labyrinthe légendaire existait, paraît-il, dans l'île de Crète, construit d'après la légende, par ordre du roi Minos. Les passages étaient tellement embrouillés que son architecte lui-même Dédale n'avait pu en trouver la sortie.

D'autres labyrinthes de l'Antiquité,— continua mon frère,— avaient pour but de garder les tombeaux des rois et de les protéger des voleurs. La tombe se trouvait au centre du labyrinthe et même si un aventurier avide était parvenu jusqu'aux trésors, il n'aurait pu trouver le chemin du retour et le tombeau du roi serait devenu le sien.

— Pourquoi n'utilisaient-ils pas la règle dont tu as parlé?

— D'abord, parce que, dans l'Antiquité, personne ne la connaissait. Ensuite, comme je te l'ai déjà dit, elle ne donne pas la possibilité de visiter tous les recoins du labyrinthe. On peut construire le labyrinthe de telle façon qu'il soit impossible en utilisant cette règle de passer devant l'endroit où les trésors sont cachés.

— Peut-on construire un labyrinthe dont on ne puisse sortir? Je ne parle évidemment pas de celui qui y utilisera la règle dès l'entrée; mais si on y amène quelqu'un à l'intérieur et qu'on le laisse errer?...

— Les anciens croyaient que si les corridors du labyrinthe sont suffisamment embrouillés, il

est impossible d'en sortir. Mais cela n'est pas ainsi. On peut le démontrer mathématiquement. En sus, on peut non seulement sortir de n'importe quel labyrinthe, mais aussi visiter tous ses recoins sans en oublier un seul. Il faut seulement utiliser un système strict et prendre certaines précautions. Il y a 200 ans, le botaniste français Tournefort se risqua à pénétrer dans une des cavernes de l'île de Crète sur laquelle courrait une légende qui disait que grâce à ses passages innombrables, elle formait un labyrinthe sans issue. Il existe à Crète plusieurs cavernes de ce genre et c'est probablement cela qui a donné naissance, dans l'Antiquité, à la légende des labyrinthes du roi Minos. Que fit le botaniste français pour ne pas se perdre? Voici ce qu'en dit un de ses contemporains, le mathématicien Lucas.

Mon frère prit sur l'étagère un livre intitulé « Mathématiques divertissantes » et lut à haute voix le passage suivant que je recopiai ensuite:

« Ayant erré un certain temps avec mes compagnons à travers tout un réseau de corridors souterrains, nous arrivâmes à une longue et large galerie qui nous amena dans une grande salle au fond du labyrinthe. Nous fîmes, dit Tournefort, 1460 pas en une demi-heure dans cette galerie sans dévier à gauche ou à droite. Sur les deux côtés il y avait tant de corridors, qu'on s'y serait perdu à coup sûr, si l'on n'avait pas pris certaines précautions; comme nous avions un grand désir de ressortir de ce labyrinthe, nous avions pris nos mesures pour assurer le retour. Premièrement, nous avions laissé un de nos guides à l'entrée de la caverne avec ordre de rassembler les gens du village pour nous libérer, si nous ne revenions pas à la tombée de la nuit. Deuxièmement, chacun de nous était muni d'un

flambeau allumé. Troisièmement, à chaque tournant où nous n'étions pas sûres de nous retrouver par la suite, nous fixions à la paroi de droite des papiers numérotés. Enfin quatrièmement, un de nos guides plaçait sur le côté gauche des faisceaux de ronces préparés à l'avance et un autre semait à terre des brins de paille qu'il portait dans un sac.»

— Toutes ces mesures tracassières de sécurité, dit mon frère, ne sont pas aussi indispensables qu'il ne te le semble peut-être. Mais à l'époque de Tournefort, il n'y avait probablement pas d'autre moyen, car le problème des labyrinthes n'était pas encore résolu. Maintenant, il existe, pour circuler à travers les labyrinthes, des règles plus simples, mais aussi sûres que les précautions du botaniste français.

— Tu connais ces règles?

— Elles ne sont pas compliquées. La première consiste, une fois dans le labyrinthe, à suivre n'importe quel chemin jusqu'à un croisement ou une impasse. Si l'on arrive à une impasse, deux cailloux à l'entrée indiqueront que ce corridor a été parcouru deux fois. Si l'on arrive à un croisement, on va plus loin par n'importe quel corridor, en indiquant par un caillou chaque fois le chemin par lequel on est arrivé et le chemin dans lequel on s'engage. C'est donc la première règle. La seconde indique qu'étant arrivé, par un nouveau corridor, à un croisement où l'on est déjà passé (ce que l'on voit par les cailloux qu'on y a laissés), on retourne immédiatement en arrière, en plaçant deux cailloux à l'entrée du corridor. Enfin, la troisième règle exige, si l'on arrive à un croisement déjà franchi, par un corridor où l'on est déjà passé une fois, de marquer le chemin par un second caillou et de prendre un des corridors où l'on ne s'est pas

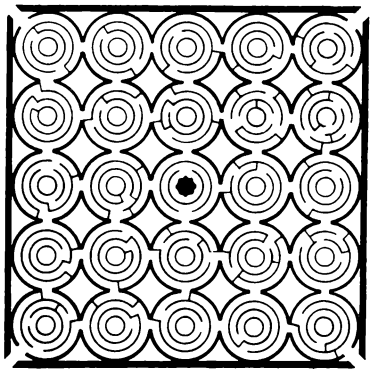


Fig. 14

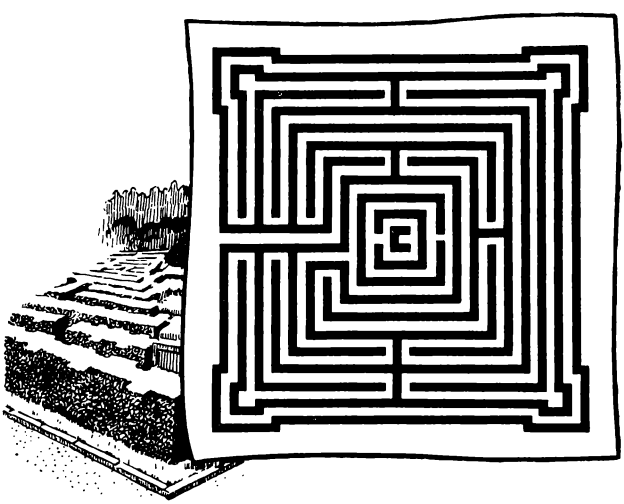


Fig. 15

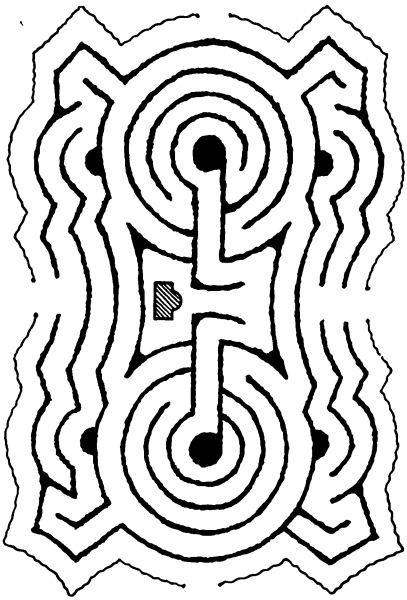


Fig. 16

encore engagé. S'il n'existe pas de tel corridor, on choisit celui à l'entrée duquel il n'y a qu'un seul caillou, c'est-à-dire parcouru une seule fois. En observant ces règles, on peut passer deux fois, c'est-à-dire faire un aller et retour dans tous les corridors du labyrinthe, sans omettre un seul recoin et sortir sans anicroche. Je possède quelques plans de labyrinthes découpés en son temps dans différents illustrés (fig. 14, 15 et 16). Si tu veux, tu peux essayer de t'y promener. J'espère qu'avec tout ce que tu as appris, tu n'as pas peur de te perdre. Et si tu as beaucoup de patience, tu peux construire dans notre cour avec tes amis, un labyrinthe en neige, semblable, par exemple, à celui de Hampton Court, décrit par Jerome K. Jerome.

PLUS ADROIT QUE CHRISTOPHE COLOMB

« Christophe Colomb était un grand homme, écrivait un écolier dans un devoir de classe. Il a découvert l'Amérique et fait tenir un œuf debout.» Les deux exploits paraissaient également admirables au jeune écolier. Au contraire, l'humoriste américain Mark Twain ne trouvait rien d'extraordinaire à ce que Christophe Colomb découvrit l'Amérique: «il aurait été étonnant qu'il ne l'eût pas trouvée à sa place».

Et moi, je me permets de croire que le second exploit du célèbre navigateur ne vaut pas cher. Savez-vous comment Christophe Colomb a mis un œuf debout? Simplement en brisant la coquille dans sa partie inférieure et en le posant sur la table. Ainsi, il changeait évidemment la forme de l'œuf. Mais comment mettre debout l'œuf sans changer sa forme? Ce problème n'a pas été résolu par le célèbre navigateur.

Malgré tout, c'est infiniment plus facile que de découvrir l'Amérique ou même la plus petite île. Je vais vous indiquer trois moyens: l'un pour les œufs durs, l'autre pour les œufs non cuits et le troisième pour les uns et les autres. Pour faire tenir un œuf dur debout, il suffit de le faire tourner rapidement avec les doigts d'une main ou entre les paumes comme une toupie. L'œuf tournera debout et conservera cette position pendant sa rotation. Après deux-trois essais, l'expérience devient facile.

Vous avez déjà remarqué qu'il est impossible de mettre debout par ce moyen un œuf non cuit. Les œufs non cuits tournent mal. C'est d'ailleurs un moyen infaillible pour distinguer un

Fig. 17

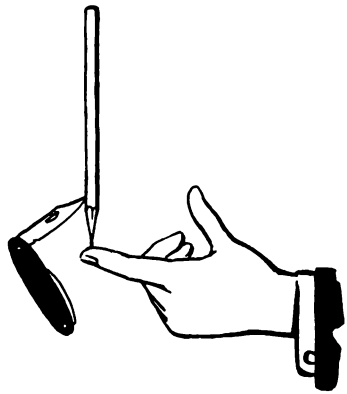


Fig. 18

œuf dur d'un œuf cru sans briser la coquille. Le contenu liquide d'un œuf cru n'est pas entraîné dans une rotation rapide comme la coquille et freine celle-ci. On doit donc chercher un autre moyen pour mettre les œufs debout. Ce moyen existe : agiter l'œuf fortement et à plusieurs reprises ; de cette manière le jaune brise sa frêle enveloppe et s'écoule à l'intérieur de l'œuf ; ensuite poser l'œuf sur son extrémité obtuse et le maintenir un certain temps dans cette position ; le jaune plus lourd que le blanc s'écoulera vers le bas et s'y rassemblera, ce qui abaissera le centre de gravité de l'œuf et augmentera sa stabilité par rapport à un œuf non soumis à un tel traitement.

Enfin, il existe un troisième moyen de maintenir un œuf en équilibre. On place l'œuf par exemple sur le bouchon d'une bouteille et sur l'œuf, un bouchon de liège dans lequel on enfonce deux fourchettes. Tout ce « système » (comme

dirait un physicien) est suffisamment stable et conserve son équilibre même si l'on incline la bouteille avec précaution. Mais pourquoi l'œuf et le bouchon ne tombent-ils pas? Pour la même raison pour laquelle ne tombe pas un crayon placé verticalement dans lequel est enfoncé un canif. « Le centre de gravité du système se trouve au-dessous du point d'appui », dirait le savant. Cela indique que le point sur lequel s'applique le poids du « système » se trouve au-dessous du point sur lequel il s'appuie.

LA FORCE CENTRIFUGE

Ouvrez un parapluie et, en appuyant sa pointe sur le sol, faites le tourner rapidement, tout en jetant à l'intérieur une balle, un morceau de papier froissé, un mouchoir ou tout autre objet léger et incassable. Il se produira quelque chose d'inattendu pour vous. Le parapluie ne voudra pas accepter le cadeau. La balle ou le papier froissé grimperont d'eux-mêmes jusqu'au bord du parapluie, d'où ils s'échapperont en ligne droite.

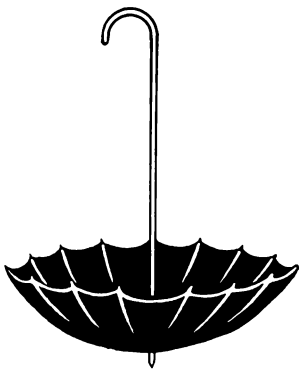


Fig. 19

La force qui dans cette expérience chasse la balle se nomme la force centrifuge; bien qu'il soit plus juste de l'appeler force d'inertie. Elle apparaît chaque fois qu'un corps se déplace suivant un cercle. Ce n'est autre chose que l'un des cas de la manifestation de l'inertie, c'est-à-dire la tendance d'un mobile à conserver la direction et la vitesse de son mouvement.

Nous rencontrons la force centrifuge beaucoup plus souvent que nous ne le croyons. Vous faites tourner autour de la main une pierre attachée à une ficelle; vous sentez alors la ficelle se tendre et chercher à se rompre sous l'action de la force centrifuge. L'arme ancienne — la fronde — était actionnée par la même force. La force centrifuge peut faire éclater une meule peu solide qui tourne trop rapidement. Si vous êtes adroit, cette même force vous permettra de faire une expérience avec un verre d'eau qui reste plein bien qu'il soit placé à l'envers: pour cela il suffit de faire tourner rapidement le verre renversé au-dessus de la tête. La force centrifuge permet au cycliste du cirque d'effectuer une « boucle du diable », la tête en bas. Elle sépare la crème du lait dans les écrémeuses, elle extrait le miel des rayons, elle sèche le linge dans les essoreuses, etc.

Quand le tramway fait un virage, les passagers éprouvent l'effet de la force centrifuge qui les pousse vers la paroi extérieure du wagon. Avec une vitesse plus grande, le wagon aurait pu être renversé par cette force, si le rail extérieur n'était spécialement placé plus haut que le rail intérieur... Grâce à cela, en tournant, le wagon s'incline légèrement vers l'intérieur. C'est un peu paradoxal: le wagon incliné est plus stable que celui qui est droit.

Cépendant, c'est ainsi. Et une petite expérience vous permettra de vous en rendre compte.

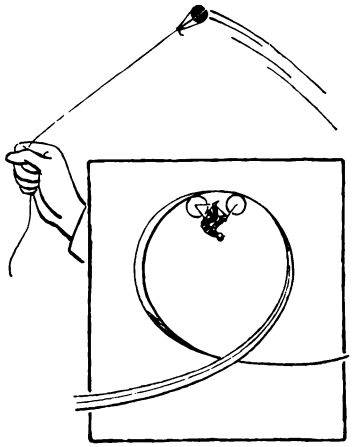


Fig. 20

Faites un cône en carton ; mieux encore, peut-être trouverez-vous à la cuisine un bol ou un vase de forme conique ; le plus commode serait un abat-jour en verre ou en métal. S'étant muni d'un de ces objets, lancez dans celui-ci une pièce de monnaie ou un anneau de métal et faites-lui décrire des cercles sur le fond du vase en l'inclinant sensiblement vers l'intérieur. Au fur et à mesure que la pièce de monnaie ou l'anneau ralentissent leur mouvement, ils décriront des cercles de moindre rayon en s'approchant du fond du vase. Mais il est très facile par une légère rotation du vase de faire tourner plus vite la pièce de monnaie ; alors, elle s'éloignera du fond en décrivant des cercles de plus en plus grands. Si elle est très accélérée, elle peut même s'échapper du vase.

Les pistes des vélodromes sont inclinées dans les virages. Les cyclistes y tournent en rond dans une position fortement inclinée, comme la pièce

de monnaie dans le vase; non seulement ils ne tombent pas, mais ils deviennent très stables dans cette position. Dans les cirques, les cyclistes étonnent le public en décrivant des cercles sur des plans fortement inclinés. Vous comprenez maintenant qu'il n'y a rien d'extraordinaire dans cela. Au contraire, ce serait très difficile pour le cycliste de virer sur une piste horizontale. Pour la même raison un cavalier et sa monture s'inclinent vers l'intérieur dans les virages secs.

De ces phénomènes insignifiants passons maintenant à un plus grand. La Terre est un corps en rotation; la force centrifuge doit s'y manifester. Comment se manifeste-t-elle? Grâce à la force centrifuge, tous les objets sur sa surface s'allègent. Plus on s'approche de l'équateur, plus le cercle décrit par les objets en 24 heures est grand, et, par suite, ils sont animés d'une vitesse plus grande, et à cause de cela perdent du poids. Si l'on transporte un poids de un kg du pôle à l'équateur et on le pèse à nouveau avec un peson à ressort, il manquera 5 g. La différence n'est pas grande, mais plus l'objet est lourd, plus cette différence est sensible. Une locomotive arrivée d'Arkhangelsk devient à Odessa plus légère de 60 kg — le poids d'un homme adulte. Et un navire de 20 mille tonnes, qui de la mer Blanche arrive dans la mer Noire, perd ni plus ni moins que 80 t. C'est le poids d'une locomotive. Comment l'expliquer? La Terre, en tournant, s'efforce de rejeter de sa surface tous les objets, comme le parapluie de notre expérience rejette la balle. La terre les rejetterait, si, d'un autre côté, elle ne les attirait vers soi; c'est ce qu'on appelle la pesanteur. La rotation de la Terre ne peut donc rejeter les objets, par contre, elle peut diminuer leur poids.

Plus la rotation est rapide, plus la diminution du poids est sensible. Les savants ont calculé que si la Terre tournait 17 fois plus vite, les objets sur l'équateur perdraient complètement leur poids: ils deviendraient impondérables. Et qu'adviendrait-il si la Terre effectuait une rotation complète en 1 heure? Les objets deviendraient alors impondérables, non seulement sur l'équateur, mais aussi dans tous les pays et les mers proches de l'équateur.

Les objets perdraient leur poids! Pensez seulement à ce que cela signifierait. Vous pourriez soulever des locomotives, d'énormes roches, des navires équipés et chargés, etc. Vous pourriez tout soulever comme une plume. Et si vous les laissiez retomber? Pas de danger: ils n'écraseraient personne. Ils ne retomberaient pas, car ils ne pèsent rien. Ils flotteraient dans l'air à l'endroit où vous les lâcheriez. Si de la nacelle d'un ballon vous aviez la fantaisie de jeter vos objets par-dessus bord, ils ne tomberaient nulle part et resteraient en l'air. Ce serait un monde très étonnant! On pourrait sauter aussi haut qu'on le voudrait, comme jamais vous n'aviez sauté dans vos songes, plus haut que les édifices les plus élevés et les montagnes les plus hautes. Mais seulement n'oubliez pas que, si sauter serait très facile, revenir sur la Terre, par contre, serait impossible. Démunis de poids, vous ne retomberiez pas de vous-mêmes sur la terre.

Dans un tel monde il y aurait évidemment beaucoup d'autres inconvénients. Essayez d'imaginer lesquels: tous les objets non fixés, petits et grands, s'élèveraient au moindre souffle de vent, et flotteraient dans l'air. Hommes, animaux, automobiles, navires, tout, pratiquement, flotterait dans l'air, s'entrechoquerait, et abîmerait tout autour de soi.

Voilà ce qui arriverait si la terre se mettait à tourner plus vite.

NEUF TOUPIES

Sur les dessins ci-dessous vous voyez neuf toupies construites de différentes manières. Elles vous donneront la possibilité de faire un certain nombre d'expériences amusantes et instructives. Leur fabrication ne demande que peu d'habilité. Vous pouvez les faire vous-mêmes sans aucune aide et sans la moindre dépense.

Examinons maintenant comment ces toupies sont construites.

1. On a toujours un bouchon de liège sous la main. Découpez-en une tranche, percez-la avec une allumette et vous avez la toupie n° 1 (fig. 21).

2. Sur la fig. 22 vous voyez une toupie peu ordinaire : une noix qui tourne sur une pointe. Pour transformer une noix en toupie, il faut seulement la transpercer, du côté obtus, avec une allumette sur laquelle on fait ensuite tourner la noix.

3. Vous pouvez, et c'est encore mieux, utiliser un bouchon large et plat ou le couvercle en matière plastique d'un petit flacon. Faites au milieu avec un fil de fer ou une aiguille à tricoter chauffée au rouge un trou pour le passage de l'allumette et vous aurez une toupie qui tournera longtemps avec stabilité.

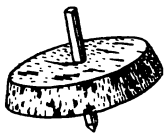


Fig. 21

Fig. 22

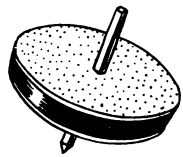


Fig. 23

4. Sur la figure 23 la toupie est originale : c'est une petite boîte ronde percée par une allumette et remplie de cire à cacheter pour que la boîte ne glisse pas sur l'allumette.

5. Ci-dessous la toupie est très intéressante (fig. 24) : on a attaché à l'aide d'un fil des petits boutons sphériques sur la circonférence d'un disque en carton. La toupie, en tournant, rejette les boutons dans l'alignement des rayons du disque et tend les fils démontrant ainsi l'effet déjà connu de la force centrifuge.

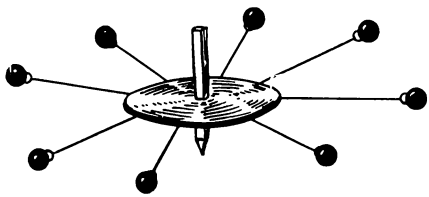


Fig. 24

6. La toupie de la figure 25 démontre la même chose mais d'une autre manière. On pique sur un disque en liège des épingles sur lesquelles sont enfilées des perles, en verroterie, de différentes couleurs, qui peuvent glisser librement sur les épingles. Lors de la rotation de la toupie, la force centrifuge chasse les perles vers les têtes d'épingles. Si l'on éclaire convenablement la toupie, les épingles se confondent en un cercle

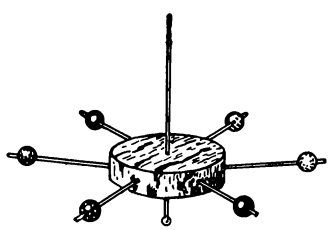


Fig. 25

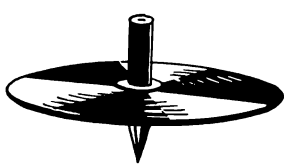


Fig. 26

argenté couronné par l'anneau bigarré des perles. Pour admirer plus longtemps cette toupie, il faut la faire tourner sur une assiette plate.

7. La toupie en couleur (fig. 26). Son exécution est plus longue, mais le temps perdu est compensé par ses étonnantes propriétés. Découpez un disque dans une feuille de carton, percez-le avec une aiguille à tricoter et enfoncez-y une allumette pointue en maintenant le disque, pour plus de garantie, entre deux rondelles de liège. Maintenant, divisez votre disque de carton en parts égales par les rayons, comme on découpe un gâteau. Colorez les surfaces obtenues, alternativement, en bleu et en jaune. Que verrez-vous quand la toupie tournera ? Le disque ne paraîtra ni bleu, ni jaune, mais vert. En se confondant dans notre œil, les couleurs bleue et jaune donneront une nouvelle couleur : verte.

Vous pouvez prolonger vos expériences de mélange des couleurs. Exécutez un disque avec des surfaces colorées alternativement en bleu ciel et orange. Cette fois-ci, le disque en rotation vous semblera non pas jaune, mais blanc, ou plus exactement gris clair, d'autant plus clair que vos couleurs seront de teintes pures. En physique on appelle deux couleurs dont le mélange donne le blanc des couleurs complémentaires.

Si vous avez un assortiment suffisant de couleurs, vous pouvez répéter hardiment l'expérience, effectuée par le savant anglais Newton il y a plus de 200 ans. Colorez les surfaces de votre disque avec les sept couleurs de l'arc-en-ciel : violet, bleu, bleu ciel, vert, jaune, orange, rouge. Lors de la rotation, les sept couleurs doivent se confondre en un blanc grisâtre. Cette expérience vous aidera à comprendre que chaque rayon de lumière blanche se compose d'un grand nombre de rayons de couleur.

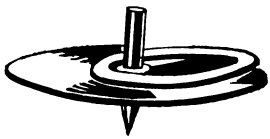


Fig. 27

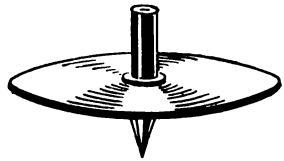


Fig. 28

On variera les conditions de nos expériences avec la toupie en couleur, en jetant sur celle-ci, pendant sa rotation, un nouvel anneau en papier : le disque changera tout de suite sa couleur (fig. 27).

8. La toupie traceuse (fig. 28). Construisez une toupie comme on l'a décrit plus haut, mais au lieu d'une allumette pour axe, placez un crayon gras, taillé, et faites tourner la toupie sur une feuille de carton en pente légèrement inclinée. La toupie descendra peu à peu vers le bas du carton en traçant des arabesques avec le crayon. Il est facile de les compter et comme chaque boucle correspond à un tour de la toupie, en les comptant, montre en main *, on peut déterminer la vitesse de la toupie en tours par seconde. Il est évidemment impossible de déterminer la vitesse de rotation par une simple observation.

Ensuite, figure une toupie traceuse d'un autre genre. Pour la faire, il faut disposer d'un petit disque de plomb et percer en son centre un trou pour l'axe (c'est facile, car le plomb est mou)

* On peut également se passer de montre et apprendre à compter les secondes oralement. Il suffit d'apprendre auparavant à prononcer à haute voix les mots « un », « deux », « et trois », « et quatre », « et cinq » de manière qu'on mette exactement 1 seconde à prononcer chaque nombre.

Ne croyez pas que ce soit tellement difficile : dix minutes d'exercice suffisent.

et encore un trou de part et d'autre. Dans le trou central on enfonce un petit morceau de bois pointu et dans l'un des trous latéraux, un morceau de fil en nylon ou une soie de porc que l'on fixe par un bout d'allumette. Le troisième trou reste inutilisé, nous ne le perçons que pour équilibrer le disque de plomb, autrement la toupie tournera mal. Maintenant la toupie traceuse est prête, mais pour commencer l'expérience, il faut noircir préalablement à la fumée une assiette. Pour cela il suffit de passer le fond de l'assiette au-dessus d'un morceau de bois enflammé ou d'une bougie allumée, jusqu'à ce que sa surface se recouvre d'une couche régulière de noir de fumée. Nous lançons notre toupie sur cette surface noircie et elle y dessinera en blanc sur fond noir des arabesques assez jolies (fig. 29).

9. Le couronnement de vos efforts sera la toupie-carrousel. Elle est d'ailleurs plus facile à faire que vous ne le croyez. Le disque et la tige de l'axe sont les mêmes que ceux de la toupie en couleur que nous connaissons déjà. On enfonce dans le disque des petits drapeaux de couleur et on colle symétriquement à l'axe des silhouet-

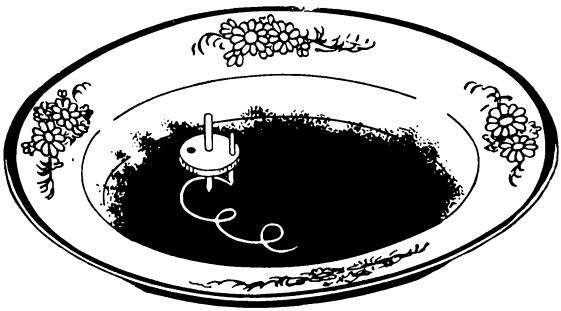


Fig. 29

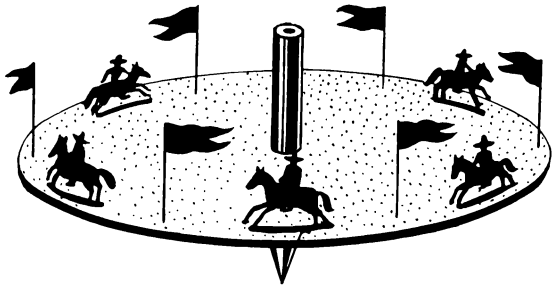


Fig. 30

tes de cavaliers à cheval ; et voila : un petit carrousel pour amuser votre petit frère ou votre petite sœur est prêt (fig. 30) !

LE CHOC

Deux canots, deux wagons de tramways ou deux boules de croquet s'entrechoquent, est-ce un accident ou seulement un jeu ? Le physicien désignera un tel événement par un mot court : le choc. Le choc ne dure qu'un instant, mais si les objets qui s'entrechoquent sont élastiques, comme c'est ordinairement le cas, alors dans cet instant il se produit beaucoup de choses. Dans chaque choc élastique, le physicien distingue trois périodes. Pendant la première période du choc, les deux objets entrechoqués se compriment à l'endroit où ils se touchent. Alors commence la seconde période du choc, quand la compression mutuelle atteint sa valeur maximum. La réaction intérieure des corps en réponse à la compression arrête toute compression, car elle équilibre la force de pression. Pendant la troisième période du choc, la force de réaction tend à rétablir la forme du corps déformé pendant la

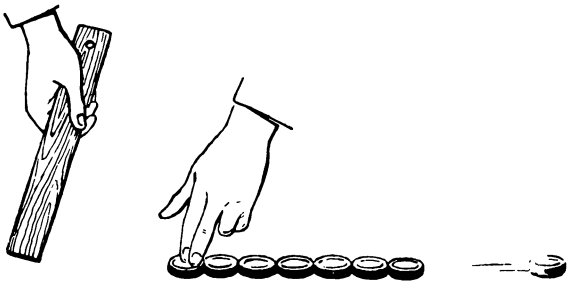


Fig. 31

première période, repousse les corps dans des directions opposées : il y a en quelque sorte un retour du choc à l'objet frappant. Nous observons en réalité, que si, par exemple, une boule de croquet frappe une autre boule immobile de même poids, par suite du contre-choc, la boule percutante reste sur place, tandis que la boule qui était immobile roule plus loin avec la vitesse de la première boule.

Il est très intéressant d'observer ce qui a lieu quand la boule percute toute une file de boules disposées en ligne droite et qui se touchent. Le choc reçu par la première boule passe par toute la file, mais toutes les boules restent en place, sauf la dernière boule, la plus éloignée de l'endroit du choc, qui roule rapidement, n'ayant plus à qui passer le choc et de qui le recevoir en retour.

Cette expérience peut être faite avec des boules de croquet, mais on peut aussi bien la réussir avec les pions d'un jeu de dames ou des pièces de monnaie. On peut disposer les pions en très longue file, en ligne droite, mais de façon à ce qu'ils se touchent obligatoirement. En maintenant avec la main le premier pion, si vous le

frappez, sur son arête, avec une règle en bois, vous verrez se déplacer le dernier pion et rester en place tous les pions intermédiaires.

L'ŒUF DANS LE VERRE

Dans les cirques, les clowns étonnent parfois le public lorsqu'ils retirent la nappe d'une table servie, en laissant en place toute la vaisselle, les assiettes, les verres et les bouteilles. Il n'y a ici ni miracle, ni tromperie. C'est un tour d'adresse dû à une longue pratique.

Evidemment, vous n'atteindrez pas une telle dextérité de vos mains ; mais faire une expérience de ce genre en plus petit, ne présente aucune difficulté. Mettez sur la table un verre à moitié rempli d'eau, et une carte postale (mieux vaut une moitié de carte), ensuite demandez aux adultes de vous préter une alliance, la plus grande possible (d'homme) et préparez un œuf dur. Disposez tous vos quatre objets ainsi : recouvrez le verre d'eau avec la carte postale, placez dessus l'anneau et sur l'anneau l'œuf debout. Peut-on retirer la carte de manière que l'œuf ne roule à terre?

A première vue c'est aussi difficile que de retirer la nappe sans renverser la vaisselle qui

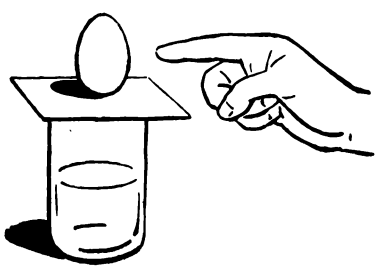


Fig. 32

se trouve dessus. Vous arriverez pourtant à faire cette chose compliquée par une chiquenaude sur le bord de la carte. La carte est chassée et s'envole à l'autre bout de la chambre et l'œuf... l'œuf avec l'anneau se retrouve intact dans le verre d'eau. L'eau amortit le choc et protège la coquille.

Lorsque vous aurez atteint une adresse suffisante, vous pourrez risquer cette expérience avec un œuf cru.

L'explication de ce petit miracle réside dans la faible durée du choc : l'œuf ne peut pas recevoir de la carte une vitesse tant soit peu sensible, tandis que la carte qui a reçu directement le choc réussit à s'échapper ; resté sans appui, l'œuf tombe verticalement dans le verre.

Si vous n'arrivez pas à faire ce tour de suite, entraînez-vous avec une expérience du même genre, mais plus facile. Mettez sur la paume de votre main une moitié de carte postale et dessus une pièce de monnaie assez lourde. Ensuite par une chiquenaude, chassez la carte de sous la pièce. La carte s'envolera et la pièce restera dans votre main. Le résultat s'obtient facilement si, au lieu d'une carte postale, vous prenez un billet cartonné de chemin de fer.

UNE CASSURE EXTRAORDINAIRE

Les prestidigitateurs effectuent souvent sur l'estrade une belle expérience qui semble, à première vue, étonnante et extraordinaire. Une baguette assez longue est suspendue par ses extrémités à des anneaux, qui eux, sont passés, l'un sur la lame d'un rasoir et l'autre sur une pipe fragile ; le prestidigitateur prend alors une autre baguette et frappe à toute volée sur celle

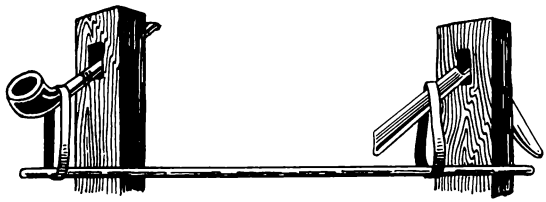


Fig. 33

qui est suspendue. Résultat : il la casse, tandis que les anneaux en papier restent intacts.

L'explication de cette expérience est la même que celle de la précédente. Le choc est tellement rapide et son action tellement brève, que ni les anneaux en papier, ni les extrémités de la baguette, n'ont le temps de recevoir un déplacement quelconque. Seule se déplace, la partie de la baguette qui a reçu directement le choc ; c'est à cause de cela que la baguette se casse. Le secret du succès est, par conséquent, un choc rapide et sec. Un choc lent, appliqué avec molesse, ne cassera pas la baguette, mais déchirera par contre les anneaux en papier.

Des prestidigitateurs très adroits trouvent moyen de casser des bâtons posés sur les bords de verres fins et très fragiles, qui restent intacts.

Je ne vous raconte pas ceci dans le but de vous proposer de pareils tours de passe-passe. Vous devrez vous contenter d'expériences de ce genre, mais plus modestes. Placez sur les bords d'une table basse ou d'un banc deux crayons, de manière que l'une des extrémités dépasse librement le bord. Mettez sur ces extrémités une baguette longue et fine. Par le choc rapide et sec du tranchant d'une règle au milieu de la baguette, vous la briserez en deux, mais les

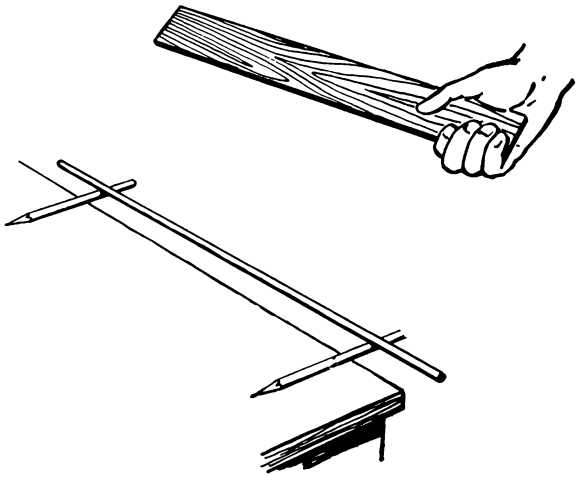


Fig. 34

crayons sur lesquels elle s'appuyait resteront en place.

Après cela, vous comprendrez pourquoi il est impossible de casser une noix avec une pression forte mais lente de la paume, mais que par contre il est très facile de la casser par un fort coup de poing. Dans ce dernier cas, le choc n'a pas le temps de se propager dans la partie charnue de notre poing et nos muscles tendres, ne cédant pas à l'action de la noix, agissent sur celle-ci comme un corps solide.

Pour la même raison, une balle ne perce dans une vitre qu'un petit trou rond, alors qu'un caillou, jeté avec la main, c'est-à-dire plus lentement, la brise en mille morceaux. Un choc encore plus lent fait tourner le chassis de la fenêtre sur ses gonds, ce que ni la balle, ni le caillou ne peuvent faire.

Enfin, la coupe d'une tige végétale avec un coup de baguette est un autre exemple de ce phénomène. En appuyant lentement avec la baguette, même avec un grand effort, vous ne couperez pas la tige, mais l'inclinerez seulement sur le côté. En frappant à toute volée, vous la couperez à coup sûr, à condition toutefois que la tige ne soit pas trop forte. Ici, comme dans le cas précédent, le choc n'a pas le temps de se propager dans toute la tige. Il ne se concentre que sur une petite partie directement soumise à son action et qui en subit toutes les conséquences.

A LA MANIÈRE D'UN SOUS-MARIN

Un œuf frais coule dans l'eau. Ceci est connu de chaque bonne ménagère. Pour s'assurer si les œufs achetés sont frais, elle utilise justement ce moyen : si l'œuf va au fond, il est frais, s'il surnage, il n'est pas mangeable. Le physicien déduit de cette observation que l'œuf frais pèse plus que son volume d'eau pure déplacé. Je dis « pure », car l'eau salée, par exemple, pèse plus ; on peut préparer une solution de sel tellement concentrée, que l'œuf sera plus léger que la solution déplacée par lui. Dans une telle eau, suivant la loi découverte il y a bien longtemps par Archimède, l'œuf le plus frais surnagera.

Vous pouvez utiliser vos connaissances pour l'expérience instructive suivante : faire en sorte qu'un œuf ni coule et ni surnage, mais soit comme « suspendu » à l'intérieur du liquide. Pour cela, il faut préparer une solution de sel de cuisine d'une telle concentration que l'œuf qui y est plongé déplace autant d'eau salée qu'il pèse lui-même. On ne peut obtenir une telle solution qu'après quelques essais : en ajoutant un peu

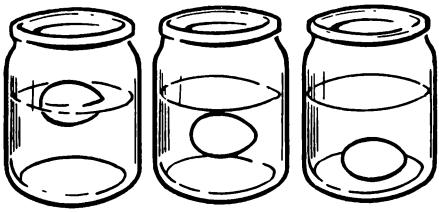


Fig. 35

d'eau pure si l'œuf émerge ou en ajoutant de la solution plus salée s'il tombe au fond. Avec un peu de patience, vous arriverez à obtenir une solution dans laquelle l'œuf restera suspendu.

Un sous-marin se trouve dans une position analogue. Il ne peut se maintenir au-dessous du niveau de l'eau, sans tomber au fond que lorsqu'il pèse autant que l'eau qu'il déplace. Pour lui donner un tel poids, les matelots remplissent ses citernes avec de l'eau du milieu ambiant, et quand il doit émerger, ils vident les citernes en pompant l'eau.

L'AIGUILLE FLOTTANTE

Peut-on faire flotter une aiguille d'acier sur l'eau comme un brin de paille? A première vue c'est impossible: un morceau d'acier, si petit soit-il, doit absolument couler dans l'eau.

C'est ainsi que pensent certains; si vous êtes de leur nombre, l'expérience suivante vous fera changer d'avis.

Prenez une aiguille à coudre ordinaire, mais pas trop grosse; enduisez-la légèrement d'huile ou de graisse et posez-la avec précaution à la surface de l'eau dans un bol, un seau ou un verre. A votre étonnement, l'aiguille ne coulera pas, elle se maintiendra à la surface.

Mais pourquoi ne coule-t-elle pas? L'acier est quand même sept fois plus lourd que l'eau.

Sans aucun doute, se trouvant sous l'eau, elle ne remonterait pas à la surface comme une allumette. Cela dit, notre aiguille ne coule pas dans l'eau. Pour en trouver la cause, examinons avec attention la surface près de l'aiguille flottante : près d'elle, l'eau forme un petit creux au fond duquel l'aiguille repose. La surface de l'eau est incurvée près de notre aiguille parce que, recouverte d'une mince pellicule de graisse, elle n'est pas mouillée par l'eau. Vous avez certainement remarqué, que lorsque vos mains sont grasses, l'eau versée sur elles laisse la peau sèche, c'est-à-dire ne la mouille pas. Les plumes des oies et des autres volatiles aquatiques sont toujours recouvertes d'une graisse, secrétée par des glandes spéciales ; c'est pourquoi l'eau n'y adhère pas. Ainsi, sans le savon, qui dissout la couche grasse et l'élimine de la peau, vous ne pouvez laver vos mains grasses, même à l'eau chaude. De mêmee l'aiguille grasse n'est pas mouillée par l'eau et se trouve de ce fait au fond d'un creux d'eau, maintenue par une pellicule d'eau qui tend à retrouver son niveau. C'est cette tendance de l'eau à niveler sa surface, incurvée par le poids de l'aiguille, qui repousse celle-ci de l'eau et ne lui donne pas la possibilité de couler.

Nos mains étant toujours un peu grasses, même sans la lubrifier spécialement, l'aiguille entre nos mains est déjà recouverte d'une mince pellicule grasse. On peut donc essayer de la faire flotter, sans la graisser spécialement ; il faut seulement s'ingénier à la mettre avec précaution sur l'eau. On peut le faire de la manière suivante : placer l'aiguille sur un morceau de papier à cigarettes et ensuite, en appuyant avec une autre aiguille sur le bord de la feuille de papier, faire couler toute la feuille dans l'eau : la feuille tombera au fond et l'aiguille restera à la surface.

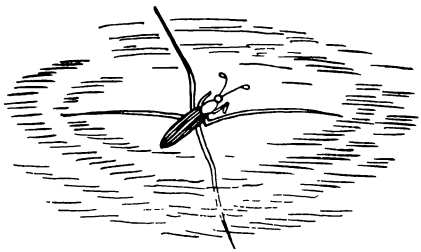


Fig. 36

Si vous avez l'occasion d'observer une hydromètre (fig. 36) qui marche à la surface des eaux, vous ne serez plus étonné. Vous devinerez sûrement que les pattes de l'insecte sont grasses et ne sont pas mouillées par l'eau et qu'il se forme dans l'eau autour d'elles de petits creux qui en s'efforçant de se redresser repoussent l'insecte vers le haut.

LA CLOCHE À PLONGEUR

Pour cette expérience très facile, on peut prendre une cuvette ordinaire, mais l'expérience sera plus commode à faire si vous disposez d'un bocal profond et large. En sus, nous aurons besoin d'un verre de grande taille ou d'un grand bocal, qui sera notre cloche à plongeur ; la cuvette remplie d'eau représentera, en miniature, la mer ou un lac.

Il n'y a vraisemblablement pas d'expérience plus facile. En tenant votre verre le fond vers le haut, vous le plongez au fond de la cuvette tout en le maintenant avec la main, pour que l'eau ne le repousse pas. Vous pouvez facilement remarquer que l'eau ne pénètre presque pas à l'intérieur du verre : l'air l'en empêche. Cela est encore plus spectaculaire quand sous le verre se trouve un objet facilement mouillable, par exemple, un

morceau de sucre. Pour cela mettez sur l'eau une rondelle de liège, posez-y le sucre, recouvrez le tout avec le verre. Maintenant, si vous abaissez le verre dans l'eau, le sucre, sur le liège, s'abaissera au-dessous du niveau de l'eau, mais restera sec. car l'eau ne pénétrera pas dans le verre.

On peut faire la même expérience avec un entonnoir en verre. Mais pour le plonger dans l'eau, l'évasement vers le bas, il faut fermer le trou avec le doigt. L'eau alors ne pénètre pas sous l'entonnoir; il suffit cependant d'enlever le doigt pour que l'air s'en échappe et que l'eau monte dans l'entonnoir jusqu'au niveau ambiant.

Vous voyez que l'air n'est pas « rien », comme on a l'habitude de le penser. Il occupe une certaine place qu'il ne veut pas céder aux autres, si il n'a pas d'endroit où aller.

Ces expériences nous montrent avec évidence comment les hommes peuvent travailler dans une cloche à plongeur ou dans des caissons. L'eau ne pénètre pas à l'intérieur de la cloche à plongeur ou du caisson, pour la même raison qu'elle ne monte pas dans notre verre pendant l'expérience.

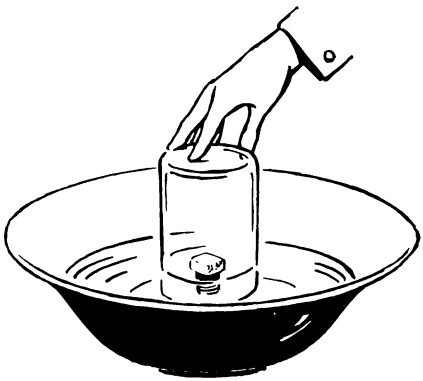


Fig. 37

L'expérience décrite ci-dessous est une des plus faciles à exécuter. C'est la première expérience de physique que j'ai faite dans mon enfance. Remplissez un verre d'eau, recouvrez-le d'une carte postale ou d'un morceau de papier et en maintenant légèrement la carte avec la main, retournez le verre, le fond vers le haut. Maintenant vous pouvez retirer la main, le papier ne tombera pas, si seulement il est absolument horizontal.

Dans cette position, vous pouvez hardiment transporter le verre d'un endroit à un autre, même avec plus de commodités que dans les conditions ordinaires : l'eau ne se répandra pas. A l'occasion, vous pourrez étonner vos amis en leur apportant de l'eau dans un verre renversé, s'ils vous demandent à boire...

Qu'est ce qui empêche la carte de tomber en surmontant le poids de l'eau qui se trouve au-dessus d'elle? C'est la pression de l'air. Elle agit sur l'extérieur de la carte avec une force facile à calculer, supérieure de beaucoup au poids des 200 g d'eau dans le verre.

Celui qui m'a montré pour la première fois cette expérience a fixé mon attention sur le fait que pour la réussite de l'expérience, l'eau doit remplir le verre jusqu'au bord. Si elle n'occupe qu'une partie du verre, le restant étant occupé par l'air, l'expérience peut ne pas réussir. L'air se trouvant dans le verre, équilibrera la pression de l'air extérieur ; la pression qui en résultera sur le papier devrait le faire tomber.

Ayant appris cela, je résolus de faire l'expérience avec un verre rempli partiellement, pour voir moi-même ce qu'il adviendrait du papier. Figurez-vous mon étonnement, quand je vis que

Fig. 38

le papier ne tombait pas! Ayant répété cette expérience plusieurs fois, je m'assurai que la carte tenait aussi bien qu'avec un verre plein.

Cela me servit de leçon pratique pour savoir comment on doit étudier les phénomènes de la nature. Dans les sciences naturelles le juge suprême doit être l'expérience. Chaque théorie, si vraisemblable qu'elle nous paraisse, doit être vérifiée par l'expérience.

« Contrôlons et vérifions », telle était la règle des premiers naturalistes, les académiciens florentins du XVIIe siècle ; elle l'est également pour le physicien du XXe siècle.

Et si l'expérience ne confirme pas la théorie, il faut chercher ce qui est faux dans la théorie.

Dans notre cas, il n'est pas difficile de trouver en quoi nous nous trompons dans nos raisonnements. Maintenons le verre partiellement rempli dans sa position renversée et décollons avec précaution un des coins du papier. Nous verrons

alors qu'une bulle d'air passera à travers l'eau. Qu'est-ce que cela montre? Bien sûr, que l'air qui est dans le verre est raréfié par rapport à l'air de l'extérieur; autrement l'air extérieur ne se précipiterait pas dans l'espace au-dessus de l'eau. Tout s'explique ainsi. De l'air reste dans le verre, mais il est plus raréfié que l'air extérieur; par conséquent, il presse moins sur le papier. Apparemment, lorsque l'on renverse le verre, l'eau, qui descend, en chasse une partie de l'air, ce qui fait que dans le même volume, mais au-dessus de l'eau, il est moins dense.

Vous voyez, que même les expériences de physique les plus simples, lorsqu'on leur prête attention, peuvent provoquer de sérieuses réflexions. Ce sont ces petites choses qui mènent aux grandes découvertes.

SORTIR LA PIÈCE DE L'EAU SANS SE MOUILLER

Vous vous rendez compte maintenant, que l'air ambiant exerce une pression sensible sur tous les objets qu'il entoure. L'expérience que nous allons décrire mettra encore plus en évidence l'existence de ce que les physiciens appellent la « pression atmosphérique ».

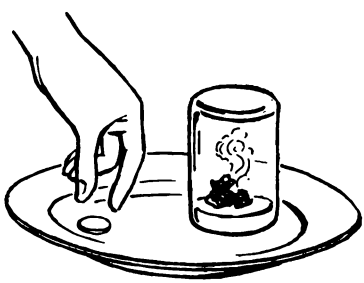


Fig. 39

Placez une pièce de monnaie ou un bouton métallique sur une assiette plate et versez-y de l'eau. La pièce se trouvera sous l'eau. L'enlever avec les mains sans les mouiller et sans vider l'eau est bien sûr impossible, direz-vous. Vous vous trompez, c'est au contraire très facile.

Voici comment il faut procéder. Mettez un morceau de papier enflammé à l'intérieur d'un verre, attendez que l'air soit chaud et renversez le verre sur l'assiette à côté de la pièce (la pièce ne doit pas se trouver sous le verre). A présent, regardez ce qui va se passer. Il ne faudra pas attendre longtemps. La flamme s'éteindra tout de suite dans le verre et l'air qui s'y trouve commencera à se refroidir. Au fur et à mesure de son refroidissement, l'eau de l'assiette sera comme aspirée dans le verre et s'y rassemblera bientôt dans sa totalité libérant le fond de l'assiette.

Attendez une minute pour que la pièce soit sèche et prenez-la sans vous mouiller les doigts.

Il n'est pas difficile de comprendre la cause de ce phénomène. En chauffant, l'air qui est dans le verre s'est dilaté, comme tous les corps chauds, et son excédent de volume est sorti du verre. Quand l'air restant a commencé à se refroidir, il n'en est plus resté assez dans le verre pour équilibrer la pression atmosphérique et l'eau sous le verre, subissant une moindre pression que sur la surface libre de l'assiette, est chassée de celle-ci dans le verre. Donc, l'eau n'est pas aspirée par le verre, comme on pourrait le croire, mais, au contraire, est poussée de l'extérieur dans le verre.

Maintenant, comme vous connaissez la cause de ces phénomènes, vous comprendrez, pourquoi il n'est pas indispensable, pour effectuer l'expérience, d'utiliser un papier enflammé ou un tampon de coton imbibé d'alcool allumé et, en

général, une flamme quelconque. Il suffit de rincer le verre à de l'eau bouillante et l'expérience réussit tout aussi bien. Tout ce qu'il faut, c'est chauffer l'air dans le verre : le moyen par lequel vous le ferez est absolument indifférent.

Il est facile de faire cette expérience autrement. Ayant bu votre thé, renversez votre verre pendant qu'il est encore chaud sur votre soucoupe dans laquelle vous avez versé un peu de thé, à l'avance, pour qu'il ait le temps de se refroidir. En une minute ou deux, tout le thé de la soucoupe se rassemblera sous le verre.

LE PARACHUTE

Dans une feuille de papier fin, du genre papier à cigarettes, découpez un cercle de plusieurs dizaines de centimètres de diamètre. Au milieu du cercle faites un trou circulaire, de 5-6 cm de diamètre. Attachez aux bords du grand cercle des fils de même longueur en les passant par des trous pratiqués dans le papier. Prenez un objet quelconque de faible poids, attachez-le

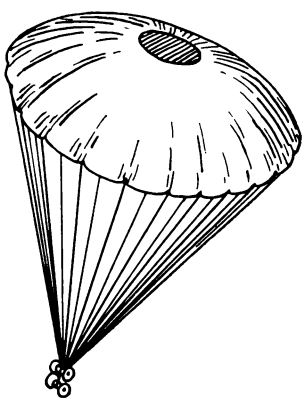


Fig. 40

aux extrémités des fils. Voilà toute la construction de votre parachute, semblable en plus petit à celui qui sauve la vie aux aviateurs, qui doivent quitter, pour une raison ou une autre, leur avion en vol.

Pour voir comment fonctionne votre parachute, laissez le tomber de l'étage supérieur, la charge en bas. Son poids tendra les fils et le cercle de papier se redressera, le parachute descendra lentement et se posera en douceur sur le sol. Cela — par temps calme. Et s'il y a du vent, même faible? Votre parachute sera alors soulevé et s'éloignera de la maison, pour aller se poser quelque part au loin.

Plus sa coupole est grande, plus vous pourrez charger le parachute (la charge est indispensable pour que le parachute ne soit pas renversé), il descendra d'autant plus doucement par temps calme, et il voyagera d'autant plus loin, poussé par le vent.

Mais pourquoi le parachute se maintient-il si longtemps? Bien sûr, vous devinez que l'air l'empêche de tomber : qu'il n'y ait pas de coupole en papier attachée à la charge et elle tombera rapidement à terre. La feuille de papier augmente la surface de l'objet tombant en n'ajoutant presque rien à son poids. Plus la surface de l'objet est grande, plus sa résistance à l'air est grande.

Si vous avez compris cela, vous comprendrez, pourquoi la poussière tourbillonne dans l'air. Ordinairement, on dit que la poussière est plus légère que l'air. C'est absolument faux.

Qu'est-ce qu'une particule de poussière? C'est une particule de pierre, d'argile, de métal, de bois, de cendres, etc. Tous ces matériaux sont bien plus lourds que l'air : les pièrres — 1500 fois, le fer—6000 fois, le bois—300 fois, etc. Les parti-

cules de poussière ne sont pas plus légères que l'air, mais au contraire, beaucoup plus lourdes que lui, elles ne peuvent donc y nager comme des copeaux de bois dans l'eau.

De ce fait, toute particule poussiéreuse de corps solide ou liquide se trouvant dans l'air, doit obligatoirement tomber. Elle tombe, mais très lentement et sa chute se déroule à peu près comme celle du parachute. En effet dans les très petites particules la surface ne diminue pas dans la même proportion que le poids. Autrement dit, les petites particules ont une surface très grande par rapport à leur poids. Si l'on compare un grain de plomb avec une balle de fusil ronde, 1000 fois plus lourde, la surface du grain de plomb ne sera inférieure à la surface de la balle que de 100 fois. Ceci veut dire que la surface du grain de plomb comparée à son poids est dix fois supérieure à celle de la balle. Supposons que le grain de plomb continue à rapetisser jusqu'à ce qu'il devienne un million de fois plus léger que la balle, c'est-à-dire qu'il devient une particule de poussière. Cette particule aura alors la surface, comparée à son poids, 10 000 fois plus grande que celle de la balle. L'air freinera son déplacement 10 000 fois plus fortement que celui de la balle. Grâce à cela, elle plane dans l'air, c'est-à-dire qu'elle tombe très lentement et s'envole vers le haut au moindre souffle de vent.

LE SERPENT ET LE PAPILLON

Découpez, dans une carte postale, ou dans une feuille de papier fort un cercle correspondant à l'ouverture d'un verre. Ensuite, avec des ciseaux découpez le cercle en spirale, comme un serpent enroulé ; piquez l'extrémité de la queue

du serpent sur la pointe d'une aiguille à tricoter, elle-même enfoncée dans un bouchon de liège, après avoir fait auparavant un petit creux dans le papier en l'appuyant. Les volutes du serpent s'abaisseront, formant un semblant d'escalier en spirale. Maintenant le serpent est prêt. On peut l'utiliser dans des expériences. Placez le serpent près d'un fourneau allumé ; il commencera à tourner d'autant plus vite que le fourneau est plus chaud. En général, près de chaque objet chaud (lampe, bouilloire, etc.) le serpent tournera plus ou moins rapidement et sans arrêt, tant que corps reste chaud. Le serpent tournera très vite, si on le suspend au-dessus d'une lampe à pétrole, assez haut pour ne pas le brûler, en nouant sa queue avec un fil (fig. 42).

Qu'est-ce qui fait tourner le serpent ? La même chose qui fait tourner les ailes d'un moulin à vent : le mouvement de l'air. Près de chaque corps chaud il y a un courant d'air chaud, qui doit s'élever, vers le haut. En effet l'air, comme tout corps chauffé (à part l'eau glacée), se dilate, et, par conséquent, se raréfie et devient plus

Fig. 41

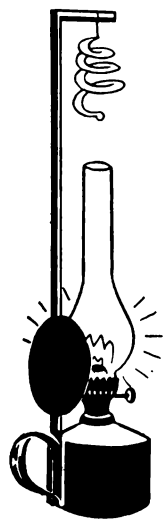


Fig. 42

léger. L'air ambiant, plus froid et, par suite, plus dense, le supplante en le forçant à s'élever, mais en se réchauffant, subit son sort et est évincé par une nouvelle portion d'air froid. Ainsi, chaque corps chauffé crée, au-dessus de soi, un courant d'air ascendant qui circule, tout le temps que le corps est plus chaud que l'air ambiant. Autrement dit, il souffle vers le haut de chaque corps chauffé un vent tiède insensible. C'est lui qui, en rencontrant les volutes de notre serpent en papier, le fait tourner, comme le vent fait tourner les ailes d'un moulin.

A la place d'un serpent, on peut faire tourner un papier d'une autre forme, par exemple celle du papillon. Il est préférable de le découper dans du papier à cigarettes et de le suspendre en son milieu par un fil très fin ou un cheveu. Suspendez un tel papillon au-dessus d'une lampe et il tournera comme s'il était vivant. De plus, le papillon projette sur le plafond son ombre, qui répétera en plus grand tous ses mouvements tournants. Une personne non avertie croira qu'un grand papillon noir est entré dans la chambre et vole convulsivement sous le plafond.

On peut encore faire ceci : piquer le papillon en papier sur la pointe d'une aiguille plantée dans un bouchon de telle sorte que le papillon se tienne en équilibre (il faudra faire plusieurs essais pour trouver le centre de gravité de notre papillon). Si un corps chaud se trouve à proximité, le papillon tournera rapidement. Un tel moulinet tourne même à la seule approche de la paume de la main.

Nous rencontrons à chaque pas le phénomène de la dilatation de l'air chaud et de son courant ascendant.

Tout le monde sait que dans une chambre chauffée, l'air le plus chaud s'accumule sous le

plafond et que le plus froid s'écoule vers le plancher. D'où, quand la chambre est insuffisamment chauffée, il nous semble qu'un souffle froid nous passe dans les jambes. Si l'on entrouvre la porte d'une chambre chaude dans une chambre froide, l'air froid entre par le bas et l'air chaud s'écoule par le haut. La flamme d'une bougie placée près de la porte montre la direction de ces courants. Si vous voulez conserver la chaleur dans une chambre chauffée, vous devez rendre hermétique le dessous de la porte pour que l'air froid n'entre pas. Pour cela il suffit de fermer cette fente par un paillasson ou même une feuille de journal. Alors l'air chaud ne sera pas déplacé d'en bas par l'air froid et ne pourra sortir par la fente supérieure de la porte.

Et qu'est-ce le tirage dans un fourneau ou dans une cheminée d'usine? Pas autre chose qu'un courant d'air ascendant.

Nous pourrions encore raconter beaucoup de choses sur les courants chauds et froids dans notre atmosphère, les vents alizés et les moussons, les brises, etc., mais cela nous mènerait trop loin.

LA GLACE DANS UNE BOUTEILLE

Est-il facile en hiver d'obtenir de la glace dans une bouteille? A première vue, rien de plus facile si dehors il gèle. Emplir la bouteille d'eau, la mettre en dehors et laisser agir le froid qui gèlera l'eau; vous aurez ainsi une bouteille pleine de glace.

Cependant, si vous faites cette expérience, vous vous assurerez que ce n'est pas facile. On obtient la glace, mais il n'y a plus de bouteille, elle éclate sous la pression de la glace qui se congèle. C'est dû à ce que l'eau en gelant aug-

Fig. 43

mente assez sensiblement de volume, environ d'un dixième. La dilatation a lieu avec une telle force que non seulement les bouteilles bouchées sont brisées, mais également celles qui restent ouvertes : le goulot est arraché par la glace qui se dilate sous lui, l'eau gelée dans le goulot s'étant transformée en un bouchon qui ferme la bouteille.

La force de dilatation de l'eau qui gèle peut rompre même le métal, si son épaisseur n'est pas trop grande. L'eau pendant le gel brise les parois d'une bombe en acier de 5 cm d'épaisseur. Il n'est pas étonnant que les conduites d'eau se fendent par la gelée.

La dilatation de l'eau en gelant explique que la glace flotte sur la surface de l'eau et ne tombe pas au fond. Si lors de sa solidification, l'eau se contractait comme presque tous les liquides, la glace formée dans l'eau ne surnagerait pas, mais coulerait et nous ne bénéficierions

plus alors des services que nous rend chaque hiver

...le père gel,
Notre bateau et notre locomotive
Naturels et bon marché.

COUPER UN BLOC DE GLACE EN LE LAISSANT INTACT

Vous avez certainement entendu, que les morceaux de glace se soudent par pression. Cela ne veut pas dire que les morceaux de glace gèlent encore plus quand on appuie sur eux. Au contraire, lors d'une forte pression, la glace fond, mais l'eau froide ainsi formée gèle à nouveau dès que la pression cesse, parce que sa température est inférieure à 0°C. Quand nous pressons des morceaux de glace, la glace fond aux points de contact et l'eau liquide se répand dans les interstices où la pression ne s'exerce pas ; elle s'y congèle, parce que sa température est un peu inférieure à 0°C, et soude ainsi les morceaux de glace en un seul morceau.

Ce phénomène se nomme le regel de la glace. Il se vérifie par la belle expérience suivante, que vous pouvez effectuer vous-même. Choisissez un bloc de glace et appuyez ses extrémités sur deux tabourets, deux chaises ou sur autre chose quelconque. Mettez en travers un fil de fer de 80 cm de long et d'environ 0,5 mm ou un peu moins de diamètre. Aux extrémités du fil de fer, suspendez deux objets lourds, d'un poids de 10 kg environ. Sous l'action de la charge, le fil de fer s'enfonce dans le bloc de glace et le traverse lentement, mais le bloc reste intact. Prenez-le hardiment entre vos mains, il est absolument entier, comme s'il n'avait pas été coupé en deux.

Après ce qui a été dit sur la congélation de la glace, vous comprendrez ce phénomène bizarre.

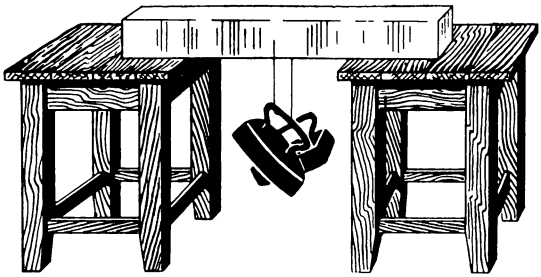


Fig. 44

Sous la pression du fil de fer, la glace fond, mais l'eau formée passant au-dessus du fil de fer, n'y subit plus de pression et regèle. Autrement dit, pendant que le fil de fer coupait les couches inférieures, les couches supérieures regelaient.

La glace est la seule matière dans la nature avec laquelle on peut faire une pareille expérience. Et c'est pourquoi on peut y circuler en traîneau et patiner. Quand le patineur appuie le poids de son corps sur les patins, la glace fond sous cette pression (si le froid n'est pas trop intense) et le patin glisse ; en passant à un autre endroit, le patin y fait aussi fondre la glace. Partout où le patineur pose le pied, il transforme sous son patin d'acier une mince couche de glace en eau qui, libérée de la pression, gèle aussitôt à nouveau. Et bien que la glace soit séchée (pendant la gelée), sous les patins, elle est toujours mouillée. Et c'est ce qui explique qu'elle est glissante.

LA TRANSMISSION DU SON

Avez-vous eu l'occasion d'observer de loin un bûcheron abattant un arbre? Ou peut-être avez-vous vu un menuisier qui travaillait loin de vous, enfoncer des clous? Cela vous aurait

permis de remarquer une chose bizarre, le bruit du choc ne se fait pas entendre quand la hache s'abat sur l'arbre ou quand le marteau frappe sur le clou, mais plus tard, quand la hache ou le marteau sont relevés.

Si vous avez l'occasion de l'observer encore une fois, déplacez-vous un peu en arrière ou en avant, et après quelques essais, vous trouverez l'endroit, où le bruit des coups de hache ou de marteau se fait entendre juste au moment ou vous voyez le coup. Revenez à votre ancienne place et vous remarquerez à nouveau la non-correspondance du bruit et du coup.

A présent, vous pouvez plus facilement deviner la cause de ces phénomènes énigmatiques. Le bruit met un certain temps pour arriver de l'endroit où il est émis jusqu'à votre oreille; la lumière, elle, parcourt cette distance pratiquement instantanément. Il peut arriver que pendant que le bruit se déplace dans l'air jusqu'à votre oreille, la hache ou le marteau ont eu le temps de se relever pour un nouveau coup. Alors l'œil verra ce que l'oreille n'entendra pas et vous aurez l'impression que le coup correspond à la levée de l'outil et non à son abaissement. Mais si vous reculez, ou vous avancez, à la distance que le son parcourt pendant le temps d'un coup de hache, alors, au moment où le bruit arrivera à votre oreille, la hache aura eu le temps de s'abaisser à nouveau. Alors, évidemment, vous verrez et entendrez simultanément le coup avec le bruit, mais ce seront des coups différents: vous verrez le dernier coup, mais vous entendrez le bruit du précédent ou même de celui porté encore plus tôt.

Quelle distance le son parcourt-il dans l'air en 1 seconde? Cela a été mesuré avec précision, mais on peut approximativement compter 1/3 de

kilomètre. Le son parcourt chaque km en 3 secondes et si le bûcheron, abattant l'arbre, lève sa hache deux fois par seconde, alors il vous suffira de vous trouver à une distance de 160 m pour que le bruit de la hache corresponde avec celui de sa levée. Quant à la lumière, elle parcourt dans l'air chaque seconde une distance presque un million de fois plus grande que le son. C'est dire que pour toutes les distances terrestres, vous pouvez considérer la vitesse de la lumière comme instantanée.

Le son se propage non seulement dans l'air, mais aussi à travers les autres corps gazeux, ainsi que liquides et solides. Dans l'eau le son se déplace quatre fois plus vite que dans l'air et on y entend distinctement chaque bruit. Les ouvriers qui travaillent sous l'eau, dans des caissons, entendent parfaitement les bruits du rivage. Les pêcheurs vous diront que les poissons s'enfuient au moindre bruit suspect qui se produit sur la berge.

Les corps solides élastiques comme la fonte, le bois et les os transmettent le son encore mieux et plus vite. Placez votre oreille à l'extrémité d'un long pieu ou d'un tronc d'arbre et demandez à un camarade de frapper avec l'ongle ou un bâtonnet sur l'extrémité opposée; vous entendrez le son retentissant du choc transmis par toute la longueur du pieu. Si tout est suffisamment silencieux autour, on peut même entendre le tic-tac d'une montre appliquée à l'autre extrémité. Le son se transmet bien, également, à travers les rails d'acier, les poutres, les tuyaux en fonte et même le sol. En collant son oreille à terre, on peut entendre le bruit produit par les sabots d'un cheval, bien avant que le son ne s'en transmette dans l'air et de même le bruit d'une canonnade si lointaine que son bruit n'ar-

rive pas à franchir l'air. Seules les matières solides élastiques permettent une si bonne transmission du son ; les tissus souples, les matériaux friables, non élastiques transmettent très mal le son, ils l'absorbent.

LA CLOCHE

J'ai déjà cité précédemment les os au nombre des matières qui transmettent bien le son. Voulez-vous vous assurer que les os de votre propre crâne ont cette propriété ? Prenez une montre entre les dents et bouchez-vous les oreilles. Vous entendrez distinctement les bruits réguliers du balancier sensiblement plus forts que le tic-tac transmis à votre oreille par l'air. Ces bruits arrivent à votre oreille par les os de votre tête.

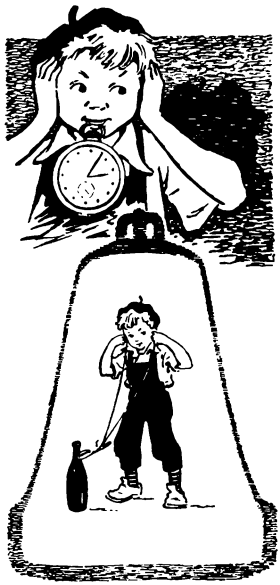


Fig. 45

Voici encore une expérience amusante, montrant la bonne transmission du son par les os du crâne. Prenez une ficelle et attachez en son milieu une cuillère à soupe (la ficelle doit avoir deux extrémités libres). Bouchez-vous les oreilles et appuyez-y ces extrémités; avancez le corps en avant de manière à ce que la cuillère puisse se balancer librement, choquez-la contre un corps solide quelconque. Vous entendrez alors un son grave, comme si une cloche sonnait près de votre oreille.

L'expérience réussit encore mieux avec un objet plus lourd que la cuillère.

L'OMBRE ÉPOUVANTABLE

— Veux-tu voir quelque chose d'extraordinaire? me dit mon frère aîné. Viens avec moi dans la chambre voisine.

La chambre n'était pas éclairée. Mon frère prit une bougie allumée et nous y allâmes. Bravement, je marchai, en avant, j'ouvris la porte et le premier j'entrai dans la chambre. Je m'arrêtai alors saisi d'effroi: sur le mur un monstre épouvantable me regardait avec des yeux flamboyants.

Je dois dire que j'eus vraiment peur et sans le rire de mon frère je crois que je me serais enfui.

En y regardant de plus près, je compris tout: la glace accrochée au mur était complètement recouverte d'une feuille de papier à l'exception d'endroits, où étaient découpés deux yeux, un nez et une bouche; mon frère dirigeait la lumière de la bougie de manière à faire coïncider exactement la réflexion de ces endroits avec mon ombre.

J'étais très confus. J'avais eu peur de ma propre ombre...

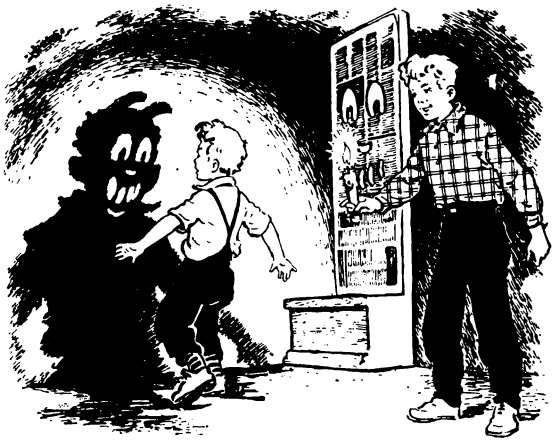


Fig. 46

Peu après cela j'essayais de jouer le même tour à un camarade. Je m'aperçus alors que ce n'était pas facile du tout de disposer la glace de manière convenable. Il fallut que je m'exerce assez longtemps avant d'acquérir l'adresse nécessaire. Les rayons lumineux se réfléchissent de la glace suivant une règle bien précise : l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion. Quand j'eus appris cette règle, il me fut facile de savoir comment disposer ma bougie par rapport à la glace pour faire apparaître les taches lumineuses juste à l'endroit voulu de l'ombre.

MESURER L'INTENSITÉ DE LA LUMIÈRE

Soit une bougie à une distance donnée d'un objet quelconque. Si vous la placez à une distance deux fois plus grande, elle éclairera moins bien, mais de combien de fois? Deux fois? Non, car si vous placez à cette distance double deux

bougies, elles n'éclaireront pas de la même façon que la première bougie. Pour obtenir cet éclairement, il faut placer à une distance double non pas deux bougies mais quatre; à une distance triple, il faudra 3 fois 3, c'est-à-dire 9 bougies, etc. Cela montre que si la distance est double, l'éclairement diminue de quatre fois; si elle est triple, de 9 fois; si elle est quadruple, de 16 fois; si elle est quintuple, de 25 fois, etc.

Telle est la loi de l'affaiblissement de l'éclairement avec la distance *.

Connaissant cette loi, nous pouvons l'utiliser pour comparer entre elles les intensités lumineuses de deux lampes et, en général, de deux sources lumineuses différentes. Vous voulez savoir, par exemple, combien de fois votre lampe éclaire plus qu'une simple bougie; autrement dit, vous voulez déterminer combien il faudrait de bougies ordinaires pour remplacer cette lampe et obtenir un éclairage identique.

Pour cela, allumez la lampe et la bougie à un bout de la table et à l'autre bout placez verticalement une feuille de carton blanc (en la maintenant, par exemple, entre les feuilles de deux livres). Devant cette feuille, à une faible

---

* Remarquons au passage, que la loi de l'affaiblissement du son est la même: à une distance six fois plus grande, le son s'affaiblit de 36 fois. Cela explique pourquoi au théâtre le chuchotement de votre voisin couvre la voix haute de l'acteur sur la scène. Si la scène se trouve à une distance 10 fois plus grande que votre voisin, la voix de l'acteur s'affaiblit de 100 fois par rapport à ce qu'elle serait si elle partait de votre voisin. Il n'est pas étonnant qu'elle soit pour vous plus faible que le chuchotement. Pour cette même raison, il est indispensable que les écoliers observent le silence en classe pendant les explications de l'instituteur. Les mots de l'instituteur atteignent les élèves (surtout ceux qui sont assis au fond) tellement affaiblis, que même le faible chuchotement du voisin les couvre complètement.

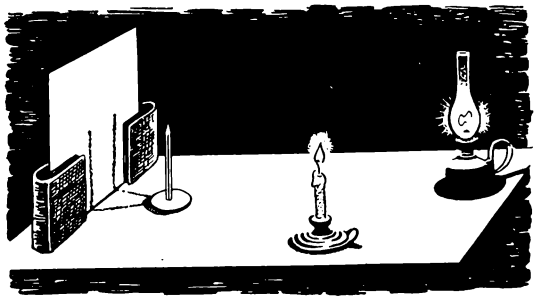


Fig. 47

distance de celle-ci, disposez une tige opaque (par exemple, un crayon); elle projettera deux ombres sur le carton: l'une produite par la lampe, et l'autre, par la bougie. Ces ombres sont d'un gris différent, parce qu'éclairées différemment: l'une, par une lampe claire et l'autre, par une bougie terne. Approchez la bougie, de façon à obtenir une teinte identique des deux ombres. Cela indiquera qu'à ce moment l'éclairement de la lampe est égal à celui de la bougie. Cependant la lampe se trouve plus loin du carton éclairé que la bougie. Mesurez de combien de fois elle est plus loin et vous pourrez déterminer de combien de fois l'intensité lumineuse de la lampe est supérieure à celle de la bougie. Si par exemple, la lampe est 3 fois plus éloignée du carton que la bougie, alors son intensité lumineuse est $3 \times 3 = 9$ fois plus grande que celle de la bougie.

C'est facile à comprendre, si l'on se souvient de la loi de l'affaiblissement de l'éclairement avec la distance. Pour comparer l'intensité de deux sources de lumière, on peut aussi utiliser une tache d'huile sur un papier. Une telle tache est translucide quand la lumière l'éclaire par

derrière, et paraît sombre, quand elle est éclairée par devant. On peut disposer les sources lumineuses à comparer sur les deux côtés de la tache à des distances telles que la tache semble éclairée identiquement des deux côtés. Alors il ne reste plus qu'à mesurer les distances des sources de la tache et de faire les mêmes calculs que dans le cas précédent. Et pour comparer simultanément les deux côtés de la tache, il vaut mieux disposer le papier près d'une glace : on peut voir ainsi un côté directement et l'autre dans la glace. Vous comprendrez vous-même comment le faire.

LA TÊTE À L'ENVERS

Si dans votre appartement ou celui de vos amis, se trouve une chambre avec des fenêtres au soleil, vous pouvez la transformer facilement en cet appareil de physique appelé chambre noire ou obscure. Pour cela il vous faudra couvrir la fenêtre par un carton ou un contre-plaqué encollé de papier foncé et percé d'une petite ouverture. Ainsi vous avez bouché, par temps ensoleillé, la fenêtre par ce carton, vous avez fermé la porte, il fait donc sombre dans la chambre. Placez

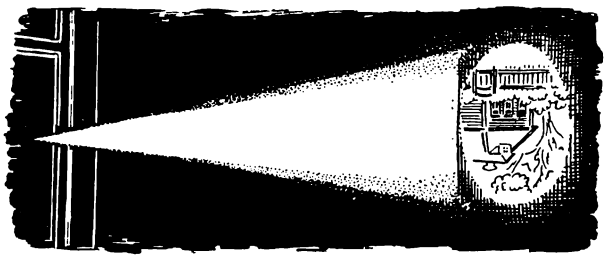


Fig. 48

alors à une certaine distance en face de l'ouverture une grande feuille de papier ou un drap : c'est votre écran. Sur celui-ci apparaîtra immédiatement une représentation en petit de tout ce que l'on peut voir par la fenêtre de la chambre en regardant dans le trou percé. Les maisons, les animaux, les gens apparaîtront avec leurs couleurs naturelles sur l'écran, mais à l'envers : les maisons auront le toit en bas, les gens, la tête en bas, etc.

Que montre cette expérience ? Elle montre que la lumière se propage en ligne droite : les rayons allant de la partie supérieure de l'objet et les rayons venant de sa partie inférieure, se croisent dans le trou de l'écran et se dirigent ensuite de façon que les premiers se trouvent en bas et les seconds, en haut. Si les rayons lumineux ne se propageaient pas en ligne droite, mais avec déviation ou réfraction, on aurait un tout autre résultat.

Il est remarquable que la forme du trou ne joue aucun rôle dans la formation de l'image obtenue. Que vous fassiez un trou carré, rond, triangulaire ou autre, vous aurez une représentation identique sur l'écran. Avez-vous eu l'occasion d'observer sous un arbre touffu de petits ronds clairs sur le sol ? Ce n'est rien d'autre que l'image du soleil dessinée par les rayons qui passent par les différents interstices à travers les feuilles. Ils sont légèrement allongés parce que les rayons solaires ne tombent pas perpendiculairement au sol. Placez une feuille de papier perpendiculairement aux rayons du soleil et vous obtiendrez sur celle-ci des taches absolument rondes.

Pendant l'éclipse du soleil, quand la lune tend à cacher le disque solaire, les taches rondes sous les arbres deviennent de petits croissants.

Nous avons parlé de la chambre obscure, mais nous n'avons rien dit de ce que chaque personne est dotée de deux petites chambres obscures : ses yeux. Figurez-vous que l'œil est à peu près construit de la même façon que la boîte que je vous ai proposé de fabriquer. Ce que l'on nomme la prunelle, n'est pas un disque sombre sur l'œil, mais un orifice menant à l'intérieur obscur de notre organe visuel. Cet orifice est recouvert à l'extérieur par une pellicule transparente et sous celle-ci se trouve une masse gélatineuse également transparente. Derrière la prunelle se trouve l'iris transparent qui a la forme d'un verre biconvexe. Tout l'intérieur du globe de l'œil, de l'iris à la paroi arrière sur laquelle se forme l'image des objets extérieurs que nous voyons, est empli d'une matière transparente. La coupe schématique de notre œil est représentée sur la fig. 49. Mais tout cela n'empêche pas notre œil de rester une chambre obscure. Elle est seulement plus perfectionnée : on obtient avec l'œil des images plus claires et distinctes. Ces images sur le fond de l'œil sont de très petite dimension : par exemple, un poteau télégraphique de 8 m de long que nous voyons à 20 m est des-

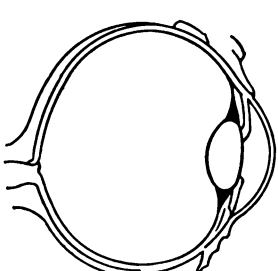


Fig. 49

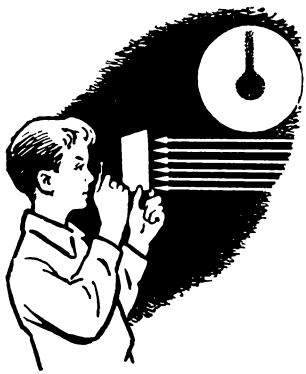


Fig. 50

siné sur le fond de l'œil sous la forme d'un trait fin d'environ 5 mm de longueur.

Mais le plus intéressant est que bien que toutes les images soient obtenues dans l'œil à l'envers, comme dans les chambres obscures, nous voyions tous les objets comme ils sont dans la réalité. C'est notre cerveau qui remet à l'endroit l'image reçue renversée.

Ce qui s'y passe en réalité, vous pouvez le vérifier par une expérience. Essayons de faire se projeter sur le fond de notre œil une image non renversée de l'objet. Que verrons-nous alors? Notre cerveau, habitué à renverser toutes nos sensations visuelles, renversera aussi cette image, et nous devrons voir non une image droite mais, au contraire, renversée. Ce qui a lieu réellement, l'expérience suivante le montre clairement.

Percez un trou avec une épingle dans une carte postale et maintenez-la en face d'une fenêtre ou d'une lampe à environ 10 cm de votre œil droit. Tenez une épingle de manière que sa tête se trouve en face du trou. Avec une telle disposition des objets, vous verrez l'épingle, comme

si elle était derrière le trou et, ce qui est important, renversée. La fig. 50 montre cette image extraordinaire. Si vous déplacez l'épingle un peu à droite, votre œil la verra se déplacer à gauche.

L'explication est que dans le cas donné l'épingle ne se dessine pas à l'envers au fond de notre œil, mais à l'endroit. Le trou dans la carte joue le rôle d'une source lumineuse rejetant l'ombre de l'épingle. Cette ombre tombe sur la prunelle et son image s'obtient non renversée mais à l'endroit, car elle est trop près de la prunelle. Sur la paroi arrière de l'œil se forme un cercle clair, c'est l'image du trou dans la carte; sur celui-ci on voit les contours sombres de l'épingle: son ombre à l'endroit. Il nous semble à nous qu'on voit par le trou de la carte l'épingle derrière celle-ci (on ne voit que la partie de l'épingle visible dans le trou). De plus, nous la voyons renversée, parce que notre cerveau retourne instinctivement toutes nos sensations visuelles.

ALLUMER DU FEU AVEC DE LA GLACE

Petit garçon, j'aimais regarder mon frère aîné allumer sa cigarette avec un verre grossissant. Plaçant le verre sous les rayons solaires, il amenait la tache éblouissante obtenue dans le foyer sur l'extrémité de sa cigarette qui commençait à fumer et puis s'allumait.

— Sais-tu, me dit mon frère un beau jour d'hiver, que l'on peut allumer une cigarette avec de la glace?

— Avec de la glace? m'étonnai-je.

— Evidemment, ce n'est pas la glace qui y met le feu, c'est le soleil; mais c'est la glace qui concentre ses rayons, de la même manière que le verre grossissant.

— Tu veux donc faire un verre grossissant avec de la glace?

— Avec de la glace faire du verre est impossible, mais on peut faire une lentille grossissante.

— Qu'est-ce que c'est qu'une lentille?

— Donnons à notre morceau de glace la même forme que celle de ce verre grossissant et nous aurons une lentille ronde, convexe, épaisse au milieu et fine sur les bords.

— Et elle allumera la cigarette?

— Elle l'allumera.

— Mais elle est froide!

— Cela n'a pas d'importance. Si tu veux, on va essayer.

Mon frère commença par m'ordonner d'apporter une cuvette. Je l'apportai, mais mon frère la mit au rebut.

— Elle ne convient pas, le fond est plat; il en faut une avec un fond concave.

Quand j'eus apporté une autre cuvette avec un fond convenable, mon frère y versa de l'eau propre et la mit dehors au froid.

— Elle doit geler complètement; alors nous aurons une lentille de glace: un côté plat et l'autre convexe.

— Grande comme ça?

— Plus elle sera grande, mieux ça vaudra, elle rassemblera plus de rayons solaires en un même point.

Le lendemain, dès le matin, je courus vers notre cuvette. L'eau y était gelée jusqu'au fond.

— On aura une bonne lentille, dit mon frère

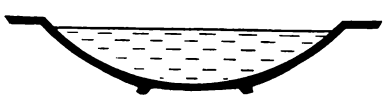
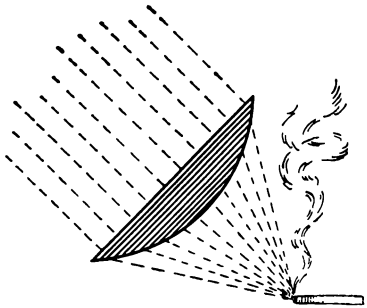


Fig. 51

Fig. 52



en frappant avec le doigt sur la glace. Retirons-la maintenant de la cuvette.

C'était très simple. Mon frère plongea la cuvette de glace dans une autre remplie d'eau chaude et la lentille se détacha immédiatement des parois de la cuvette. Il ne restait plus qu'à prendre la lentille de glace et à la placer sur une planche, dans la cour.

— Le temps est superbe, dit mon frère en clignant des yeux au soleil. C'est celui qui convient pour faire du feu. Tiens donc la cigarette.

Je le fis et mon frère, prenant la lentille à deux mains, la dirigea vers le soleil de manière à ne pas masquer ses rayons. Il mettait longtemps avant de pouvoir fixer la tache éblouissante, concentrée par la lentille, sur l'extrémité de la cigarette. Quand cette tache s'arrêtait sur ma main, je sentais combien elle était chaude. Je ne doutais plus que ce glaçon allumerait la cigarette.

Et en effet, quand la tache lumineuse s'arrêta sur l'extrémité de la cigarette et s'y maintint pendant environ une minute, la cigarette s'alluma en dégageant une fumée bleuâtre.

— Et voilà, nous avons mis le feu avec de la glace, dit mon frère en portant à la bouche la

cigarette allumée. On peut ainsi faire du feu au pôle sans allumettes, à condition d'avoir du bois!

L'AIGUILLE AIMANTÉE

Vous avez déjà appris comment faire flotter une aiguille sur l'eau. Utilisez votre savoir pour une nouvelle expérience, plus intéressante. Prenez un aimant, même un petit en fer à cheval. Si vous l'approchez d'une soucoupe, dans laquelle flotte une aiguille, alors l'aiguille vous obéira et s'approchera du bord de la soucoupe vers l'aimant. Elle sera beaucoup plus agile si, avant de la placer sur l'eau, vous passez plusieurs fois l'aimant dessus, il faut alors obligatoirement ne passer qu'un des pôles de l'aimant et dans un seul sens (et non aller et retour). Vous aimanterez ainsi votre aiguille qui deviendra à son tour un aimant et se dirigera vers les objets en fer même non aimantés.

Vous pouvez faire beaucoup d'observations intéressantes avec l'aiguille aimantée. Laissez-la tranquillement sur l'eau, sans la déplacer vers les bords de la soucoupe avec un aimant ou un objet de fer. Elle prendra, dans la soucoupe, une position bien déterminée, du nord au sud, comme l'aiguille d'une boussole. Tournez la soucoupe, l'aiguille indiquera comme auparavant par une de ses extrémités le nord et par l'autre le sud. Approchez un des pôles de l'aimant d'une des extrémités de l'aiguille et vous verrez que l'aiguille n'est pas obligatoirement attirée vers le pôle de l'aimant par cette extrémité. Elle peut pivoter et s'approcher par l'extrémité opposée. Ici nous avons un cas d'interaction de deux aimants. La règle de cette interaction nous dit que les pôles de signes opposés s'attirent et que les pôles du même signe se repoussent.

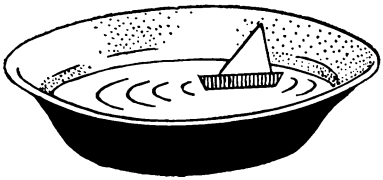


Fig. 53

Ayant appris ces particularités de l'aiguille aimantée, exécutez un petit navire en papier dans les plis duquel vous cacherez votre aiguille. Vous pourrez étonner vos amis, qui ne sont pas au courant, en commandant les mouvements de votre navire sans le toucher. Il écoutera votre main, dans laquelle vous tiendrez l'aimant dont le spéctateur ne soupçonne pas l'existence.

LE THÉÂTRE AIMANTÉ

Il serait plus juste de dire le cirque et non le théâtre, car on y montre des danseurs de corde, évidemment découpés dans du papier.

D'abord vous devrez faire avec du carton l'édifice lui-même du cirque. En bas, tendez un

Fig. 54

fil de er. Au-dessus de la scène, fixez un aimant en fer à cheval.

A présent, occupons-nous des artistes. Découpons-les dans du papier et donnons-leur différentes poses qui correspondent à leur numéro. Leur longueur doit être égale à la longueur de l'aiguille collée derrière la figurine avec par exemple deux-trois gouttes de cire à cacheter.

Si vous placez une telle figurine sur la « corde raide », alors non seulement elle ne tombera pas, mais elle restera debout, attirée par l'aimant. En remuant légèrement le fil de fer, vous donnerez de la vie à vos danseurs de corde, en les faisant se pencher et sauter sans perdre l'équilibre.

LE PEIGNE ÉLECTRISÉ

Même si vous ne savez rien sur l'électricité et que vous êtes absolument ignorant dans ce domaine, vous pouvez, néanmoins, faire un certain nombre d'expériences d'électricité, curieuses, et, en tous les cas, utiles pour connaître cette étonnante force de la nature.

Les meilleures conditions pour ces expériences, c'est une chambre bien chauffée, par un hiver froid. Les expériences de cette nature ne réussissent bien que dans l'air sec, et à cet égard l'air chauffé en hiver est beaucoup plus sec qu'en été, à la même température.

Passons maintenant aux expériences. Vous avez certainement passé dans vos cheveux bien secs un peigne ordinaire. Si vous avez fait cela dans une chambre chauffée et dans le silence absolu, vous avez pu entendre un léger crépitement produit par le peigne dans les cheveux. Votre peigne s'est électrisé par le frottement sur les cheveux.

Un peigne ordinaire peut être électrisé par autre chose que les cheveux : si vous le frottez avec un tissu sec en laine, il acquiert aussi ces propriétés électriques, et même à un plus grand degré.

Ces propriétés se révèlent de manière très différente, et avant tout par l'attraction de corps légers. Approchez un peigne, électrisé par frottement, de petits morceaux de papier, d'un peu de vannure, d'une boulette en moelle de sureau, etc. Tous ces petits objets s'élanceront vers le peigne et y adhéreront. Faites des petits navires en papier léger et laissez les flotter sur l'eau : au moyen d'un peigne électrisé, vous pourrez commander les évolutions de votre flotille en papier, comme avec une « baguette magique ».

Vous pouvez faire une expérience encore plus concluante : placez un œuf dans un coquetier et sur l'œuf, en équilibre, une règle assez longue. Cette règle, à l'approche d'un peigne électrisé d'une de ses extrémités, tournera assez vite. Vous pouvez la forcer à suivre le peigne avec docilité dans l'un ou l'autre sens, et même à faire un tour complet.

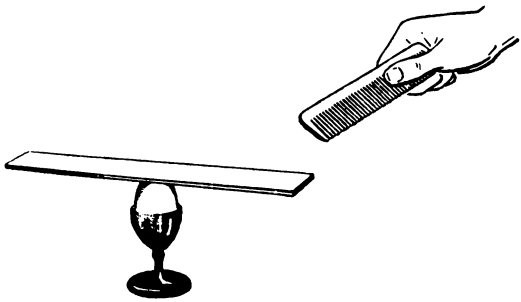


Fig. 55

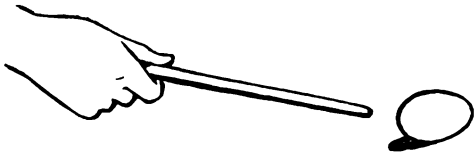


Fig. 56

L'ŒUF OBÉISSANT

Vous pouvez donner ces propriétés électriques non seulement à un peigne, mais à d'autres objets. Un bâton de cire à cacheter, frotté sur la manche de votre vêtement en laine, possède les mêmes propriétés. On peut électriser de même une barre (ou un tube) de verre, si on le frotte avec de la soie, mais l'expérience avec le verre ne réussit que si l'air est très sec et si le verre et la soie ont été bien séchés par chauffage.

Voici encore une expérience amusante, avec l'attraction électrique : videz, par un petit trou dans sa coquille, un œuf, en soufflant dans un autre trou, à l'extrémité opposée. Vous avez une coquille vide ; bouchez-en les trous avec de la cire blanche, placez-la sur une table lisse, une planche ou un grand plat, et, au moyen d'une baguette électrisée, faites docilement évoluer l'œuf : il suivra la baguette (fig. 56).

Pour un observateur non prévenu, ne sachant pas que l'œuf est vide, l'expérience est ahurissante (elle a été faite par le célèbre savant Faraday). Précisons qu'un anneau de papier ou une boulette légère suivent également la baguette.

L'ACTION RÉCIPROQUE

La mécanique nous apprend qu'il ne peut y avoir d'attraction unilatérale et, en général, d'action unilatérale. Chaque action est une action réciproque. Donc, si un bâton électrisé

Fig. 57

attire différents objets, cela signifie qu'à son tour, il est attiré par ces objets. Pour s'assurer d'une telle attraction, il faut seulement rendre le peigne ou la baguette mobile, par exemple, en le suspendant à un fil (de préférence en soie). Alors il est facile de déceler que chaque objet non électrisé (même votre main) attire le peigne, le fait tourner, etc.

C'est, nous le répétons, une loi universelle de la nature. Elle existe toujours et partout : toute action est l'action réciproque de deux corps agissant l'un sur l'autre mais dans des sens opposés. Il n'y a jamais dans la nature d'action qui ne s'accompagne pas de la réaction du corps sur lequel elle agit.

LA RÉPULSION ÉLECTRIQUE

Revenons à l'expérience avec le peigne électrisé suspendu. Nous avons vu qu'il est attiré par chaque corps non électrisé. Il est intéressant d'observer comment agit sur lui un autre corps électrisé. Si l'on approche du peigne électrisé une baguette de verre également électrisée, ces deux objets s'attireront l'un vers l'autre, mais si vous approchez du peigne une baguette de cire à cacheter électrisée ou un autre peigne, alors

leur action réciproque se manifestera sous la forme d'une répulsion.

La loi de la physique régissant les phénomènes de cette nature s'énonce ainsi : deux corps chargés d'électricité de signes opposés s'attirent ; deux corps chargés d'électricité du même signe, se repoussent. Du même signe sera l'électricité de la matière plastique ou de la cire à cacheter (négative); de signes opposés, celle de la cire à cacheter et du verre (positive).

Sur la répulsion des objets électrisés avec de l'électricité du même signe est basée la construction d'un appareil simple pour déceler l'électrisation, nommé « électroscope ».

La terminaison « scope » vient du grec et veut dire « montrer » (de la même manière sont formés les mots « télescope », « microscope », etc.).

Vous pouvez construire vous-même un modèle simplifié de cet appareil. Prenez une bouteille (ou un pot), puis un disque en carton (ou un bouchon) destiné à en fermer le goulot. Faites passer par le centre de ce disque une tige métallique de manière à ce qu'elle dépasse à l'extérieur. A l'extrémité inférieure, fixez deux lamelles de feuilles de métal très minces (ou du papier à cigarettes) avec de la cire à cacheter. Ensuite, enfoncez le bouchon dans le goulot (ou ferez celui-ci avec le disque en carton, dont on cachète les bords avec de la cire) : votre électroscope est prêt à fonctionner (fig. 58).

Si vous touchez l'extrémité de la tige qui dépasse avec un objet électrisé, l'électrisation se communiquera aux deux lamelles qui s'électrisent simultanément et à cause de cela s'écartent par suite de la répulsion réciproque. L'écartement des lamelles indique que le corps, avec lequel on a touché la tige de l'électroscope, était électrisé.

Fig. 58

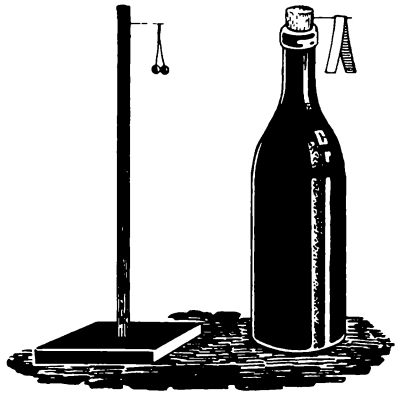


Fig. 59

Si vous n'êtes pas fort en bricolage, vous pouvez construire un électroscope plus simple ; il ne sera ni aussi commode ni aussi sensible, mais on pourra quand même l'utiliser. Suspendez avec du fil deux boulettes en moelle de sureau à un bâtonnet de bois à ce qu'elles soient suspendues en contact. Et voilà tout l'électroscope ; il suffit de toucher l'une des boulettes avec un objet électrisé, pour que l'autre s'écarte.

Enfin, sur la fig. 59, vous voyez encore un type d'électroscope simplifié : sur une épingle enfoncée dans le bouchon d'une bouteille est suspendue une lamelle formée d'une feuille de métal pliée. En touchant l'épingle avec un objet électrisé, vous forcez les lamelles de la feuille à s'écarter.

UNE DES PARTICULARITÉS DE L'ÉLECTRICITÉ

Au moyen d'un appareil très simple, bricolé par vous, vous pouvez constater une particularité très intéressante et très importante de l'élec-

tricité: elle ne s'accumule qu'à la surface des objets, et seulement sur les parties convexes.

Avec une goutte de cire à cacheter, fixez droit deux allumettes à une boîte d'allumettes. Ensuite découpez une bande de papier d'une largeur à peu près égale à la hauteur de l'allumette et d'une longueur d'environ 15-18 cm. Enroulez les extrémités de cette bande de manière à pouvoir les faire tenir sur les allumettes du support. Collez à la bande, de chaque côté, 3-4 bandelettes de papier à cigarettes (fig. 60) et montez toute la bande sur les allumettes.

Maintenant on peut faire des expériences avec l'appareil. Tendez la bande de papier et touchez-la avec un bâtonnet de cire à cacheter, électrisé. Le papier et toutes les bandelettes de papier s'électrisent simultanément, ce qui fait que celles-ci s'écartent sur les deux côtés de la bande. Maintenant plaçons les allumettes de manière à ce que la bande soit en courbe et électrisons-la. Les bandelettes de papier ne s'écarteront que sur le côté convexe de la bande et resteront suspendues sur le côté concave. Qu'est-ce que cela veut dire? Cela veut dire que l'électricité ne s'est accumulée que sur le côté convexe. Donnez ensuite à la bande de papier une forme en S et vous vous convaincrez de ce que l'électricité ne se manifeste que sur le côté convexe du papier.

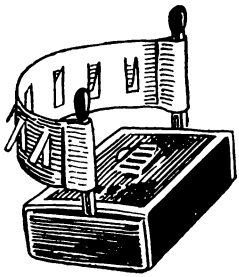


Fig. 60

QU'ENTEND-T-ON PAR « VOIR AVEC LA TÊTE »? LE JOURNAL LOURD

— Donc, c'est décidé, dit mon frère aîné en frappant de la main les carreaux de faïence du poêle chaud. Ce soir, nous allons faire avec toi des expériences d'électricité.

— De nouvelles expériences! m'exclamai-je avec enthousiasme. Quand? Tout de suite? Je voudrais immédiatement!

— Patience! Nos expériences seront pour ce soir; à présent je dois sortir.

— Tu pars chercher la machine?

— Quelle machine?

— La machine électrique. Pour les expériences il faut une machine.

— La machine dont nous avons besoin se trouve dans ma serviette. Ne la fouille pas en mon absence, s'il te plaît, dit mon frère qui avait deviné ma pensée. Tu ne trouveras rien et tu ne mettras que le désordre, ajouta-t-il en enfilant son manteau.

— Mais la machine y est?

— Mais oui, ne t'en fais pas.

Mon frère sortit en laissant avec insouciance la serviette sur une petite table dans l'antichambre.

Si le fer pouvait sentir, il aurait ressenti près d'un aimant la même chose que moi resté seul avec la serviette. La serviette m'attirait, elle prenait toutes mes pensées et sensations. Il m'était impossible de songer à autre chose et même de regarder autre chose.

C'est bizarre qu'une machine électrique puisse se tenir dans cette serviette. Je ne me la repré-

sentais pas aussi plate. La serviette n'est pas fermée et si je regarde à l'intérieur avec précaution ... Tiens, il y a quelque chose d'enveloppé dans un journal. Une boîte? Non, des livres. Des livres, seulement des livres et rien d'autre dans la serviette. J'aurais me douter que mon frère plaisantait. Est-ce qu'on pouvait cacher une machine électrique dans une serviette!

Mon frère revint les mains vides et devina immédiatement à ma mine la cause de mon chagrin.

— Nous avons rendu visite à la serviette à ce qu'il semble? me demanda-t-il.

— Où est la machine? répondis-je par une question.

— Dans la serviette. Tu ne l'a pas vue?

— Il n'y a que des livres.

— Et la machine. Tu as mal regardé. Avec quoi as-tu regardé?

— Avec quoi! Bien sûr avec mes yeux.

— Seulement avec tes yeux! Il fallait voir avec toute sa tête. Il ne suffit pas de regarder, il faut encore comprendre ce que tu vois. C'est ce qu'on appelle « voir avec sa tête ».

— Comment fait-on?

— Si tu veux, je vais te montrer la différence qu'il y a entre voir seulement avec les yeux et avec toute la tête.

Mon frère sortit son crayon et dessina sur une feuille de papier la figure ci-dessous (fig. 61) :

— Ici les lignes doubles sont des voies ferrées, et les lignes simples, des routes. Regarde et dis-moi quelle voie ferrée est la plus longue, de *1* à *2* ou le *1* à *3*?

— Bien sûr, de *1* à *3*.

— C'est ce que tu as vu avec les yeux. Et maintenant regarde avec toute ta tête.

— Mais comment faire?

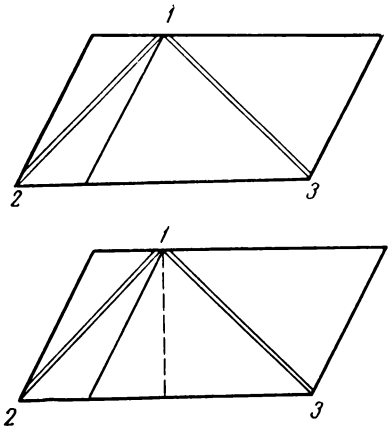


Fig. 61

— De la manière suivante. Représente-toi que de *1* on tire une droite perpendiculaire à la route 2-3. Mon frère traça une ligne pointillée sur son dessin.

— Comment ma ligne divise-t-elle la route?

— En parties égales. Au milieu.

— Au milieu. Donc, tous les points de cette ligne en pointillé sont équidistants de *2* et *3*. Que diras-tu maintenant du point *1*? Il est plus près de *2* ou de *3*?

— A présent je vois clairement qu'il est à une distance égale de *2* et de *3*. Avant, il me semblait que la voie ferrée de droite était plus longue que celle de gauche.

— Avant tu ne regardais qu'avec tes yeux. A présent tu le fais avec toute la tête. Tu as compris la différence?

— Je crois que oui. Où est la machine?

— Quelle machine? Ah, la machine électrique. Dans ma serviette. Elle y était. Tu ne l'as pas remarquée parce que tu n'as pas su voir avec ta tête.

Mon frère prit dans sa serviette le paquet de livres, retira soigneusement la feuille de journal qui l'enveloppait et me la tendit.

— Voici notre machine électrique.

Ahuri, je regardais le journal.

— Tu crois que c'est simplement du papier et rien d'autre? — continua mon frère. Si l'on ne se sert que des yeux, oui, mais si l'on utilise sa tête, un journal est un appareil de physique.

— Un appareil de physique? Pour faire des expériences?

— Mais oui. Prends le journal dans tes mains. Il est léger, n'est-ce pas? Et tu crois que tu pourras toujours le soulever avec un seul doigt? Mais tu verras bientôt que ce même journal peut parfois devenir très, très lourd. Donne-moi cette règle.

— Elle est ébréchée et ne vaut rien.

— Tant mieux. Nous n'aurons pas de regrets, si elle se brise.

Mon frère plaça la règle sur la table de manière à ce qu'une de ses extrémités dépasse le bord.

— Appuie sur l'extrémité qui dépasse. Il est facile de l'incliner, n'est-ce pas? Maintenant essaye de l'incliner quand je recouvre l'autre moitié avec le journal.

Il étendit le journal sur la table, en lissant soigneusement les plis, et en recouvrit la règle.

— Prends un bâton et frappe à toute volée sur l'extrémité qui dépasse de la règle.

— Je frapperai si fort que la règle déchirera le papier et s'envolera au plafond! m'exclamai-je en m'apprêtant.

— Surtout n'économise pas ta force!

Le résultat du coup fut tout à fait inattendu. Un craquement se fit entendre, la règle se cassa en deux et le journal recouvrait comme avant ce qu'il restait de la règle.

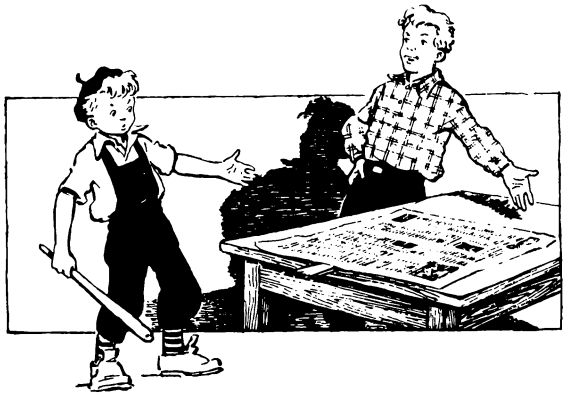


Fig. 62

— Le journal est plus lourd que tu ne le croyais? demanda malicieusement mon frère.

J'étais ahuri. Je regardais les tronçons de la règle et le journal.

— C'est une expérience d'électricité?

— Non. Elles seront pour plus tard. Je voulais seulement te montrer qu'un journal pouvait servir d'appareil de physique.

— Mais pourquoi n'a-t-il pas laissé passer la règle? Tu vois, je la soulève facilement de la table.

— C'est l'essentiel de l'expérience. Sur le journal presse la force atmosphérique; et cela, de façon importante: une force de 1 kg est appliquée sur chaque cm^2 de la feuille. Quand tu frappes sur l'extrémité qui dépasse de la règle, l'autre extrémité exerce d'en bas une pression sur la feuille qui doit se soulever. Si tu le fais lentement, alors sous le papier l'air extérieur a le temps de passer et d'équilibrer la pression par-dessous. Mais ton coup était tellement rapi-

de, que l'air n'a pas eu le temps de pénétrer sous le journal, les bords étaient encore posés sur la table, quand le milieu était soulevé. Pour cette raison tu devais soulever non seulement le journal, mais le journal avec tout l'air qui pesait sur lui. Plus simplement, tu as dû soulever avec la règle une charge d'à peu près à autant de kilogrammes qu'il y a de cm^2 dans la partie soulevée du journal. Si cela était une petite surface de papier d'environ 16 cm^2, c'est-à-dire un carré de 4 cm de côté, la pression de l'air sur celui-ci serait d'environ 16 kg. Mais la surface de la feuille soulevée était sensiblement plus grande, et, donc, le poids à soulever l'était également ; de l'ordre de 50 kg, je crois. La règle ne pouvant supporter un tel poids, se brisa. Maintenant, tu sais qu'avec un journal on peut faire des expériences? Quand il fera nuit, nous commencerons celles avec l'électricité.

DES ÉTINCELLES TIRÉES DES DOIGTS. UNE CANNE OBÉISSANTE. L'ÉLECTRICITÉ DANS LES MONTAGNES

Mon frère prit une brosse à habits, appliqua la feuille de journal sur les carreaux du poêle chaud et se mit à la frotter avec la brosse, à la manière du tapissier qui frotte le papier peint sur les murs pour qu'il colle convenablement.

— Regarde! dit mon frère et il retira les deux mains du journal.

Je m'attendais à voir le papier glisser à terre. Cependant rien ne se produisit : fait étrange, le journal tenait aux carreaux de faïence comme s'il était collé.

— Comment tient-il? demandai-je. Il n'a pourtant pas été enduit de colle.

— Le journal tient parce qu'il est électrisé et attiré par le poêle.

Fig. 63

— Pourquoi ne m'as-tu pas dit que le journal qui était dans la serviette était électrisé?

— Il n'était pas électrisé avant. Je l'ai électrisé devant toi en le frottant avec la brosse. C'est le frottement qui l'a électrisé.

— Donc, c'est une vraie expérience d'électricité?

— Oui. Nous commençons seulement. Eteins la lumière.

Dans l'obscurité on distinguait vaguement la silhouette sombre de mon frère et la tache grisâtre à l'emplacement du poêle blanc.

— Maintenant observe ma main.

Je devinais plutôt que je ne voyais ce que faisait mon frère. Il détacha le journal du poêle et, le tenant suspendu par une main, approcha les doigts écartés de son autre main.

Et alors, je n'en crus pas mes yeux, des étincelles jaillirent de ses doigts, de longues étincelles blanc bleuâtre?

— C'était des étincelles électriques. Veux-tu essayer toi-même?

Je cachai les mains derrière le dos. Pour rien au monde!

Mon frère appliqua à nouveau le journal sur le poêle, le frotta avec la brosse et de nouveau tira de ses doigts de longues étincelles. J'eus le temps de remarquer qu'il n'appliquait pas ses doigts sur le journal, mais les tenait éloignés d'environ 10 cm de celui-ci.

— Essaye, n'aie pas peur, ça ne fait pas du tout mal. Donne ta main. Il prit ma main et l'attira vers le poêle. Ecarte tes doigts! Bien. Tu vois que tu n'as pas eu mal?

Je n'eus pas le temps de reprendre mes esprits, je vis de mes doigts écartés jaillir un faisceau d'étincelles bleuâtres. A leur lueur, je me rendis compte que mon frère n'avait retiré du poêle qu'une moitié du journal, la partie inférieure étant restée comme collée. Simultanément, avec les étincelles, je sentis un léger picotement, mais c'était insignifiant. Il n'y avait aucune raison d'avoir peur.

— Encore! demandai-je.

Mon frère appliqua le journal sur le poêle et le frotta avec les paumes des mains.

— Que fais-tu? Tu as oublié la brosse!

— Ça ne fait rien. Prépare-toi.

— Ça ne réussira pas. Tu as frotté avec les mains nues.

— Si tu as les mains sèches, tu peux te passer de brosse. L'essentiel c'est de frotter.

Quand j'eus observé suffisamment d'étincelles, mon frère dit:

— C'est assez. Je vais à présent te montrer l'écoulement de l'électricité. Le même que Christophe Colomb et Magellan ont observé sur les

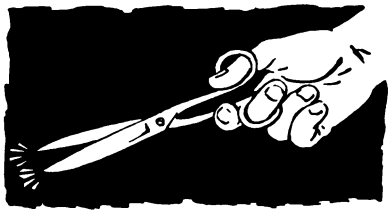


Fig. 64

extrémités des mâts de leurs navires. Donne-moi les ciseaux.

Dans l'obscurité mon frère approcha les pointes écartées des ciseaux du journal à moitié décollé du poêle. Au lieu des étincelles, attendues, je vis quelque chose de nouveau : aux pointes des ciseaux apparurent des faisceaux luminescents de courts fils bleu-rouge, bien que la distance entre les ciseaux et le papier fût assez grande. En même temps, se faisait entendre un grésillement léger et continu.

— Les marins voient souvent de telles aigrettes lumineuses, mais beaucoup plus grandes, sur les extrémités des mâts et des haubans. On les appelle feux Saint-Elme.

— D'où proviennent-ils?

— Tu veux demander, qui tient au-dessus des mâts un journal électrisé? Evidemment, il n'y a aucun journal. Mais il y a probablement un nuage bas, électrisé, qui remplace le journal. Ne pense pas qu'une telle luminescence électrique a lieu seulement en mer. On l'observe aussi sur terre et surtout dans les montagnes. Déjà Jules César décrivait comment une nuit par temps brumeux, les épieux de ses guerriers furent illuminés par de tels feux. Les marins et les soldats n'ont pas peur de ces feux électriques et, au contraire, les considèrent comme un bon présage, évidemment sans aucun fondement. Dans

les montagnes, il arrive que la luminescence électrique apparaît même sur les gens, sur leurs cheveux, leurs chapeaux, leurs oreilles, sur toutes les parties saillantes du corps. En même temps, un grésillement a souvent lieu, semblable à celui de nos ciseaux.

— Et ce feu brûle intensément?

— Il ne brûle pas du tout. Ce n'est pas un feu, mais une luminescence, une luminescence froide. Elle est tellement froide et sans danger qu'elle n'enflamme même pas une allumette. Regarde. Je remplace les ciseaux par une allumette et, tu vois, la tête est entourée d'une luminescence électrique, mais elle ne prend pas feu.

— D'après moi, elle brûle, la lumière part directement de la tête.

— Ouvre la lumière et regarde l'allumette.

Je m'assurai qu'elle était tout à fait intacte ; même la tête n'était pas brûlée. Donc, elle n'était pas entourée d'une flamme mais effectivement d'une lumière froide.

— N'éteins pas la lampe, nous allons faire l'expérience suivante à la lumière.

Mon frère plaça une chaise au milieu de la chambre et mit une canne en travers du dossier.

Après quelques tâtonnements, il parvint à faire tenir la canne en équilibre sur le dossier.

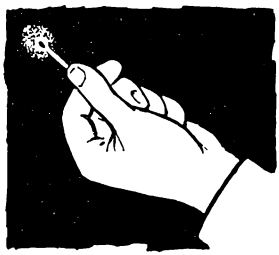


Fig. 65

— Je ne savais pas qu'une canne pouvait tenir en équilibre ainsi, dis-je, elle est longue.

— Elle ne se tient en équilibre que parce qu'elle est longue ; une canne courte ne tiendrait pas. Par exemple, un crayon.

— En effet, il est absolument impossible de placer ainsi un crayon, confirmai-je.

— A présent, passons aux actions. Peux-tu faire pivoter la canne vers toi sans la toucher?

Je réfléchis.

— Si l'on accroche une ficelle avec une boucle à l'une de ses extrémités, commençai-je.

— Tu dois le faire sans ficelle et sans la toucher.

— Ah, je sais comment.

J'approchai mon visage et je commençai à aspirer l'air avec ma bouche pour attirer la canne vers moi. Néanmoins, elle ne bougea pas.

— Eh bien?

— Pas de moyen. C'est impossible.

— Impossible? Voyons ça...

Mon frère enleva du poêle le journal qui y était resté collé aux carreaux de faïence, se mit à l'approcher lentement du côté de la canne. A une distance de presque un demi-mètre, la canne ressentit l'attraction du journal électrisé et se tourna vers lui docilement. En déplaçant la feuille de papier, mon frère faisait tourner la canne sur le dossier tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre.

— Tu vois, le journal électrisé attire si fortement la canne qu'elle le suit et le suivra jusqu'à ce que toute l'électricité s'écoule dans l'air.

— C'est dommage que l'on ne puisse faire ces expériences en été lorsque le poêle est froid.

— Le poêle n'est nécessaire que pour sécher le papier. Ces expériences ne réussissent qu'avec un journal absolument sec. Et tu as certainement remarqué que le papier du journal absorbe l'hu-

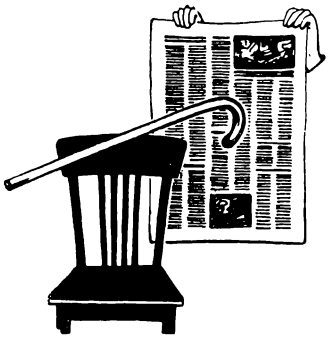


Fig. 66

midité de l'air et à cause de cela est un peu humide. ce qui fait que l'on doit le sécher. Ne pense pas qu'en été on ne puisse faire nos expériences. Il est possible de les faire, mais elles réussissent moins bien qu'en hiver où l'air, dans une chambre chauffée, est plus sec qu'en été. La sécheresse joue un très grand rôle dans de telles expériences. En été, on sèche le journal sur le fourneau de la cuisine, quand après le repas il s'est suffisamment refroidi pour que le papier posé sur lui ne s'enflamme pas. Après avoir convenablement séché la feuille de journal, on la met sur une table sèche, sur laquelle on la frotte avec la brosse. Elle s'électrise, mais pas autant que sur les carreaux de faïence du poêle ... Maintenant, assez pour aujourd'hui. Demain nous ferons d'autres expériences.

— Aussi avec l'électricité?

— Oui. Et avec la même machine électrique: le journal. En attendant je vais te donner à lire une intéressante description des feux Saint-Elme dans les montagnes, que nous a léguée le célèbre physicien et naturaliste suisse de Saussure. En 1867 il entreprit avec plusieurs compagnons l'ascension d'un sommet des Alpes à plus de

3000 m d'altitude. Et voici ce qu'ils y ont éprouvé.

Mon frère pris sur l'étagère un livre de Flammarion « L'atmosphère », le feuilleta et me donna à lire le passage suivant :

« Après avoir effectué l'ascension et placé leurs bâtons ferrés contre le rocher les gens s'apprêtaient à déjeuner, quand de Saussure ressentit sur les épaules et dans le dos une douleur semblable à celle d'une épingle qui s'enfoncerait lentement dans le corps.

« Supposant, dit de Saussure, qu'une épingle s'était égarée dans ma pèlerine en toile, je la retirai ; cependant je ne sentis pas d'amélioration, mais au contraire, que la douleur augmentait, se propageait dans tout le dos, d'une épaule à l'autre. En même temps, elle s'accompagnait de picotements et de piqûres douloureuses, comme si une guêpe se promenait sur la peau, en la recouvrant de piqûres. Ayant rapidement enlevé mon second manteau, je ne vis rien qui puisse faire ces blessures. La douleur se prolongeait et ressemblait à une brûlure. Il me semblait que mon maillot de laine était enflammé ! J'étais prêt à me déshabiller, quand mon attention fut attirée par un bruit semblable à un bourdonnement. Ce bruit provenait de nos bâtons, appuyés sur le rocher et ressemblait à celui de l'eau qui bout. Tout cela dura environ cinq minutes.

« Je compris alors que les sensations douloureuses étaient dues à l'électricité qui s'écoulait de la montagne. Cependant, je ne vis aucune luminescence sur les bâtons. Ils émettaient toujours un bruit aigu, qu'on les tienne verticalement, la pointe métallique vers le haut ou vers le bas, ou bien horizontalement. Aucun bruit ne venait du sol. Au bout de quelques minutes je sentis les cheveux se dresser sur ma tête et les

poils de ma barbe se raidir comme si on passait un rasoir sec sur une barbe dure. Mon jeune compagnon cria que sa moustache se hérissait et que de l'extrémité de ses oreilles s'écoulaient de forts courants électriques. Levant les mains, j'en sentis s'écouler de mes doigts. L'électricité se dégageait de tout, des bâtons, des vêtements, des oreilles, des cheveux, de toutes les parties saillantes du corps.

« Nous quittâmes rapidement le sommet de la montagne et descendîmes d'environ 100 m. Au fur et à mesure de notre descente, nos bâtons bourdonnaient plus faiblement et enfin le bruit devint tel qu'on ne pouvait l'entendre qu'en approchant le bâton de l'oreille. »

Ainsi se terminait le récit de de Saussure.

Dans ce même livre, je lus aussi la description d'autres cas d'apparition de feux Saint-Elme.

« On observe souvent l'écoulement de l'électricité par les saillies rocheuses quand le ciel est couvert de nuages bas, passant à une faible distance au-dessus des sommets.

« Le 10 juillet 1863 Watson et quelques autres touristes faisaient l'ascension du passage de la Jungfrau dans les Alpes suisses. La matinée était superbe, mais en approchant du passage, les voyageurs éprouvèrent un vent violent avec de la grêle. Un fort coup de tonnerre retentit et Watson entendit un bruit sifflant qui sortait de son bâton. Le bruit ressemblait à celui de l'eau qui bout. Les voyageurs s'arrêtèrent et remarquèrent que leurs cannes et leurs piolets émettaient le même bruit et qu'il ne cessait pas si on les plantait dans le sol. Un des guides ayant retiré son chapeau, cria qu'il avait la tête en feu. En effet, ses cheveux se dressaient comme électrisés. Tous sentaient des picotements sur le visage et sur les autres parties du corps. Les cheveux

de Watson étaient complètement hérissés. Les extrémités des doigts, quand on les agitait dans l'air, faisaient entendre un sifflement électrique. »

LA DANSE DES PETITS BONSHOMMES EN PAPIER. LES SERPENTS. LES CHEVEUX DRESSÉS

Mon frère tint parole. Le lendemain, quand il fit sombre, il recommença les expériences. D'abord il « colla » le journal au poêle. Ensuite il me demanda du papier plus fort et découpa dans celui-ci des figures amusantes : des petits bonshommes dans différentes poses.

— Ces petits bonshommes vont maintenant danser. Apporte des épingles.

Rapidement avec celles-ci il transperça un pied de chacun d'eux.

— C'est pour que nos bonshommes ne s'envolent pas et ne soient pas attirés vers le journal ..., m'expliqua mon frère en les disposant sur un plateau. La représentation commence!

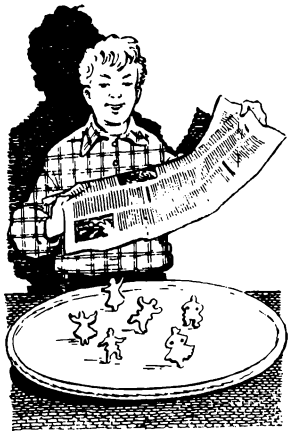
Il « détacha » le journal du poêle et, en le tenant horizontalement avec les deux mains, l'approcha au-dessus du plateau aux bonshommes.

— Debout! commanda-t-il.

Figurez-vous que les petits bonshommes obéirent et se levèrent. Ils restèrent ainsi debout jusqu'à ce que mon frère éloigna un peu plus le journal, alors ils se couchèrent à nouveau. Mais il ne les laissa pas se reposer longtemps. Approchant et éloignant le journal, il les faisait se lever et se coucher.

— Si je ne les avais alourdis avec des épingles, ils auraient sauté vers le journal et s'y seraient collés. Regarde! Mon frère retira l'épingle de quelques bonshommes et ceux-ci attirés

Fig. 67



par le journal adhérèrent pour ne plus s'en détacher. C'est l'attraction électrique. Maintenant nous allons faire une expérience sur la répulsion. Où as-tu mis les ciseaux?

Je tendis les ciseaux. Mon frère « recolla » le journal au poêle et commença à y découper une longue lanière de bas en haut en partant du bord. Un peu avant le bord supérieur il s'arrêta ; ensuite il découpa de même une seconde, puis une troisième lanière, etc. A la sixième ou la septième lanière, mon frère coupa tout à fait. Il obtint une espèce de barbe en papier qui ne se sépara pas du poêle comme je m'y attendais, mais resta sur celui-ci. Maintenant la partie supérieure avec la main, mon frère passa à plusieurs reprises la brosse sur les lanières. Ensuite, il retira toute la « barbe » du poêle en la tenant par le haut à bout de bras. Au lieu de tomber à la verticale vers le bas, les lanières s'écartaient sensiblement l'une de l'autre, formant une sorte de cloche.

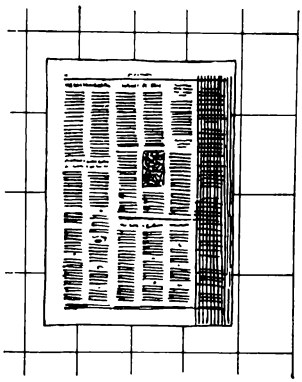


Fig. 68

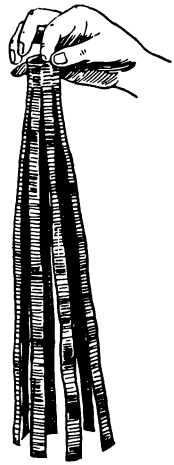


Fig. 69

— Elles s'écartent parce qu'elles sont identiquement électrisées, m'expliqua mon frère. Par contre elles sont attirées par les objets non électrisés. Place ta main à l'intérieur de la cloche, les lanières y adhéreront.

Je m'accroupis et je voulus introduire ma main dans l'espace entre les lanières, mais je ne pus pas le faire, car les lanières entourèrent ma main comme des serpents.

— Tu n'as pas peur de ces serpents? demanda mon frère.

— Non, car ils sont en papier.

— Et, moi, j'ai peur. Regarde, comme j'ai peur!

Mon frère souleva la feuille de journal au-dessus de sa tête et je vis ses longs cheveux se dresser d'effroi.

— C'est une expérience? Dis: c'est aussi une expérience?

— C'est la même expérience que nous avons déjà faite, mais d'une autre manière. Le journal a électrisé mes cheveux qui sont attirés vers lui et s'écartent en même temps l'un de l'autre comme les lanières de notre « barbe » de papier. Prends une glace et je te montrerai comment tes propres cheveux peuvent se dresser de la même manière.

— Ça ne fera pas mal?

— C'est absolument indolore.

En effet, je ne ressentis rien, pas même de picotements et je vis dans le miroir comment mes cheveux se dressaient sous la feuille de journal.

Nous fîmes une nouvelle fois nos expériences de la veille et mon frère clôtura la séance (c'est ainsi qu'il nommait nos activités) en promettant de faire d'autres expériences le lendemain.

Fig. 70

UN PETIT ÉCLAIR. DES EXPÉRIENCES AVEC UN FILET D'EAU. UN SOUFFLE GIGANTESQUE

Le soir suivant, mon frère commença par des préparatifs très bizarres.

Ayant pris trois verres, il les chauffa près du poêle, les mit sur la table et les recouvrit avec un plateau qu'il avait aussi chauffé un peu près du poêle.

— Qu'est-ce que ça va être? demandai-je, curieux. Il faut mettre les verres sur le plateau et non le plateau sur les verres.

— Attends, ne te presse pas. Il va y avoir un petit éclair.

Mon frère mit en marche la « machine électrique »; plus simplement, il se mit à frotter le journal sur le poêle. Puis, il le plia en deux et recommença. Ensuite, l'ayant détaché du poêle, il le plaça rapidement sur le plateau.

— Touche le plateau, pour voir s'il n'est pas trop froid.

Ne me doutant de rien, je tendis insouciamment ma main vers le plateau et la retirai précipitamment : quelque chose avait claqué et m'avait piqué douloureusement au doigt.

Mon frère se mit à rire :

— Eh bien? Un éclair t'a frappé et ce que tu as entendu, c'était un petit tonnerre.

— J'ai senti une forte piqûre, mais quant à l'éclair je ne l'ai pas vu.

— Tu le verras maintenant, quand nous répéterons notre expérience dans l'obscurité.

— Mais je ne veux plus toucher le plateau, dis-je avec fermeté.

— Ce n'est pas nécessaire. Tu peux faire des étincelles avec une clé ou une petite cuillère. Tu ne sentiras rien et les étincelles seront aussi

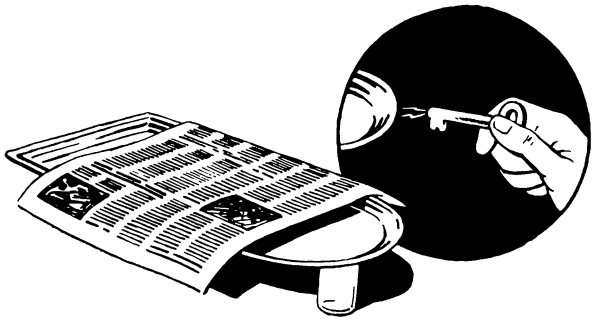


Fig. 71

longues. D'ailleurs je vais extraire les premières étincelles moi-même jusqu'à ce que tes yeux s'habituent à l'obscurité.

Mon frère éteignit la lumière.

— Maintenant silence. Regarde bien, sa voix retentit dans l'obscurité.

Un claquement, et en même temps, une étincelle blanche et bleuâtre, de la longueur d'une moitié d'allumette, jaillit entre le bord du plateau et la clé.

— Tu as vu l'éclair et tu as entendu le tonnerre? demanda mon frère.

— Ils ont eu lieu en même temps. Le vrai tonnerre est toujours en retard sur l'éclair.

— C'est exact. Nous entendons le tonnerre toujours plus tard que nous voyons l'éclair. Et cependant, ils ont lieu en même temps, comme le claquement et l'étincelle dans notre expérience.

— Pourquoi entend-on le tonnerre plus tard?

— Vois-tu, l'éclair c'est de la lumière et la lumière court si vite, que les distances terrestres sont parcourues presque instantanément. Le tonnerre est une explosion et l'explosion ne se propage pas aussi rapidement dans l'air, elle

retarde sensiblement sur le rayon lumineux et arrive après lui. A cause de cela, nous voyons d'abord l'éclair et ensuite le tonnerre qu'il engendre.

Mon frère me passa la clé, enleva le journal — mes yeux s'étaient déjà habitués à la pénombre— et me proposa d'extraire des « éclairs » du plateau.

— Est-ce qu'il y aura des étincelles sans le journal?

— Essaye.

Je n'eus pas le temps d'approcher la clé du bord du plateau, que je vis jaillir une longue étincelle brillante.

Mon frère mit à nouveau le journal sur le plateau et je pus obtenir encore une étincelle, mais plus faible. Une dizaine de fois, il mit et retira le journal du plateau (sans le frotter sur le poêle) et à chaque fois je faisais jaillir une étincelle de plus en plus faible.

— Les étincelles dureraient plus longtemps, si au lieu de tenir le journal avec les mains, je le maintenais avec des fils ou des rubans en soie. Quand tu apprendras la physique, tu comprendras ce qui se passe. En attendant, regarde ces expériences avec tes yeux à défaut de le pouvoir avec toute la tête. A présent, passons à une expérience avec un filet d'eau. Nous allons la faire dans la cuisine près du robinet de l'évier. Laissons pour le moment le journal sur le poêle.

Nous fîmes couler du robinet un mince filet d'eau qui tombait bruyamment au fond de l'évier.

— Je vais maintenant forcer ce filet d'eau à couler autrement sans le toucher. Où veux-tu qu'il soit dévié: à gauche, à droite, en avant?

— A gauche, répondis-je à tout hasard.

— Bien. Ne touche pas au robinet, j'apporte le journal.

Fig. 72

Mon frère revint avec le journal en tâchant de le tenir le plus loin possible de son corps pour avoir moins de pertes d'électricité. Il approcha le journal à gauche du filet d'eau et je le vis s'incurver de ce côté. En transportant le journal à l'opposé, mon frère força le filet à dévier à droite. Enfin il attira le filet d'eau tellement en avant, que l'eau commença à s'écouler en dehors de l'évier.

— Tu vois combien est forte l'action attractive de l'électricité. Cette expérience, soit dit en passant, peut être facilement effectuée sans poêle ni fourneau, si l'on remplace le journal électrisé par un peigne ordinaire en matière plastique, comme celui-ci. Mon frère sortit un peigne de sa poche et le passa dans ses cheveux épais.

— De cette manière je l'ai électrisé.

— Mais tes cheveux ne sont pourtant pas électriques?

— Bien sûr que non. J'ai des cheveux ordinaires comme les tiens ou ceux de n'importe qui.

Mais si l'on frotte la matière plastique dans les cheveux, elle s'électrise comme le journal, aux crins de la brosse.

Le peigne approché du filet d'eau le dévia sensiblement sur le côté.

— Pour nos autres expériences le peigne ne convient pas : il contient trop peu d'électricité, beaucoup moins que la « machine électrique » qu'il est facile,— tu en es sûr maintenant,— de faire avec une simple feuille de journal. Je voudrais faire encore une autre expérience avec le journal, la dernière. Il ne sera pas question, cette fois d'électricité, mais de la pression de l'air, comme lorsque nous avons brisé notre malheureuse règle.

Nous rentrâmes dans la chambre et mon frère se mit à découper et à coller la feuille de journal pour en faire un long sac en papier.

— Pendant que notre sac sèche, apporte-moi quelques livres, les plus gros et les plus lourds.

Je trouvai sur l'étagère trois lourds volumes d'un atlas médical que je posai sur la table.

— Peux-tu gonfler ce sac avec ton souffle? demanda mon frère.

— Evidemment, répondis-je.

— C'est simple et facile, n'est-ce pas? Mais si l'on met sur ce sac deux de ces livres?

— Oh, alors rien à faire. Le sac ne se gonflera pas.

Mon frère mit sans un mot le sac sur le bord de la table et le recouvrit avec un des volumes et sur celui-ci qui était couché plaça debout le second.

— A présent observe bien. Je vais gonfler le sac.

— Tu n'as pas l'intention de soulever ces livres? demandai-je en riant.

— Si. Justement.

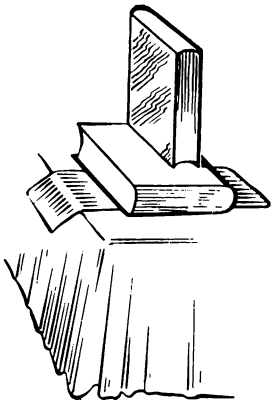


Fig. 73

Mon frère commença à souffler et que croyez-vous qu'il advint? Le livre inférieur s'inclina sous l'action du sac qui se gonflait et renversa celui de dessous. Ils pesaient pourtant, ensemble dans les 5 kg!

Sans me laisser revenir de mon étonnement, mon frère renouvela son expérience. Cette fois, il chargea le sac avec trois volumes. Il souffla et — voilà quel souffle herculéen — tous les trois volumes se renversèrent!

Fig. 74

Le plus étonnant dans cette expérience c'est qu'elle n'avait rien de surnaturel. Quand je me risquai à la faire moi-même, je pus aussi facilement que mon frère renverser les livres. Il ne faut pas avoir des poumons d'éléphant, ni des muscles d'Hercule. Tout se fait de soi-même, presque sans tension.

Mon frère m'en expliqua peu après la raison. Quand nous soufflons dans un sac en papier, nous y insufflons de l'air à une pression supérieure à celle de l'atmosphère — autrement, le sac ne se gonflera pas. La pression de l'atmosphère est d'environ 1000 g par cm^2. En évaluant combien de cm^2 sont serrés sous les livres, il est facile de calculer que même si l'excédent de pression est d'un dixième, c'est-à-dire cent grammes par cm^2, la pression de l'air à l'intérieur sur la partie recouverte du sac peut atteindre presque 10 kg. Une telle force est suffisante pour renverser les livres.

Et nos expériences de physique avec une feuille de journal se sont terminées sur cette explication.

ENCORE SOIXANTE-QUINZE QUESTIONS ET EXPÉRIENCES DE PHYSIQUE

COMMENT PESER EXACTEMENT SUR UNE BALANCE FAUSSE

Qu'est-ce qui est plus important : une balance juste ou des poids exacts? Beaucoup de gens pensent que la balance juste est plus importante, mais en réalité des poids exacts sont plus importants. Sans poids exacts, il est impossible de peser juste, tandis que s'ils le sont, alors que la balance est fausse, on peut quand même peser convenablement.

Par exemple, vous avez une balance à fléaux dont vous n'êtes pas sûr, qu'elle est juste. Alors faites ainsi votre pesée : ne placez pas de suite l'objet à peser sur le plateau, mais des objets plus lourds et équilibrez avec les poids nécessaires. Ensuite mettez l'objet à peser sur le plateau avec les poids qui deviendra évidemment plus lourd et s'abaissera. Pour rétablir l'équilibre, il vous faudra retirer une partie de ces poids. Ce que vous enlèverez, indiquera exactement ce que pèse votre objet. En effet, votre objet appuie sur le plateau avec la même force que les poids retirés ; donc, leur poids est le même.

Cette méthode pour peser sur des balances fausses a été proposée par le célèbre chimiste russe D. Mendéléev.

SUR LE PLATEAU DE LA BASCULE

Une personne qui était debout sur le plateau d'une bascule décimale en équilibre s'accroupit. Dans quel sens se déplacera le plateau : vers le bas ou vers le haut?

Le plateau vacillera vers le haut. Pourquoi? Parce que quand nous nous accroupissons, nos muscles entraînent notre tronc vers le bas et en même temps nos pieds vers le haut, ce qui fait que la pression du corps sur le plateau diminue, celui-ci doit donc s'élever.

LA CHARGE SUR LE PALAN

Supposons qu'une personne puisse soulever du sol un poids de 100 kg et veuille faire plus.

Elle passe alors une corde attachée au poids par un palan simple fixé au plafond (fig. 75). Quelle charge pourra-t-elle soulever?

Cette charge ne peut en aucun cas être supérieure à celle soulevée avec les mains. Elle est

Fig. 75

même souvent moindre. Quand je tire sur la corde passée dans le palan fixe, je ne peux soulever qu'un poids ne dépassant pas celui de mon corps. Si je pèse moins de 100 kg, je ne peux soulever un tel poids avec un palan simple.

LES DEUX HERSES

On confond souvent le poids et la pression. Cependant, ce n'est pas du tout la même chose. Un objet peut être très pesant et n'exercer qu'une faible pression sur son appui. Au contraire, un objet de faible poids peut exercer sur son appui une forte pression.

L'exemple suivant vous montrera la différence entre le poids et la pression et en même temps vous fera comprendre comment calculer la pression d'un objet sur son appui.

Deux herses travaillent dans un champ, l'une a 20 dents et pèse, chargée, 60 kg, l'autre a 60 dents et pèse, chargée, 120 kg.

Laquelle des deux herses travaille plus profondément ?

Il est facile de comprendre que la herse dont chaque dent est plus chargée doit pénétrer plus profondément dans le sol. Dans la 1ère herse, la charge totale de 60 kg se distribue sur 20 dents, soit 3 kg par dent. Dans la seconde herse, chaque dent est chargée seulement de $\frac{120}{60} = 2$ kg. Donc, bien que la seconde herse soit au total plus lourde que la première, elle s'enfonce moins profondément dans le sol, car la pression sur chacune de ses dents est moindre que dans la 1ère herse.

LA CHOUCROUTE

Examinons encore dans un cas simple le calcul de la pression.

Deux cuves remplies de choucroute sont recouvertes de disques en bois chargés de pierres. Dans la première, le disque a 24 cm de diamètre et supporte une charge de 10 kg, la seconde a un disque de 32 cm de diamètre qui supporte 16 kg.

Dans quelle cuve la choucroute supporte une plus grande pression de tassage?

La pression est évidemment la plus forte là où chaque cm^2 de surface est plus chargé.

Dans la 1ère cuve le poids de 10 kg se distribue * sur une surface de $3{,}14 \times 12 \times 12 = 452\ cm^2$, c'est-à-dire $\frac{10\,000}{452} \approx 22$ g sur chaque cm^2. Dans la seconde cuve la pression par cm^2 est de $\frac{16\,000}{804}$, c'est-à-dire inférieure à 20 g par cm^2.

Par conséquent, c'est dans la 1ère cuve que la choucroute est la plus fortement tassée.

LE TIRE-POINT ET LE BURIN

Pourquoi le tire-point s'enfonce-t-il plus profondément que le burin quand on appuie sur eux avec la même force?

Parce que toute la pression sur le tire-point est concentrée sur la très petite surface de sa pointe. Quand on appuie sur le burin, la même force est distribuée sur une surface beaucoup plus grande. Soit que le tire-point ait une surface de contact avec la matière de 1 mm^2 et le burin, de 1 cm^2. Si la pression sur chaque outil est de 1 kg, cela signifie que sous le tranchant du burin la matière subira une pression de 1 kg par cm^2, et sous le tire-point de $1 : 0{,}001 = 100$,

---

* La surface du cercle est égale au nombre 3,14 multiplié deux fois par le rayon du cercle.

c'est-à-dire 100 kg par cm^2. La pression sous le tire-point est cent fois supérieure à celle sous le burin ; cela explique que le tire-point s'enforce plus profondément que le burin.

Vous comprendrez maintenant, qu'en appuyant avec le doigt sur une aiguille, vous exercez une très forte pression, supérieure de beaucoup à celle de la vapeur dans une chaudière. Ceci est aussi le secret de l'action du rasoir : une faible impulsion de la main crée sur le fil aigu du rasoir une pression de plusieurs centaines de kg par cm^2 et le poil est coupé.

LE CHEVAL ET LE TRACTEUR

Un lourd tracteur à chenilles se maintient souvent sur un sol tellement meuble, que des chevaux et des gens s'y enfoncent. Cela paraît incompréhensible à certains ; c'est que le tracteur est de beaucoup plus lourd que le cheval, et nous ne parlons pas de l'homme. Pourquoi donc les pieds des chevaux s'enfoncent-ils alors que le tracteur ne s'enlise pas?

Pour le comprendre il faut à nouveau se rappeler la différence entre le poids et la pression.

Ce n'est pas l'objet le plus lourd qui doit s'enliser plus profondément, mais celui qui reçoit la plus forte charge sur chaque cm^2 de sa surface d'appui. L'énorme poids du tracteur à chenilles est réparti sur la grande surface de ses chenilles. Pour cette raison sur chaque cm^2 sur lesquels s'appuie le tracteur il n'y a en tout qu'une centaine de grammes. Quant au poids du cheval, il est concentré sur la petite surface des fers de ses sabots et à cause de cela sur chaque cm^2 il dépasse 1000 g soit dix fois plus que pour le tracteur. Il n'est pas étonnant que le cheval

s'enfonce plus profondément dans le sol que le lourd tracteur à chenilles. Certains d'entre-vous ont peut-être vu mettre aux sabots des chevaux, devant passer par des fondrières et des endroits marécageux, des espèces de souliers larges qui augmentent la surface d'appui des sabots et font que le cheval s'enlise moins.

À PLAT VENTRE SUR LA GLACE

Si la glace, qui recouvre la rivière ou le lac n'est pas encore très sûre, les gens avisés s'y déplacent non en marchant, mais à plat ventre. Pourquoi?

Quand une personne se couche, son poids ne change évidemment pas, mais la surface d'appui augmente et sur chaque cm^2 il y a une charge moindre. Autrement dit, la pression exercée par cette personne sur l'appui diminue.

Il est donc clair qu'il est moins dangereux de se déplacer sur une mince couche de glace à plat ventre: la pression sur la glace diminue. On peut également utiliser une large planche sur aquelle on se couche pour se déplacer.

Quelle charge peut supporter la glace sans se briser? Evidemment, cela dépend de l'épaisseur de la glace. La glace d'une épaisseur de 4 cm est capable de supporter le poids d'une personne qui marche.

Autre chose intéressante à savoir. Pour faire une patinoire sur la rivière ou sur le lac, il suffit d'une épaisseur de glace de 10-12 cm.

OÙ SE ROMPRA LA FICELLE?

Edifiez la construction que vous voyez sur la fig. 76. Posez un bâton sur les deux battants de la porte ouverte; attachez-y une ficelle et au

Fig. 76

milieu de la ficelle, un livre lourd. Maintenant, tirez la ficelle avec la règle que vous aurez attachée à son extrémité. Où se rompra la ficelle : au-dessus du livre ou au-dessous?

La ficelle peut se rompre et au-dessus du livre et au-dessous. Cela dépend de la façon dont vous la tirez. Si vous le faites avec précaution, ce sera la partie supérieure de la ficelle qui se rompt ; si vous tirez brusquement, ce sera la partie inférieure.

Pourquoi est-ce ainsi? Quand vous tendez la ficelle avec précaution, la partie supérieure se rompt, parce que en plus de l'effort de la main y agit le poids du livre, alors que sur la partie inférieure de la ficelle n'agit que l'effort de la main. Les choses se présentant tout autrement en cas de tension brusque de la ficelle : l'instant est trop court pour que le livre se déplace sensiblement, la partie supérieure de la ficelle n'est pas distendue et toute la force se concentre sur la partie inférieure, qui se rompt, même si elle est plus grosse que l'autre.

LA BANDE ENTRECOUPÉE

Une bande de papier d'une longueur de 15-18 cm et d'une largeur de 6-7 cm peut faire l'objet d'un problème amusant. Découpez ou déchirez la bande en deux endroits (fig. 77) et demandez à votre camarade ce qui se produira, si l'on tire la bande par les deux extrémités.

— Elle se déchirera bien sûr dans les endroits entaillés, répond-on, habituellement.

— En combien de parties?

— Evidemment, en trois parties.

Ayant reçu une telle réponse, proposez à votre camarade de vérifier son hypothèse par l'expérience.

Avec étonnement il se convainc de son erreur. La bande ne se déchirera qu'en deux morceaux.

On peut faire cette expérience autant de fois que l'on veut, en prenant des bandes de différentes longueurs et en déchirant à différentes profondeurs, jamais on n'obtiendra plus de deux morceaux. La bande se déchire là où elle est moins résistante. Le fait est, qu'il est absolument impossible de faire deux entailles ou deux déchirures identiques, l'une d'elles sera inévitablement plus profonde que l'autre; l'œil ne le verra peut-être pas, mais elle sera quand même plus profonde. Cet endroit de la bande se déchirera le premier et, ayant commencé, continuera jusqu'à ce que l'on obtienne deux morceaux, parce qu'il deviendra de moins en moins résistant.

Vous apprendrez sûrement avec satisfaction, qu'ayant fait cette expérience très simple, vous

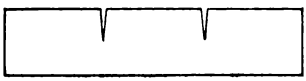


Fig. 77

vous êtes introduit dans le domaine d'une science très sérieuse et importante pour la technique, qui s'appelle « La résistance des matériaux ».

UNE BOÎTE D'ALLUMETTES SOLIDE

Qu'arrivera-t-il si vous frappez à toute volée sur une boîte d'allumettes vide avec le poing?

Je suis sûr que de 10 lecteurs, neuf diront que la boîte se brisera. Le dixième, qui a fait cette expérience ou a entendu parler d'autres, sera d'un avis différent : la boîte restera intacte.

L'expérience doit être effectuée de la manière suivante. Plaçons les deux parties de la boîte vide l'une sur l'autre comme il est montré sur la fig. 78. Frappons sèchement avec le poing sur cet édifice. Ce qui se passera va vous étonner : les deux parties s'envoleront, mais si vous les ramassez, vous verrez qu'elles sont intactes. La boîte est fortement élastique, c'est ce qui la sauve : elle se plie, mais ne se brise pas.

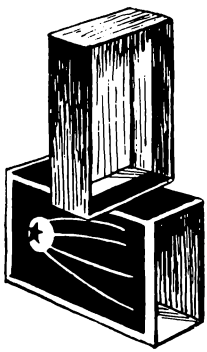


Fig. 78

APPROCHER EN SOUFFLANT

Mettez sur la table une boîte d'allumettes vide et proposez à quelqu'un de la déplacer en soufflant. Evidemment, il le fera sans aucune difficulté. Alors proposez de faire l'inverse : en soufflant, forcer la boîte à s'approcher de soi sans avancer la tête pour souffler derrière la boîte.

Sûrement peu de monde trouvera la bonne méthode. Certains essayeront d'attirer la boîte en aspirant l'air devant celle-ci, certainement sans résultat. Le secret est pourtant très simple. En quoi il consiste ?

Demandez à quelqu'un de placer verticalement sa main derrière la boîte. Soufflez sur la main. Le jet d'air, réfléchi par la main, frappe sur la boîte et la déplace vers vous (fig. 79).

L'expérience réussit toujours. Il faut seulement la faire sur une table suffisamment lisse (même non polie) et sans nappe.

Fig. 79

LA PENDULE

La pendule retarde. Que faut-il faire avec le balancier pour corriger sa marche? Que faut-il faire quand la pendule avance?

Plus le balancier est court, plus vite il oscille. Il est facile de s'en assurer en faisant l'expérience avec un poids au bout d'une ficelle. D'où la solution de notre problème: quand la pendule retarde, il faut relever le disque du balancier sur sa tige ce qui raccourcit le balancier et le fait à osciller plus rapidement. Si la pendule avance, il faut abaisser un peu le disque.

COMMENT S'ARRÊTERA LA TIGE?

Sur les extrémités d'une barre sont fixées des boules de poids identique (fig. 80). Juste en son milieu et par un trou est passée une tige.

Si l'on fait tourner la barre avec ses poids autour de cet axe, il fera quelques tours et s'arrêtera.

Pouvez-vous prévoir à l'avance dans quelle position s'arrêtera la tige?

Ceux qui croient que la tige s'arrêtera dans une position horizontale se trompent. Elle peut être en équilibre dans n'importe quelle

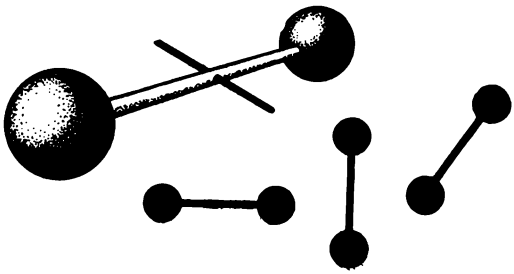


Fig. 80

position (voir fig. 80) : horizontale, verticale ou inclinée, car son axe passe par le centre de gravité. Tout corps, appuyé ou suspendu par son centre de gravité, conserve son équilibre dans n'importe quelle position.

A cause de cela, il est impossible de prévoir à l'avance comment sera la tige, quand elle cessera de tourner.

LE SAUT À L'INTÉRIEUR DU WAGON

Le train roule à une vitesse de 36 km à l'heure. Se trouvant dans un des wagons vous sursautez. Supposons, que vous avez réussi à vous maintenir en l'air toute une seconde (supposition hardie, car pour cela il faut sursauter à plus de 1 m). Quand vous retomberez sur le plancher, vous trouverez-vous à l'endroit d'où vous avez sauté ou non? Si vous êtes à un autre endroit sera-t-il plus près de la paroi avant ou arrière du wagon?

Le sauteur reviendra exactement à l'endroit du plancher d'où il a sauté. Il ne faut pas penser, que pendant qu'il planait dans l'air, le plancher se déplaçait avec le wagon, devançant le sauteur. Bien sûr, le wagon avançait, mais le sauteur, aussi, par inertie et avec la même vitesse : il est resté tout le temps au-dessus de l'endroit d'où il avait sauté.

SUR LE NAVIRE

Deux personnes jouent au ballon sur le pont supérieur d'un navire en marche (fig. 81). L'une se trouve plus près de la poupe, l'autre de la proue. Auquel des deux est-il plus facile de lancer la balle à son partenaire?

Si le navire se déplace avec une vitesse uniforme et en ligne droite, il est également facile

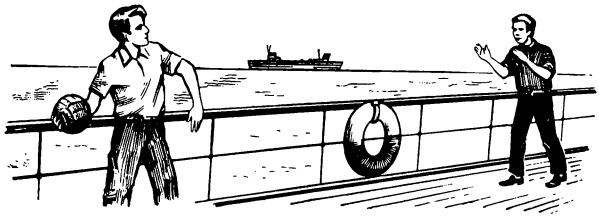


Fig. 81

aux deux joueurs d'envoyer le ballon au partenaire : absolument comme sur un navire immobile. On ne doit pas penser que la personne qui est plus près de la proue s'éloigne du ballon lancé et que celle, plus près de la poupe, se déplace à la rencontre du ballon. Le ballon par inertie a la vitesse du navire ; la vitesse du navire se communique dans la même mesure aux joueurs et au ballon lancé. C'est pourquoi, le mouvement du navire (uniforme et rectiligne) ne donne aucun avantage à l'un des joueurs par rapport à l'autre.

LES DRAPEAUX

Un ballon sphérique est emporté par le vent vers le nord. Dans quelle direction seront dirigés les drapeaux de sa nacelle ?

Le ballon emporté par le vent se trouve au repos par rapport à l'air ambiant ; à cause de cela les drapeaux ne seront pas tendus par le vent, mais pendront comme s'il n'y avait pas de vent.

SUR L'AÉROSTAT

Un aérostat se tient librement immobile dans l'air. Un homme sort de la nacelle et se met à monter par une échelle de corde.

Cela fera-t-il se déplacer l'aérostat vers le haut ou vers le bas?

L'aérostat doit se déplacer vers le bas, car en montant à l'échelle, l'homme la repousse avec le ballon dans le sens inverse. Ici se produit le même effet que lors de la marche d'une personne dans une barque, qui fait reculer la barque avec cela.

MARCHE À PIED OU COURSE?

En quoi se distingue la course de la marche à pied?

Avant de répondre à cette question, rappelons-nous, que parfois l'on peut aller plus vite en marchant qu'en courant et qu'il existe même la course sur place.

La course ne se distingue pas de la marche par la vitesse de déplacement. Quand on marche, notre corps est toujours appuyé par un point quelconque du pied sur le sol. Quand on court, il y a des moments où notre corps en est totalement séparé, c'est-à-dire ne s'y appuie en aucun point.

LE BÂTON AUTOMATIQUEMENT ÉQUILIBRÉ

Sur les deux index de vos mains tendues en avant, placez un bâton lisse, comme il est montré sur la fig. 82. Maintenant, avancez vos doigts à la rencontre l'un de l'autre, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent. Il se produit une chose bizarre. Il se trouve que dans cette position finale le bâton ne tombe pas et conserve son équilibre. Faites plusieurs fois cette expérience, en changeant la position initiale de vos doigts: le résultat est toujours le même, le bâton reste en équilibre. Vous pouvez remplacer le bâton par une

Fig. 82

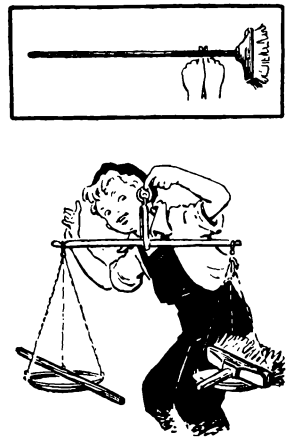


Fig. 83

règle de dessinateur, une canne avec une poignée, une queue de billard ou un balai : vous remarquerez la même particularité.

En quoi consiste la solution de l'énigme de cet effet inattendu ? D'abord, il est clair, que si le bâton se trouve en équilibre c'est que les doigts se sont rencontrés sous le centre de gravité du bâton. Avec la pression, le frottement augmente ; le doigt le plus proche du centre de gravité subit un frottement plus fort que celui qui en est plus éloigné et ne glisse pas sous le bâton à l'inverse de l'autre. Dès que le doigt en mouvement se trouvera plus près du centre de gravité que l'autre, les doigts changent leurs rôles ; un tel changement a lieu plusieurs fois jusqu'à ce que les doigts se rencontrent. Et comme chaque fois un seul doigt se déplace, celui qui est le plus loin du centre de gravité, il est naturel qu'en fin de compte les doigts se rencontrent sous le centre de gravité du bâton.

Avant d'en finir avec cette expérience, répétez-la avec un balai (fig. 83, en haut) et posez-vous la question : si on coupe le manche du balai à l'endroit ou se sont rencontrés des doigts et que l'on place chaque partie sur les plateaux d'une balance (fig. 83, en bas), quel plateau sera plus lourd : avec le manche ou avec la tête du balai ?

Il semblerait que si les deux parties du balai sont en équilibre sur les doigts, elles doivent également s'équilibrer sur les plateaux de la balance. En réalité, le plateau avec le balai est plus lourd. En trouver la cause n'est pas difficile, si l'on tient compte que quand le balai est en équilibre sur les doigts, les poids des deux parties sont appliqués à des bras de levier différents ; dans le cas de la balance, ils sont appliqués à des bras de levier égaux.

Pour le « Pavillon de la science récréative » à Léningrad, j'avais commandé un jeu de bâtons avec des centres de gravité ayant des positions différentes. Ces bâtons pouvaient se séparer en deux parties ordinairement inégales, juste à l'endroit où se trouvait le centre de gravité.

En plaçant ces bâtons sur une balance, les visiteurs pouvaient s'assurer de ce que la partie courte était plus lourde que la partie longue.

LE RAMEUR SUR LA RIVIÈRE

Sur la rivière, un canot à rames ; à côté, flotte un copeau de bois. Qu'est-ce qui est plus facile pour le rameur : dépasser le copeau de 10 m ou de retarder sur lui d'autant ?

Même les personnes s'occupant de sport nautique donnent souvent une réponse erronée à la question posée dans le problème : il leur semble que ramer contre le courant est plus difficile

que suivant le courant, par conséquent, dépasser le copeau est, d'après eux, plus facile que de retarder de celui-ci.

Il est absolument vrai qu'atteindre le rivage en ramant est plus difficile contre le courant qu'en le suivant. Mais si le point que vous voulez atteindre flotte avec vous, comme le copeau sur la rivière, l'affaire change sensiblement.

Il faut tenir compte de ce que le canot, déplacé par le courant, se trouve, par rapport à l'eau qui le porte, au repos. Se trouvant dans un tel canot, le rameur actionne les rames de la même façon que dans l'eau immobile d'un lac. Dans celui-ci, il est facile de ramer dans n'importe quelle direction ; de même dans l'eau courante de notre cas.

Ainsi, le rameur devra fournir le même travail, pour dépasser le copeau flottant ou pour retarder sur celui-ci d'une même distance.

LES RONDS SUR L'EAU

Une pierre jetée dans l'eau calme engendre des ondes qui se dispersent en cercles concentriques.

Quelle forme auront les ondes provoquées par une pierre jetée dans le courant d'une rivière?

Si l'on ne trouve pas de suite la réponse juste à cette question, il est facile de s'embrouiller dans les raisonnements et d'arriver à la conclusion que dans l'eau courante les ondes doivent s'allonger et prendre la forme d'une ellipse ou d'un ovale, obtus à la rencontre du courant. Cependant, en observant avec attention les ondes qui se forment avec une pierre jetée dans la rivière, nous ne remarquerons aucune dérogation de la forme ronde, si rapide que soit le courant.

Ici il n'y a rien d'extraordinaire. Un raisonnement simple nous amène à la conclusion que les ondes engendrées par une pierre jetée doivent être concentriques et dans l'eau calme et dans l'eau courante. Considérons le mouvement des particules des ondes de l'eau comme se composant de deux mouvements : radial, à partir du centre des oscillations, et de translation, dirigé suivant le courant de la rivière. Un corps entraîné dans plusieurs mouvements doit en fin de compte se trouver là où il se trouverait, s'il effectuait toutes les composantes du mouvement l'une après l'autre.

Pour cela admettons d'abord que la pierre est jetée dans l'eau calme. Dans ce cas on aura des ondes concentriques.

Représentons-nous maintenant que l'eau se déplace ; il est indifférent de savoir avec quelle vitesse si c'est uniformément ou non, l'important est que ce soit un mouvement de translation. Qu'adviendra-t-il de nos ondes concentriques? Elles se déplaceront suivant une parallèle, sans subir de distorsion dans leur forme. Elles resteront donc concentriques.

LA DÉVIATION DE LA FLAMME D'UNE BOUGIE

En transportant d'un endroit à un autre dans une chambre une bougie allumée, nous remarquons que la flamme au commencement du déplacement s'incline en arrière. De quel côté se penchera-t-elle, si l'on transporte la bougie dans une lanterne fermée et qu'on la fait tourner en rond autour de soi?

Ceux qui pensent que la flamme ne déviera pas se trompent. Faites une expérience avec une allumette enflammée. Si vous la déplacez, en la protégeant avec la main, la flamme déviera, mais

en avant contre toute attente et non pas en arrière. La cause de ceci est que la flamme est moins dense que l'air ambiant. Une même force communique à un corps de masse moindre une vitesse plus élevée qu'à un corps de masse plus grande. Pour cela, la flamme se mouvant plus vite que l'air dans la lanterne s'inclinera en avant.

La même cause, la densité de la flamme moindre que celle de l'air ambiant, explique aussi un phénomène inattendu qui se produit au moment de la rotation de la lanterne: la flamme s'incline vers l'intérieur et non vers l'extérieur comme on pouvait s'y attendre. Ce phénomène est compréhensible, si l'on se souvient de la façon dont se disposent le mercure et l'eau dans une sphère mise en rotation par une centrifuge: le mercure se met plus loin de l'axe de rotation que l'eau; cette dernière surnage en quelque sorte dans le mercure, si l'on considère comme le bas la direction de l'axe de rotation (c'est-à-dire la direction dans laquelle tombent les corps sous l'action de la force centrifuge). Plus légère que l'air ambiant, la flamme de la bougie, pendant la rotation de la lanterne, surnage dans l'air vers le haut, c'est-à-dire d'après la direction de l'axe de rotation.

LE FLÉCHISSEMENT DE LA CORDE

Avec quelle force faut-il tendre la corde pour qu'elle ne s'affaisse pas?

Quelle que soit cette force, la corde fléchira inévitablement. La force de la pesanteur qui provoque le fléchissement est dirigée verticalement ce qui n'est pas le cas de la tension de la corde. Deux telles forces ne peuvent en aucun cas s'équilibrer, c'est-à-dire leur résultante ne

peut être égale à zéro. C'est cette résultante qui provoque le fléchissement de la corde.

Aucune force, aussi grande soit-elle, ne peut tendre une corde strictement en ligne droite (sauf dans le cas où elle est dirigée verticalement). Le fléchissement est inévitable; on peut le diminuer jusqu'au degré acceptable, mais on ne peut le rendre nul. Ainsi, toute corde tendue non verticalement, toute courroie de transmission doivent fléchir.

Pour cette même raison, il est impossible de tendre un hamac de façon que ses cordes soient horizontales. Le grillage en fil de fer du sommier du lit fléchit sous le poids de la personne qui y est couchée. Le hamac, dont la tension des cordes est beaucoup moindre, se transforme en sac suspendu quand quelqu'un s'y allonge.

OÙ JETER LA BOUTEILLE

Dans quelle direction faut-il jeter une bouteille par la fenêtre du wagon, pour que le danger de la briser à terre soit moindre?

De la même façon qu'il est moins dangereux de sauter d'un wagon en marche dans le sens du mouvement, il peut sembler que la bouteille frappera le sol plus doucement si on la jette en avant. C'est faux: les objets doivent être jetés en arrière dans le sens inverse de la marche du train. Alors la vitesse communiquée à la bouteille jetée se retranchera de celle qu'elle possède par inertie; résultat: la bouteille atterrira avec une vitesse moindre. En la jetant en avant, on obtiendrait le résultat contraire: les vitesses s'additionneraient et le choc serait plus fort.

Le fait qu'il est cependant moins dangereux pour l'homme de sauter en avant et non en

arrière s'explique par une toute autre cause: tombant en avant, nous nous meurtrissons moins qu'en tombant en arrière.

LE BOUCHON

Un morceau de bouchon est tombé dans une bouteille emplie d'eau. Il est suffisamment petit pour passer par le goulot. Mais vous avez beau incliner ou renverser la bouteille, l'eau qui s'en échappe n'emporte pas, on ne sait pourquoi, le morceau de liège. Ce n'est que lorsque la bouteille est presque vide que le bouchon quitte la bouteille avec la dernière portion d'eau. Pourquoi?

L'eau n'emporte pas le bouchon pour une cause bien simple: le liège est plus léger que l'eau et se tient toujours à sa surface. Le bouchon ne peut donc se trouver en bas, près du goulot, que lorsque presque toute l'eau s'en est échappée. De là, il glisse de la bouteille seulement avec la dernière portion d'eau.

PENDANT LA CRUE

Pendant la crue du printemps, la surface des rivières devient convexe, c'est-à-dire plus haute au milieu que près des bords. Si sur une telle rivière en crue flottent des troncs de bois, ils glissent vers les bords, libérant le milieu de la rivière (fig. 84, en haut). A la basse eau, la surface de l'eau devient concave, c'est-à-dire plus basse que près des bords, et alors le bois se rassemble au milieu de la rivière (fig. 84, en bas).

Comment expliquer ceci?

Pourquoi en période de crue la rivière devient convexe et de basse eau, concave?

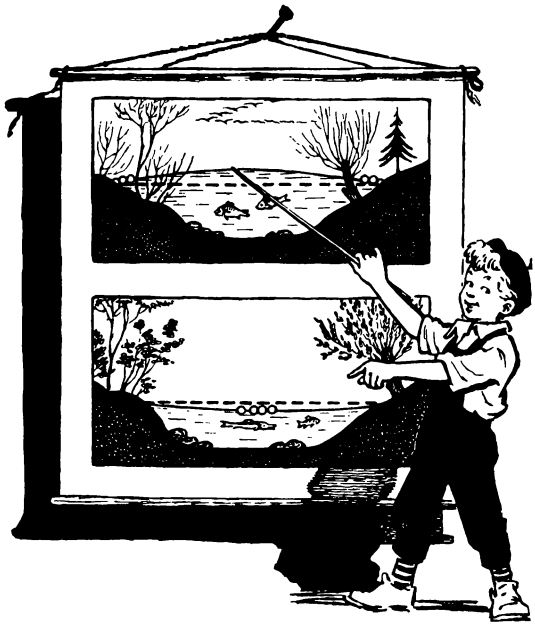


Fig. 84

La cause en est qu'au milieu de la rivière l'eau coule toujours plus vite que près des bords: le frottement de l'eau sur la rive freine le courant. En période de crue l'eau monte à partir d'amont et dans le même temps plus vite au milieu, car la vitesse du courant y est plus grande, que sur les bords. Il est clair, que s'il arrive plus d'eau par le milieu, la rivière doit y augmenter de volume. C'est autre chose pendant les basses eaux, quand le niveau diminue: par suite du fort courant au milieu de la rivière, l'eau s'en écoule en plus grande quantité que près des bords et la rivière devient concave.

LES LIQUIDES EXERCENT UNE PRESSION... VERS LE HAUT!

Que le liquide exerce une pression en bas sur le fond du récipient et sur les côtés, sur les parois, chacun le sait, même sans avoir étudié la physique. Mais qu'il presse aussi vers le haut, beaucoup de gens ne le soupçonnent pas. Un verre de lampe à pétrole vous aidera à vous assurer de ce qu'une telle pression existe réellement. Découpez dans un carton fort un disque, appliquez-le aux bords du verre (il devra être de dimensions suffisantes pour le fermer). Plongez-le tout dans l'eau. Pour que le disque ne tombe pas pendant l'immersion, maintenez-le par un fil passé en son centre ou bien simplement avec le doigt. Ayant plongé le verre à une profondeur déterminée, vous remarquerez que le disque tient tout seul, sans l'aide du fil ou du doigt : l'eau l'appuie en pressant de bas en haut.

Vous pouvez même mesurer cette pression vers le haut. Versez avec précaution de l'eau dans le verre de lampe : dès que le niveau à l'intérieur du verre s'approchera du niveau dans le

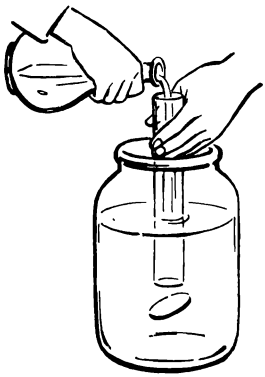


Fig. 85

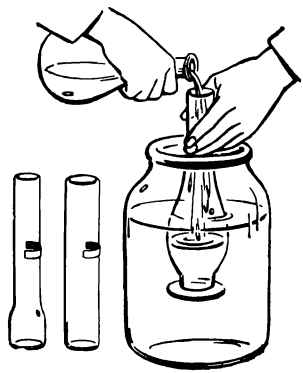


Fig. 86

récipient, le disque tombera. Donc, la pression de l'eau sur le disque par le bas est équilibrée par la pression de la colonne d'eau, dont la hauteur est égale à la profondeur du disque sous l'eau. C'est la loi de la pression de l'eau sur chaque corps immergé. De ceci, entre autres, provient aussi la « perte » de poids dans les liquides, dont nous parle la célèbre loi d'Archimède.

Ayant plusieurs verres de lampe de différentes formes, mais avec des orifices identiques, vous pouvez vérifier une autre loi se rapportant aux liquides : la pression du liquide sur le fond du récipient ne dépend pas de la forme du récipient, mais seulement de la surface du fond et de la profondeur. Cette vérification consiste à plonger les différents verres de lampe à une même profondeur (pour cela, fixez des petites bandes de papier collant, sur les verres, à une même hauteur). Vous remarquerez que le disque se détache chaque fois à un même niveau de l'eau dans le verre (fig. 86). Donc, la pression des colonnes d'eau de différentes formes est identique, si seulement sont identiques leurs bases et hauteur. Prêtez attention à ce qu'ici seule la hauteur est importante et non la longueur. En effet, une longue colonne inclinée presse sur le fond de façon absolument identique à une colonne courte verticale de même hauteur (avec des surfaces de base égales).

QU'EST-CE QUI EST PLUS LOURD?

Sur un des plateaux d'une balance est placé un seau rempli d'eau jusqu'au bord. Sur l'autre, un seau absolument identique, rempli aussi jusqu'au bord, mais dans lequel flotte un morceau de bois (fig. 87). Quel seau est-il le plus lourd?

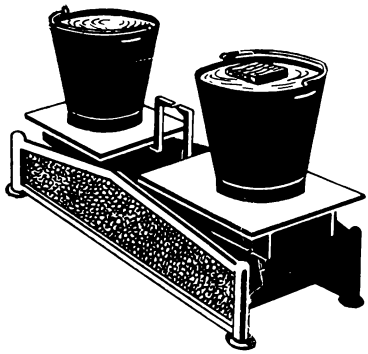


Fig. 87

J'ai posé cette question à différentes personnes ; j'ai reçu des réponses contradictoires. Les uns ont répondu que le seau dans lequel flottait le morceau de bois devait être plus lourd, parce qu'en plus de l'eau, il y avait du bois. Les autres, au contraire, que le premier seau était plus lourd, parce que l'eau est plus lourde que le bois.

Aucune des deux réponses n'est exacte : les deux seaux ont en effet le même poids. Il est vrai que dans le second seau il y a moins d'eau que dans le premier, parce que le morceau de bois qui y flotte en a déplacé un certain volume. Mais suivant la loi d'Archimède chaque corps plongé dans l'eau déplace par sa partie immergée autant de liquide (en poids) que pèse ce corps. Voilà pourquoi les plateaux de la balance restent en équilibre.

Maintenant encore un problème. Je place sur l'un des plateaux de balance un verre d'eau et un petit poids. Je réalise l'équilibre en mettant des poids sur l'autre plateau. Puis je laisse tomber le petit poids dans le verre d'eau. Comment va réagir la balance ?

Suivant la loi d'Archimède, le poids dans l'eau s'allège, par rapport à ce qu'il était hors de l'eau. Il semblerait donc que le plateau avec le verre doive s'élever. Cependant, en réalité la balance reste en équilibre. Comment l'expliquer?

Le poids jeté dans le verre a déplacé un certain volume d'eau. L'eau est montée au-dessus du niveau initial; pour cette raison, la pression sur le fond du verre a augmenté, ce qui fait que le fond subit une force supplémentaire égale à la perte de poids subie.

L'EAU DANS LE TAMIS

Il se trouve, qu'il est possible de transporter de l'eau dans un tamis, et ceci dans la réalité et non pas seulement dans une fable. La connaissance de la physique permet de faire cette chose, classiquement impossible. Pour cela il faut prendre un tamis en fil de laiton d'environ 15 cm de diamètre, avec des mailles pas trop fines (près de 1 mm) et le tremper dans de la paraffine fondue. Ensuite le retirer: les fils de laiton du tamis seront recouverts d'une mince couche de paraffine, presque invisible à l'œil nu.

Le tamis restera un tamis, ses trous laisseront passer facilement une épingle, mais vous pourrez réellement l'utiliser pour transporter de l'eau. Un tel tamis retient une couche assez importante d'eau, sans la laisser passer par les mailles, il faut seulement verser l'eau avec précaution et protéger le tamis des chocs.

Pourquoi l'eau ne s'en écoule-t-elle pas? Parce que, ne mouillant pas la paraffine, l'eau forme dans les mailles de fines pellicules convexes vers le bas qui retiennent l'eau (fig. 88).

Un tel tamis paraffiné peut être placé sur l'eau; il se maintiendra à sa surface. Donc, il

Fig. 88

est possible non seulement de porter de l'eau dans un tamis, mais de le faire flotter.

Cette expérience paradoxale explique un certain nombre de phénomènes ordinaires auxquels nous sommes tellement habitués, que nous ne songeons pas à leur cause. Le goudronnage des tonneaux et des canots, le graissage des bouchons et des douilles, la peinture à l'huile et en général le recouvrement avec des corps gras de tous les objets que nous voulons rendre imperméables à l'eau, ainsi que le caoutchoutage des tissus, ne sont autre chose que l'exécution d'un tamis du genre de celui que nous avons décrit. Le principe en est le même ; dans le cas du tamis, il est seulement quelque peu extraordinaire.

LES BULLES DE SAVON

Savez-vous faire des bulles de savon ? Ce n'est pas si simple qu'on ne le croît. Et je croyais moi aussi qu'il ne fallait aucun savoir faire jusqu'à ce que je me convaincs de ce que souffler de grandes et belles bulles est une sorte d'art demandant de l'entraînement.

Mais faut-il s'occuper d'une chose si futile que les bulles de savon ?

Généralement, elles ont une mauvaise réputation, pour le moins, dans notre conversation nous nous en souvenons pour faire des comparaisons pas trop flatteuses. Tout autrement les considèrent les physiciens. « Soufflez une bulle de savon, écrivait le célèbre savant anglais Kelvin, et regardez-la ; vous pouvez passer toute

votre vie à l'étudier, sans cesser d'en extraire des leçons de physique. »

En effet, les admirables couleurs irisées sur la surface des très minces pellicules de savon donnent au physicien la possibilité de mesurer la longueur des ondes lumineuses et l'étude de la tension de ces pellicules fragiles permet d'étudier les lois de l'action des forces entre les particules, ces forces de cohésion, sans lesquelles il n'existerait rien d'autre au monde que de la poussière la plus minuscule.

Le nombre restreint d'expériences décrit ci-dessous ne prétend pas s'attaquer à des problèmes si sérieux mais seulement vous distraire et vous permettre de souffler artistiquement des bulles de savon. Le physicien anglais Ch. Boyce dans son livre « Les bulles de savon » a décrit d'une façon très détaillée un grand nombre d'expériences variées que l'on peut faire avec celles-ci. Nous renvoyons à cet admirable livre ceux que cela intéresse ; nous ne décrirons ici que les expériences les plus simples.

On peut procéder avec une solution de savon ordinaire (les savons de toilette conviennent moins bien), mais nous indiquerons aussi le savon de Marseille, à l'huile d'olive et celui aux amandes qui sont ce qu'il y a de mieux pour obtenir de grandes et belles bulles. Un morceau d'un tel savon devra être dilué avec précaution dans de l'eau propre et froide, jusqu'à l'obtention d'une solution assez consistante. Il est préférable d'utiliser de l'eau de pluie ou de neige, ou en leur absence de l'eau bouillie refroidie. Pour que les bulles vivent plus longtemps, Plateau recommande d'ajouter $^1/_3$ (en volume) de glycérine à la solution savonneuse. On enlève de la surface l'écume et les bulles et on plonge dans la solution une fine pipe en terre, dont les extrémités

à l'intérieur et à l'extérieur ont été préalablement enduites de savon. On obtient aussi de bons résultats avec une paille d'environ 10 cm de long dont on a fendu en croix l'extrémité.

On souffle la bulle de la manière suivante: ayant plongé la pipe dans la solution et tout en la maintenant verticalement, pour qu'il ne se forme pas de pellicule de solution à son extrémité, on souffle avec précaution dedans.

La bulle se remplit de l'air chaud de nos poumons, qui est plus léger que l'air ambiant de la chambre, et de ce fait s'envole à l'instant même vers le haut.

Si vous arrivez à former immédiatement des bulles de 10 cm de diamètre, alors votre solution est bonne, sinon ajoutez-y encore du savon, jusqu'à ce que vous obteniez des bulles de cette dimension. Mais cela ne suffit pas. Il faut encore tremper le doigt dans la solution savonneuse et essayer de crever la bulle que l'on vient de souffler. Si elle résiste, on peut commencer les expériences; sinon, il convient d'ajouter encore un peu de savon.

On doit effectuer les expériences lentement, calmement et avec précaution. L'éclairage doit, autant que possible, être vif: autrement, la bulle ne montrera pas ses couleurs irisées.

Voici quelques expériences amusantes avec des bulles de savon.

La bulle de savon autour de la fleur. On verse de la solution savonneuse dans une assiette ou un plateau de manière à en recouvrir le fond d'une couche de 2-3 mm d'épaisseur. Au milieu on place une fleur ou un petit vase que l'on recouvre avec un entonnoir en verre. Ensuite on soulève lentement l'entonnoir en soufflant dans son tube étroit; il se forme une bulle de savon; quand elle atteint une dimension suffisante, on

incline l'entonnoir, comme il est montré sur la fig. 89, pour le libérer de la bulle. La fleur se trouve alors sous une demi-sphère transparente de pellicule savonneuse, chatoyante de toutes les couleurs de l'arc-en-ciel.

Au lieu d'une fleur on peut prendre une statuette et orner sa tête d'une petite bulle de savon. Pour cela il est indispensable de laisser tomber sur la tête de la statuette une goutte de solution savonneuse et ensuite quand la grande bulle est déjà formée, la transpercer et souffler une petite à l'intérieur.

Plusieurs bulles l'une dans l'autre. Au moyen de l'entonnoir que l'on vient d'utiliser, on souffle une grande bulle de savon. Ensuite on plonge complètement une paille dans la solution savonneuse (de manière à ce que seule son embouchure reste sèche) et on la passe avec précaution à travers la paroi de la première bulle jusqu'au centre; ensuite on la retire lentement, sans l'amener jusqu'au bord. On souffle alors une seconde bulle incluse dans la première, puis dans

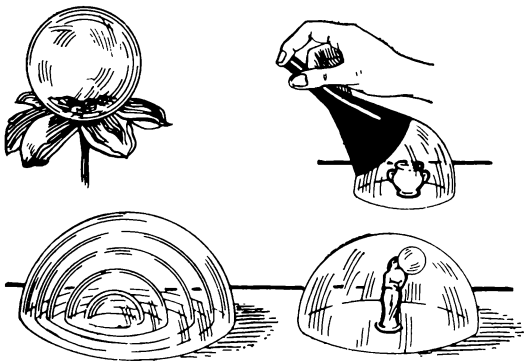


Fig. 89

Fig. 90

celle-ci, une troisième, et de même une quatrième, etc.

Un cylindre en pellicule de savon (fig. 90). On peut l'obtenir entre deux anneaux en fil de fer. Pour cela on pose sur l'anneau inférieur une bulle sphérique ordinaire ; ensuite on applique sur le haut de cette bulle le second anneau, enduit de solution savonneuse et en le soulevant, on allonge la bulle jusqu'à ce qu'elle devienne cylindrique. Il est remarquable, que si l'on élève l'anneau supérieur à une hauteur plus grande que la circonférence de l'anneau, le cylindre deviendra plus étroit dans une partie et plus large dans l'autre pour se scinder ensuite en deux bulles.

La pellicule de la bulle de savon se trouve constamment tendue et presse sur l'air qui se

trouve à l'intérieur ; en dirigeant l'entonnoir vers la flamme de la bougie, vous pouvez vous assurer que la force de ces pellicules minces n'est pas si négligeable : la flamme s'inclinera sensiblement sur le côté (fig. 90).

Il est intéressant d'observer la bulle de savon quand elle passe d'un local chaud à un local froid, elle diminue nettement de volume ; au contraire, elle augmente en passant d'une chambre froide à une chambre chaude. C'est la compression et la dilatation de l'air se trouvant à l'intérieur de la bulle qui en est la cause. Si, par exemple, à —15° le volume de la bulle est de 1000 cm³ et qu'on la transporte dans un local où la température est +15°, il doit augmenter d'environ $1000 \times 30 \times \frac{1}{273} = 110$ cm³.

On doit remarquer que l'idée répandue de la faible longévité des bulles de savon n'est pas tout à fait exacte ; avec certaines précautions de maniement, on arrive à conserver les bulles de savon plusieurs dizaines de jours. Le physicien écossais Dewar (connu pour ses travaux sur la liquéfaction des gaz) les conservait dans des bouteilles spéciales, bien protégées de la poussière, de la sécheresse et des vibrations de l'air, dans ces conditions, il réussissait à conserver certaines bulles un mois et plus. En Amérique, Lawrence est parvenu à conserver des années, des bulles de savon sous un globe de verre.

UNE AMÉLIORATION DE L'ENTONNOIR

Celui qui a rempli une bouteille au moyen d'un entonnoir sait qu'il faut de temps en temps le soulever pour permettre au liquide de s'écouler. L'air ne pouvant sortir de la bouteille empêche par sa pression le liquide de s'écouler de l'enton-

noir. Il est vrai qu'un peu de liquide s'écoule quand même, car l'air se comprime un peu par la pression de l'eau ; mais une fois comprimé, l'air équilibrera par sa pression le poids du liquide dans l'entonnoir. Il est clair qu'en soulevant un peu l'entonnoir, nous laissons sortir l'air comprimé et le liquide recommence à couler de l'entonnoir.

Il serait pratique de faire des entonnoirs possédant sur leur tube des rainures longitudinales extérieures, pour empêcher l'entonnoir d'adhérer étroitement au goulot.

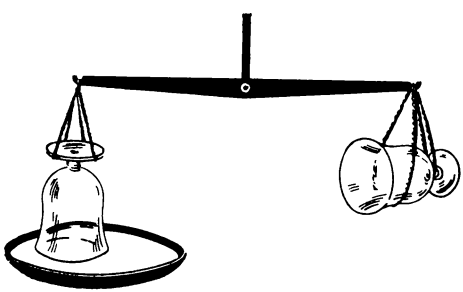
COMBIEN PÈSE L'EAU DANS UN VERRE RENVERSÉ?

— Rien, évidemment, car dans un tel verre l'eau ne se tient pas, direz-vous.

— Et si elle y reste, demanderai-je, alors?

Car il est possible de maintenir l'eau dans un verre renversé, de manière à ce qu'elle ne s'en écoule pas. Ce cas est montré sur la fig. 91. On attache par son pied un verre renversé d'un côté de la balance ; il est rempli d'eau et elle ne s'échappe pas, car les bords du verre sont plongés dans un récipient avec de l'eau. De l'autre côté on fixe un verre identique, mais vide.

Fig. 91



De quel côté penchera la balance?

Vers celui auquel est attaché le verre renversé avec l'eau. En effet, il subit en haut la pression atmosphérique totale, et en bas, la pression atmosphérique affaiblie par le poids de l'eau contenue dans le verre. Pour équilibrer la balance, il faudrait remplir d'eau le second verre. Par conséquent, l'eau dans le verre renversé pèse autant que dans un verre placé debout.

COMBIEN PÈSE L'AIR À L'INTÉRIEUR D'UNE CHAMBRE?

Pouvez-vous dire quelle charge représente l'air qui se trouve dans une chambre de dimensions moyennes? Quelques grammes ou quelques kilogrammes? Aurez-vous la force de soulever une telle charge avec un doigt ou vous ne pourrez la tenir que difficilement sur vos épaules?

De nos jours, il n'y a sûrement personne pour considérer comme autrefois que l'air ne pèse rien. Mais de là à dire combien il pèse, c'est autre chose.

Rappelez-vous qu'un litre d'air tiède estival près du sol (et non en montagne) pèse 1,2 g; dans un m^3 il y a 1000 litres, donc 1 m^3 pèse 1000 fois plus que 1,2 g, ce qui fait 1,2 kg environ.

Maintenant il nous est facile de calculer combien pèse l'air dans telle ou telle chambre. Il suffit de savoir combien elle contient de m^3. Si la surface de la chambre est de 15 m^2 et sa hauteur 3 m, elle contient $15 \times 3 = 45$ m^3 d'air. Si le poids d'un m^3 est de 1,2 kg, donc, tout l'air de cette chambre pèsera $1{,}2 \times 45 = 54$ kg. On ne peut pas soulever une telle charge avec le doigt et, même sur ses épaules, on ne la portera pas sans peine.

LE BOUCHON NON OBÉISSANT

Cette expérience vous montrera clairement que l'air comprimé a une grande force qui peut être très facilement mise en évidence.

Pour cela, il nous faut une bouteille ordinaire et un bouchon de liège qui soit un peu plus petit que l'orifice du goulot.

Tenez la bouteille horizontalement, placez le bouchon dans le goulot et proposez à quelqu'un de souffler sur le bouchon à l'intérieur de la bouteille.

A première vue, rien de plus facile. Mais essayez ; soufflez le plus fort possible sur le bouchon, et vous serez étonné par le résultat. Le bouchon non seulement n'entre pas dans la bouteille, mais vous arrive dans la figure!

Plus fort vous soufflerez et plus rapidement le bouchon en sortira. Pour forcer le bouchon à glisser à l'intérieur de la bouteille, vous devez faire le contraire : ne pas souffler sur le bouchon, mais aspirer l'air du goulot au-dessus du bouchon.

Ce phénomène bizarre s'explique ainsi. Quand vous soufflez dans le goulot de la bouteille, vous soufflez dans celle-ci de l'air par l'interstice entre le bouchon et le goulot en augmentant ainsi la pression à l'intérieur de la bouteille, ce qui provoque le renvoi avec force du bouchon à l'extérieur. Quand vous aspirez l'air, vous créez une dépression dans la bouteille et le bouchon est poussé à l'intérieur par la force atmosphérique. Cette expérience ne réussit avec succès que lorsque le goulot de la bouteille est tout à fait sec ; sinon, le bouchon frotte sur la paroi et ne passe pas.

LE SORT DU BALLON

Les ballons que les enfants laissent échapper de leurs mains s'envolent au loin. Jusqu'où? A quelle hauteur peuvent-ils s'élever?

Le ballon échappé des mains vole non vers les limites extrêmes de l'atmosphère, mais vers son « plafond », c'est-à-dire jusqu'à l'altitude où par suite de la raréfaction de l'atmosphère, le poids du ballon devient égal au poids de l'air qu'il déplace. Mais il n'atteint pas toujours ce « plafond ». Le ballon en s'élevant augmente en effet de volume (par suite de la diminution de la pression extérieure) et il peut éclater, surgonflé par sa pression intérieure avant d'avoir atteint son plafond.

COMMENT ÉTEINDRE UNE BOUGIE?

A première vue, rien de plus facile que de souffler une bougie, mais cela ne réussit pas toujours. Essayez de souffler une bougie non pas directement, mais à travers un entonnoir, et vous vous convaincrez que cela demande pas mal d'adresse.

Placez-le en face de la flamme de la bougie et soufflez dans son tube. La flamme ne bougera pas, bien que le courant d'air soit dirigé directement sur la bougie.

Etant sûr que l'entonnoir est trop loin, vous l'approchez et recommencez à souffler. Le résultat est inattendu : la flamme s'incline vers vous, à la rencontre du courant d'air sortant de l'entonnoir, au lieu d'être repoussée par lui.

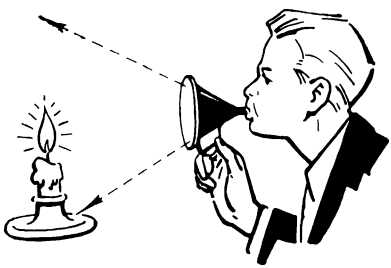


Fig. 92

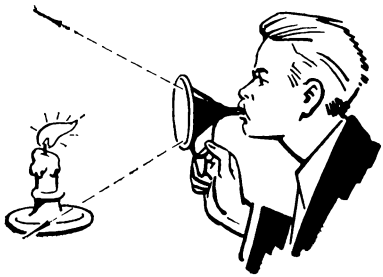


Fig. 93

Que faire pour éteindre la bougie? Il faut placer l'entonnoir de façon à ce que la flamme se trouve sur le prolongement non de l'axe de l'entonnoir, mais de son évasement. En soufflant alors, vous éteindrez facilement la bougie.

Ceci s'explique par le fait, que le jet d'air qui sort de la partie étroite ne suit pas ensuite l'axe de l'entonnoir mais s'écoule le long des parois de l'évasement, en y formant une espèce de tourbillon d'air. L'air est raréfié le long de l'axe et à cause de cela, un courant inverse s'y produit. Maintenant on comprend que la flamme placée dans le prolongement de l'axe de l'entonnoir s'incline vers celui-ci et que lorsqu'elle se trouve en face du bord elle s'incline en avant et s'éteint.

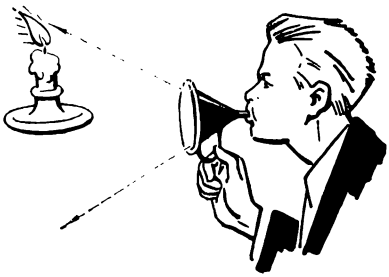


Fig. 94

LA ROUE DE L'AUTOMOBILE

Une automobile se déplace. Nous considérons une de ses roues. Nous la voyons tourner dans le sens des aiguilles d'une montre. La question suivante est posée : dans quel sens l'air se déplace-t-il à l'intérieur du pneu — dans le sens du mouvement de la roue ou inversement ?

L'air se déplace à partir de l'endroit où le pneu est comprimé dans les deux sens : en avant et en arrière.

POURQUOI LAISSE-T-ON DES JOINTS ENTRE LES RAILS?

Entre les extrémités des rails on laisse toujours des espaces vides : les joints. On le fait exprès. Si l'on plaçait les rails, sans jeu, l'un contre l'autre, la voie ferrée deviendrait rapidement inutilisable. Ceci est dû à ce que tous les objets se dilatent en se réchauffant, de même le rail en acier sous l'action du soleil. S'ils n'ont pas de place pour leur dilatation en s'appuyant l'un contre l'autre, ils se courberont transversalement et mettront hors de service les traverses et crampons de maintien.

Pour calculer les jeux, on tient compte également de l'hiver. Alors, le froid rend les rails plus courts, ce qui fait augmenter d'autant les jeux. Pour ces raisons, il est indispensable de les prévoir en fonction des conditions climatiques de l'endroit où passe la voie ferrée.

Comme exemple d'utilisation de la propriété qu'ont les corps de se comprimer au refroidissement, on peut citer le frettage à chaud des roues. Quand la frette devient froide elle se rétrécit et serre fortement la jante.

LES FONDS DE VERRES

Vous avez probablement remarqué que les verres destinés à contenir des boissons froides ont souvent un fond épais. La raison en est claire : un tel verre est en effet plus stable et se renverse moins facilement. Pourquoi ne pas utiliser de tels verres pour le thé ? Dans ce cas aussi, un verre stable ferait l'affaire.

On n'utilise pas les verres à fond épais pour les boissons chaudes parce que le liquide chaud en échaufferait et dilaterait plus vite les parois que le fond épais. Une telle vaisselle ne serait pas pratique car elle se briserait. Plus les verres sont fins et moins grande est la différence d'épaisseur entre le fond et les parois, plus ils se réchaufferont régulièrement et moins ils seront sujets à craquer.

LE TROU DANS LE COUVERCLE DE LA BOUILLOIRE

Dans le couvercle métallique de la bouilloire il y a un petit trou. Son utilité ? Il sert à laisser passer la vapeur, qui autrement ferait sauter le couvercle de la bouilloire. Cela dit, les matériaux quand on les chauffe se dilatent dans tous les sens. Qu'advient-il de ce trou ? Diminue-t-il ou s'agrandit-il ?

Lorsque l'on chauffe le couvercle de la bouilloire, son trou s'élargit. C'est ce que font, en général, les trous et les cavités, qui réagissent au chauffage de la même manière que les matériaux qui les entourent. Pour cette raison, entre autres, la capacité des récipients ne diminue pas comme le pensent certains mais augmente avec leur température.

LA FUMÉE

Pourquoi par temps calme la fumée de la cheminée s'élève vers le haut?

La fumée de la cheminée s'élève parce que l'air chaud qu'elle contient, dilaté par la chaleur, est plus léger que celui qui entoure la cheminée.

Quand l'air qui supporte les particules de la fumée se refroidit, la fumée descend et s'étale sur le sol.

LE PAPIER INCOMBUSTIBLE

On peut faire une expérience dans laquelle la flamme d'une bougie ne brûle pas une bande de papier.

Pour cela, il faut serrer une tige de fer dans une étroite bande de papier de manière à obtenir quelque chose qui ressemblerait à une vis. Si l'on introduit une telle tige ainsi enveloppée dans la flamme d'une bougie, le papier ne s'enflammera pas. La flamme le léchera, le noircira, mais ne le brûlera pas tant que la tige de fer ne sera pas suffisamment échauffée.

Pourquoi le papier ne brûle-t-il pas? Parce que le fer, comme tout métal, conduit bien la chaleur, il retire au papier la chaleur que celui-ci reçoit de la flamme. Si vous remplacez la tige de fer par une tige en bois, vous brûlerez le papier, car le bois est mauvais conducteur de la chaleur. Avec une tige en cuivre, l'expérience réussit encore mieux.

En entourant une clé avec un fil, vous pourrez montrer une expérience avec un fil incombustible.

POURQUOI LES VENTS COULIS SOUFFLENT-ILS D'UNE FENÊTRE FERMÉE?

Il nous semble bizarre que par temps froid, on sente des vents coulis venir d'une fenêtre fermée hermétiquement et sans aucune fente. Cependant, il n'y a rien d'extraordinaire à cela.

L'air de la chambre n'est presque jamais au repos: il existe dans la chambre des courants invisibles à l'œil, engendrés par le réchauffement et le refroidissement de l'air. Chauffé, l'air devient moins dense et par suite plus léger, refroidi, il se condense et devient plus lourd. L'air léger tiède, chauffé par le radiateur ou la lampe, est repoussé par l'air froid vers le haut, vers le plafond; l'air froid, refroidi près des fenêtres ou des murs froids descend vers le bas, vers le plancher.

Ces courants dans la chambre sont facilement décelables au moyen d'un ballon d'enfant, si l'on y attache un léger poids pour qu'il ne monte pas au plafond, mais vole librement dans l'air. Un tel ballon lâché près d'un radiateur voyage dans la chambre, entraîné par des courants d'air invisibles: du radiateur il monte vers le plafond puis il va vers la fenêtre, d'où il descend vers le plancher et retourne au radiateur pour un nouveau tour dans la chambre.

Voilà pourquoi nous sentons en hiver des vents coulis venir de la fenêtre, bien qu'elle soit hermétiquement fermée et que l'air extérieur ne puisse pénétrer par des fentes.

LA COULEUR DE LA VAPEUR D'EAU

Avez-vous eu l'occasion de voir de la vapeur d'eau? Pouvez-vous dire de quelle couleur est-elle?

Au sens strict de ce mot, la vapeur d'eau est absolument transparente et limpide. Il est donc impossible de la voir, comme on ne peut voir l'air. Ce brouillard blanc que l'on nomme communément « vapeur » est un amas de gouttelettes d'eau microscopiques. C'est de l'eau condensée et non de la vapeur.

POURQUOI LA BOUILLOIRE « CHANTE »-T-ELLE ?

D'où provient le chantonnement de la bouilloire avant que l'eau ne commence à y bouillir? L'eau, directement en contact avec la source de chaleur, se transforme en vapeur, qui forme des petites bulles dans l'eau. Comme elles sont plus légères, elles sont expulsées vers le haut. Elles arrivent ainsi dans l'eau dont la température est inférieure à 100 °C. La vapeur dans les bulles se refroidit et se condense, et les parois des bulles se rejoignent sous la pression de l'eau ambiante. Ainsi, avant le commencement de l'ébullition, des bulles de plus en plus nombreuses s'élèvent, se condensent avec un léger bruit avant d'atteindre le niveau de l'eau. Ce sont ces craquements innombrables qui produisent le chantonnement que nous entendons avant l'ébullition.

Quand toute l'eau dans la bouilloire est portée à la température d'ébullition, les bulles ne se condensent plus et la « chanson » cesse. Dès que la bouilloire commence à se refroidir, les conditions requises sont réunies à nouveau et sur le feu, la « chanson » recommence.

Voilà pourquoi les bouilloires ne chantent qu'avant l'ébullition et après; une bouilloire en ébullition ne « chante » jamais.

Découpez dans du papier fin un petit carré. Pliez-le suivant les diagonales et remettez-le à plat. Vous saurez ainsi, où se trouve le centre de gravité de votre carré. Faites tenir ce papier sur la pointe d'une aiguille, juste par ce point.

Le papier restera en équilibre car il est soutenu en son centre de gravité. Mais au moindre souffle de vent, il commencera à tourner sur la pointe.

Jusqu'ici cet appareil n'a rien de mystérieux. Mais approchez votre main, comme il est montré sur la figure 95. (Procédez avec précaution pour ne pas le faire envoler par un courant d'air.) Vous verrez alors une chose curieuse : le papier commencera à tourner, d'abord lentement et ensuite plus vite. Retirez votre main, la rotation s'arrêtera. Approchez-la, la rotation recommencera.

Vers les années 70 du siècle dernier, cette rotation bizarre donnait à beaucoup un prétexte pour penser que notre corps possède des propriétés surnaturelles. Les amateurs de mystique trouvaient dans cette expérience la confirmation de leur enseignement nébuleux sur une force mystérieuse qui émanerait du corps humain. Cependant, la cause en est parfaitement naturelle et très simple : l'air chauffé au-dessous de votre main s'élève et, repoussant le papier, le fait

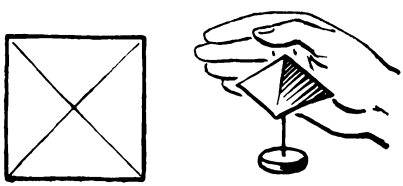


Fig. 95

tourner, parce qu'en pliant le carré, vous avez donné une légère inclinaison à ses parties.

Un observateur attentif peut remarquer que ce moulinet tourne dans une direction déterminée : à partir du poignet, le long de la paume, vers les doigts. Ceci s'explique par la différence de températures entre ces parties de votre main : les extrémités des doigts sont toujours plus froides que la paume ; pour cette raison il se forme près de la paume un courant d'air ascendant plus intense, qui frappe le papier d'une manière plus forte que le courant engendré par les doigts.

UNE PELISSE CHAUFFE-T-ELLE?

Que direz-vous si on nous affirme qu'une pelisse ne chauffe absolument pas? Vous penserez évidemment qu'on plaisante. Et si on vous démontrait cette affirmation par des faits? Faites, par exemple l'expérience suivante.

Notez la température indiquée par le thermomètre et enveloppez-le dans une pelisse. Au bout de quelques heures, retirez-le. Vous vous apercevrez qu'il montre la même température qu'avant. Il est donc démontré que la pelisse ne chauffe pas. Vous pouvez même soupçonner qu'elle refroidit. Prenez deux vessies avec de la glace ; l'une d'elles restera non recouverte dans la chambre, l'autre sera enveloppée dans la pelisse. Quand la glace laissée dans la chambre sera fondue, développez la pelisse et vous verrez que la glace n'a presque pas fondu. Donc, la pelisse n'a non seulement pas réchauffé la glace, mais elle l'a en quelque sorte refroidie, ralentissant sa fonte.

Que peut-on objecter à ceci? Comment réfuter ces arguments? C'est impossible. Les pelisses ne

chauffent pas réellement, si par « chauffe » on entend « communique de la chaleur ». La lampe chauffe, le poêle chauffe, le corps humain chauffe, parce qu'ils sont tous des sources de chaleur. Mais la pelisse dans le sens propre de ce mot ne chauffe pas. Elle ne donne pas de chaleur, mais empêche seulement celle de notre corps de se perdre en dehors de nous. Voilà pourquoi un animal à sang chaud, dont le corps est lui-même une source de chaleur, aura plus chaud dans sa fourrure que sans celle-ci. Mais le thermomètre n'engendre pas de chaleur propre et sa température ne changera pas parce que nous l'enveloppe-rons dans la pelisse. La glace enveloppée dans la pelisse conserve plus longtemps sa basse température parce que la pelisse est très mauvais conducteur de la chaleur et ralentit le flux vers la glace de la chaleur de l'air ambiant.

Dans le même sens que pour la pelisse, la neige « chauffe » la terre, étant comme tous les corps pulvérulents mauvais conducteur de la chaleur, elle empêche de perdre celle de la terre qu'elle recouvre. Dans le sol ainsi protégé d'une couche de neige, il n'est pas rare que le thermomètre indique une dizaine de degrés de plus que dans le sol nu. Cette faculté protectrice de la neige est bien connue des agriculteurs.

Donc, à la question, la pelisse vous chauffe-t-elle, il faut répondre que la pelisse nous aide seulement à nous chauffer nous-mêmes. Il serait d'ailleurs plus juste de dire que c'est nous qui la chauffons et non elle qui nous chauffe.

OÙ FAUT-IL PLACER LE VASISTAS?

Où faut-il placer le vasistas, en haut ou en bas de la fenêtre? Il existe des appartements où ils sont en bas. C'est évidemment commode:

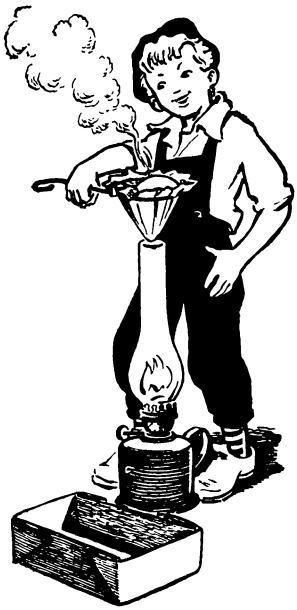


Fig. 96

pour les ouvrir on n'a pas besoin de monter sur une chaise. Cependant, les vasistas bas remplissent mal leur fonction qui est de ventiler la chambre. En effet, pourquoi l'échange de l'air extérieur et intérieur a-t-il lieu? Parce que l'air extérieur est plus froid que celui de la chambre et, étant plus dense, le supplante. Mais il n'occupe que la partie de la pièce qui se trouve au-dessous du vasistas. Et tout l'air qui est au-dessus ne prend pas part à l'échange: il n'est donc pas ventilé.

LA CASSEROLE EN PAPIER

Regardez la figure 96: un œuf cuit dans de l'eau versée dans un cornet en papier!

— Mais le papier prendra tout de suite feu et l'eau éteindra la lampe, direz-vous.

Essayez de faire cette expérience. Prenez du papier parchemin fort et fixez-le soigneusement au fil de fer. Vous vous assurerez que le papier ne souffrira aucunement du feu. La cause en est que l'eau ne peut être chauffée dans un récipient ouvert que jusqu'à sa température d'ébullition, c'est-à-dire, 100°C; à cause de cela l'eau chauffée qui possède en outre une grande capacité thermique absorbe l'excédent de chaleur du papier et ne le laisse pas chauffer sensiblement au-dessus de 100°C, c'est-à-dire à une température où il puisse s'enflammer (il serait peut-être plus pratique d'utiliser une petite boîte en papier, du genre de celle, représentée sur le bas de la fig. 96). Le papier ne s'enflamme pas, bien que touché par la flamme.

Aux mêmes phénomènes se rapporte et la triste expérience que font par inattention les gens distraits, quand ils allument un samovar, sans eau. Le samovar se dessoude. La cause est compréhensible: la soudure à l'étain est facilement fusible et seul le contact avec l'eau la sauve de la haute température. Il est également contre-indiqué de chauffer les casseroles soudées, sans eau.

Vous pouvez, par exemple, faire fondre du plomb dans une boîte faite avec une carte à jouer. Il suffit de ne soumettre à l'action de la flamme que l'endroit en contact direct avec le plomb: ce métal, bon conducteur de la chaleur, absorbe rapidement celle du papier, ne laissant pas celui-ci s'échauffer beaucoup au-dessus de la température de fusion de plomb (335 °C), ce qui est insuffisant pour l'inflammation du papier.

Peu de personnes savent quel long chemin a parcouru le verre de lampe avant d'atteindre son aspect actuel. Durant des millénaires, les hommes ont utilisé le feu pour s'éclairer sans avoir recours au verre. Il a fallu le génie de Léonard de Vinci (1452-1519) pour réaliser cet important perfectionnement de la lampe. Celui-ci, cependant, entoura la flamme d'un tube qui n'était pas en verre mais en métal. Trois siècles se sont ensuite écoulés avant que l'on songe à remplacer le tuyau métallique par un cylindre transparent en verre. Comme vous voyez, le verre de lampe est une invention à laquelle ont travaillé des dizaines de générations.

Quelle est sa destination?

Il est peu probable que tout le monde puisse répondre exactement à cette question, pourtant si naturelle.

Protéger la flamme du vent n'est que la fonction secondaire du verre.

Son action principale est d'augmenter la luminosité de la flamme, en accélérant le processus de la combustion. Le rôle du verre de lampe est le même que celui du tuyau de poêle ou de la cheminée d'usine; il accroît l'arrivée de l'air à la flamme et augmente ainsi le tirage.

Essayons de comprendre. La colonne d'air qui se trouvant à l'intérieur du verre est chauffée par la flamme beaucoup plus rapidement que l'air qui entoure la lampe. S'étant réchauffé et devenu, par suite, plus léger, l'air monte dans le verre et est remplacé par du plus froid (plus lourd) qui arrive d'en bas par les trous du brûleur. Ainsi l'air circule constamment de bas en haut en un courant qui élimine incessamment les produits de la combustion et assure l'arrivée

de l'air frais. Plus le verre est haut, plus est grande la différence de poids entre les colonnes d'air chaud et froid et plus énergiquement se fait l'arrivée d'air frais et, par conséquent, l'accélération de la combustion. Il se produit la même chose dans les hautes cheminées d'usine, dont la hauteur s'explique par cette raison.

Il est intéressant de savoir que Léonard de Vinci se représentait clairement ce phénomène.

Dans ses manuscrits, nous trouvons une telle inscription : « Là où le feu apparaît, se forme autour de lui un courant d'air, qui le soutient et le renforce. »

POURQUOI LA FLAMME NE S'ÉTEINT-ELLE PAS D'ELLE-MÊME?

Si l'on pense attentivement au processus de la combustion, inévitablement se pose la question : pourquoi la flamme ne s'éteint-elle pas d'elle-même? La combustion produit de l'acide carbonique et de la vapeur d'eau, c'est-à-dire des matières non combustibles qui ne la soutiennent pas. Par conséquent, la flamme, dès le premier moment de sa combustion, est entourée de matières incombustibles, qui devraient empêcher l'arrivée de l'air : sans celui-ci la combustion ne peut se prolonger et la flamme devrait donc s'éteindre.

Pourquoi cela ne se passe-t-il pas ainsi? Pourquoi la combustion a-t-elle lieu tant qu'il y a une réserve de combustible? Cela ne s'explique que parce que les gaz se dilatent par échauffement et deviennent plus légers. Ce n'est que grâce à cela que les produits de la combustion ne restent pas à l'endroit de leur formation, au voisinage direct de la flamme et qu'ils s'élèvent

immédiatement, poussés par l'air frais. Si la loi d'Archimède ne s'appliquait pas aux gaz (ou s'il n'y avait pas de pesanteur), toute flamme ayant un peu brûlé s'éteindrait d'elle-même.

Il est très facile de s'assurer de ce que les produits de la combustion exercent un effet funeste sur la flamme. Vous utilisez souvent cet effet, sans en soupçonner l'existence, pour éteindre la lampe à pétrole. Comment l'éteignez-vous? Vous soufflez dans le verre par le haut, c'est-à-dire que vous renvoyez à la flamme les produits de sa combustion ; ainsi privée d'arrivée d'air frais, elle s'éteint.

POURQUOI L'EAU ÉTEINT-ELLE LE FEU?

A une question aussi simple, tout le monde ne donne pourtant pas la bonne réponse.

Le lecteur, nous osons l'espérer, ne se vexera pas, si nous expliquons succinctement en quoi consiste l'effet de l'eau sur le feu.

D'abord, l'eau entre en contact avec l'objet en combustion et se transforme en vapeur, lui retirant ainsi beaucoup de chaleur. Pour transformer de l'eau bouillante en vapeur, il faut en effet plus de cinq fois la chaleur nécessaire pour chauffer la même quantité d'eau à 100 °C.

Ensuite, la vapeur ainsi formée occupe un volume des centaines de fois plus grand que l'eau dont elle est issue, et, entourant le corps en combustion, elle repousse l'air : or, sans celui-ci la combustion est impossible.

Pour augmenter l'efficacité de l'extinction du feu par l'eau, on y mélange parfois ... de la poudre! Ça peut paraître étrange, cependant c'est une excellente méthode : la poudre brûle rapidement et dégage une grande quantité de gaz incombustibles, qui entourent les corps en feu et en empêchent la combustion.

LE RÉCHAUFFAGE AVEC LA GLACE ET L'EAU BOUILLANTE

Peut-on avec un morceau de glace réchauffer un autre morceau de glace?

Peut-on avec un morceau de glace refroidir un autre morceau de glace?

Peut-on avec une portion d'eau bouillante réchauffer une autre portion d'eau bouillante?

Si la glace est à une température de —20°, par, exemple, et qu'on la met en contact avec un morceau de glace à —5°, elle se réchauffera, tandis que le second morceau de glace se refroidira.

Pour cette raison refroidir ou réchauffer de la glace avec de la glace est tout à fait possible.

Réchauffer avec de l'eau bouillante une autre portion d'eau bouillante (sous une même pression) est impossible, car si la pression est identique la température d'ébullition sera toujours la même.

PEUT-ON FAIRE BOUILLIR DE L'EAU AVEC DE L'EAU BOUILLANTE?

Prenez une petite fiole (ou un petit bocal), versez-y de l'eau et mettez-la sur le feu dans une casserole contenant de l'eau, de manière à ce que la fiole ne touche pas le fond de la casserole. Vous devrez, évidemment suspendre cette fiole, à une boucle en fil de fer, par exemple. Il semble à première vue que l'eau dans la fiole doit se mettre à bouillir à la suite de l'eau de la casserole. Cependant, vous pouvez attendre aussi longtemps que vous voulez, vous ne verrez pas bouillir l'eau de la fiole; elle sera chaude, très chaude, mais elle ne bouillira pas.

Le résultat paraît inattendu ; on aurait pu, cependant, le prévoir. Pour amener l'eau à l'ébullition, il faut en effet non seulement la chauffer jusqu'à 100°, mais il faut encore lui donner une réserve importante de ce qu'on appelle la chaleur latente. L'eau douce bout à 100°, au-dessus, sa température ne s'élève pas, quelle que soit l'intensité du chauffage. Donc, la source de chaleur au moyen de laquelle nous chauffons l'eau de la fiole a une température de 100° et elle ne peut amener l'eau de la fiole qu'à 100°. Quand cette égalité de températures se produira, il n'y aura plus de transmission de chaleur de l'eau de la casserole à la fiole. Donc, en procédant de cette façon, nous ne pouvons donner à l'eau l'excès de chaleur latente indispensable pour qu'elle se transforme en vapeur (chaque gramme d'eau chauffée à 100° exige pour cela encore plus de 500 calories *). Voilà pourquoi l'eau dans la fiole, bien que chauffée, ne bout pas.

On peut se poser la question suivante : en quoi l'eau de la fiole se distingue-t-elle de celle de la casserole ? C'est la même eau, seulement séparée par une cloison en verre ; pourquoi alors, ne se produit-il pas avec elle ce qui se produit avec l'autre eau ?

Parce que la cloison empêche l'eau de la fiole de prendre part aux courants qui mélangent toute l'eau de la casserole. Chaque particule d'eau dans la casserole peut entrer en contact avec le fond chaud, alors que l'eau de la fiole, elle, n'est en contact qu'avec l'eau bouillante.

---

* La calorie est l'unité qui mesure la quantité de chaleur. La petite calorie est la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de 1 g d'eau de 1 °C.

Donc, avec de l'eau douce, bouillante on ne peut pas faire bouillir de l'eau. Mais il suffit de verser dans la casserole une poignée de sel et tout change. L'eau salée en effet ne bout pas à 100 °C, mais à une température un peu plus élevée et peut amener par conséquent l'eau douce de la fiole à ébullition.

PEUT-ON FAIRE BOUILLIR L'EAU AVEC DE LA NEIGE?

Si l'eau bouillante ne peut servir dans ce but, alors que dire de la neige! direz-vous. Ne vous pressez pas de répondre et faites plutôt cette expérience, par exemple avec cette même fiole que vous venez d'uliliser.

Remplissez-la à moitié d'eau et plongez-la dans une solution salée bouillante. Quand l'eau de la fiole se mettra à bouillir, retirez celle-ci de la casserole et fermez rapidement avec un bouchon bien ajusté. Maintenant renversez le

Fig. 97

Fig. 98

flacon et attendez que l'ébullition y cesse. Versez alors de l'eau bouillante sur la fiole: l'eau ne se mettra pas à bouillir. Si, par contre, vous mettez sur son fond un peu de neige, ou même si vous y versez de l'eau froide dessus, comme il est montré sur la figure 97, l'eau se mettra à bouillir.

La neige a fait ce que l'eau bouillante n'a pas pu.

C'est d'autant plus incompréhensible que la fiole ne sera même pas très chaude à toucher, seulement tiède. Néanmoins, vous voyez de vos propres yeux que l'eau bout à l'intérieur.

La solution de l'énigme est que la neige a refroidi les parois de la fiole provoquant ainsi à l'intérieur une condensation de vapeur. Or l'air a été chassé par l'ébullition antérieure. De ce fait l'eau se trouve à l'intérieur de la fiole sous une pression beaucoup moindre. On sait que sous une pression plus faible, l'eau bout à une température inférieure. Nous avons, par conséquent, dans notre fiole de l'eau qui bout, sans être chaude.

Si les parois de la fiole sont très minces, alors la condensation brusque de la vapeur peut provoquer une espèce d'explosion ; la pression de l'air extérieur ne rencontrant pas une résistance suffisante de l'intérieur de la fiole est capable de l'écraser (le mot « explosion » est venu ici mal à propos). Il vaut mieux prendre un ballon rond en verre avec un fond convexe, pour que l'air presse sur la voûte.

Le moins dangereux est de faire cette expérience avec un bidon de fer blanc (pour pétrole, huile, etc.). Quand l'eau a bouilli, vissez à fond le bouchon et versez de l'eau froide dessus. Immédiatement, le bidon de fer blanc sera écrasé par la pression de l'air ambiant. La vapeur se

condensera à l'intérieur et il y régnera une dépression.

Le bidon de fer blanc sera déformé par la pression de l'air comme si on l'avait frappé avec un lourd marteau (fig. 98).

L'ŒUF CHAUD DANS LA MAIN

Pourquoi un œuf que l'on retire de l'eau bouillante ne brûle pas la main?

L'œuf retiré de l'eau bouillante est humide et chaud. L'eau en s'évaporant de la coquille chaude de l'œuf la refroidit ce qui fait que la main ne sent pas la chaleur. Mais cela ne se produit qu'aux premiers instants jusqu'à ce que l'œuf sèche; après quoi sa haute température devient sensible.

ENLEVER LES TACHES AVEC LE FER À REPASSER

Sur quel principe est basé l'enlèvement des taches grasses avec un fer à repasser?

On peut enlever les taches grasses des vêtements en les chauffant en raison du fait que la tension superficielle des liquides diminue avec l'augmentation de la température. A cause de cela, si la température d'une tache grasse n'est pas partout la même, la matière grasse tend à se déplacer des endroits chauds vers les endroits froids. Si nous appliquons d'un côté du tissu un fer chaud et de l'autre, une étoffe en coton, la graisse passera sur l'étoffe en coton (Maxwell, « La théorie de la chaleur »). Le matériau destiné à être imbibé doit, par conséquent, être placé du côté opposé au fer à repasser.

À QUELLE DISTANCE VOIT-ON DES ENDROITS ÉLEVÉS?

Se tenant debout dans une plaine, nous ne voyons la terre que jusqu'à une certaine limite. Cette limite de la vue se nomme la ligne d'horizon. Les arbres, les maisons et autres objets hauts, disposés au-delà de la ligne d'horizon, ne sont vus que dans leur partie supérieure, les parties inférieures étant cachées du fait de la convexité de la terre. La plaine et la mer, qui nous semblent absolument plates, sont en réalité convexes; elles font en effet partie de la surface ronde de la terre.

A quelle distance un homme de taille moyenne, debout dans une plaine unie, voit-il le sol?

Il peut le voir à une distance de 5 km seulement. Pour voir plus loin, il faut monter plus haut. Un cavalier sur son cheval voit à 6 km. Le marin se trouvant sur un mât de 20 m de haut voit la mer autour de lui à 16 km. Au sommet d'un phare s'élevant à une hauteur de 60 m au-dessus du niveau de la mer, on voit au loin presque à 30 km.

Ce sont les aviateurs, évidemment, qui peuvent voir le plus loin. A une altitude de 1 km, on voit presque à 120 km, à condition que la brume et les nuages ne vous en empêchent pas. S'il s'élève deux fois plus haut, l'aviateur verra dans une bonne longue-vue à 160 km. A 10 km d'altitude, on voit à 380 km.

Pour les aviateurs qui évaluent dans la stratosphère à 22 km, la terre s'étale de tous les côtés à 560 km.

OÙ LE CRIQUET CHANTE-T-IL?

Faites asseoir quelqu'un au milieu d'une chambre avec les yeux bandés et demandez-lui

de rester immobile sans tourner la tête. Placez-vous dans différents endroits de la chambre, mais toujours à une distance approximativement égale des oreilles de votre camarade, et frappez l'une contre l'autre deux pièces de monnaie. Il doit essayer de deviner l'endroit où vous avez frappé les pièces de monnaie. Il ne réussira pas: le son part d'un coin de la chambre et votre ami indique le coin opposé.

Si vous vous déplacez légèrement sur le côté, les erreurs ne seront pas aussi grandes; le son lui arrivera un peu plus fort; grâce à cela il pourra déterminer l'endroit d'où part le son.

Cette expérience permet de comprendre pourquoi on n'arrive pas à voir un criquet qui chante dans l'herbe. Le bruit perçant retentit à deux pas de vous à droite. Vous regardez dans cette direction, mais vous ne voyez rien; le cri se fait déjà entendre distinctement à votre gauche. Vous tournez la tête, mais vous n'en avez pas encore eu le temps que le son vous parvient d'un troisième endroit. L'agilité extraordinaire du criquet vous rend perplexe. Plus rapidement vous vous tournerez vers le bruit qu'il produit, plus vite se feront les sauts de ce musicien invisible. En réalité, l'insecte reste tranquillement en place et ses sauts ne sont qu'une illusion de l'ouïe. Votre erreur consiste en ce que vous tournez la tête en la plaçant de manière à ce que le criquet soit également éloigné de vos oreilles. Dans de telles conditions (vous le savez déjà de l'expérience décrite ci-dessus), il est facile de se tromper: le chant du criquet se fait entendre devant vous, mais il vous semble qu'il retentit derrière vous.

Donc, si vous voulez déterminer d'où vient le chant du criquet, du coucou et les autres bruits éloignés, vous ne devez pas tourner les

yeux vers le bruit, mais, au contraire, vous tournez de côté. Au fond, c'est ce que nous faisons quand nous prêtons l'oreille.

L'ÉCHO

Quand le son que nous émettons est renvoyé par un mur ou tout autre obstacle et revient vers nous, nous entendons un écho. Il ne peut être distinct que lorsque entre la naissance du son et son retour il ne se passe pas trop peu de temps. Sinon, le son renvoyé se confond avec le son initial en l'amplifiant : il résonne alors, comme par exemple dans de grandes pièces vides.

Supposez que vous vous trouvez sur un terrain découvert et que droit devant vous à 33 m se dresse une maison. Frappez dans vos mains : le son parcours 33 m et est renvoyé par le mur vers vous. Combien de temps met-il ? Il a parcouru 33 m à l'aller et autant au retour, soit 66 m ; il revient donc dans 66 : 330, soit 1/5 s. Notre bruit sec était tellement bref, qu'il a eu le temps de cesser en moins de 1/5 s, c'est-à-dire avant l'arrivée de l'écho ; les deux sons ne se sont pas confondus et on a pu les entendre séparément. Nous prononçons chaque mot monosyllabique comme « oui » et « non » en 1/5 s environ, et de ce fait nous entendons leur écho lorsque nous nous trouvons à seulement 33 m de l'obstacle. L'écho d'un mot bisyllabique, à une telle distance, se confond avec le son initial en l'amplifiant, et en le brouillant ; nous ne les distingons pas.

A quelle distance doit se trouver l'obstacle pour que l'on puisse entendre distinctement un écho bisyllabique, par exemple « hourra », « ohé » ? La prononciation de tels mots dure 2/5 s. Pendant ce temps le son doit avoir le temps d'aller jusqu'à

l'obstacle et de revenir, c'est-à-dire de parcourir le double de la distance à l'obstacle. En 2/5 s le son franchit 330 × 2/5 ≈ 132 m. La moitié, soit 66 m, est donc la distance minimale à l'obstacle pour obtenir un écho bisyllabique.

Maintenant vous pourrez calculer vous-mêmes que pour l'écho d'un mot trisyllabique, il vous faudra une distance d'une centaine de mètres.

LES BOUTEILLES À MUSIQUE

Si vous avez l'oreille musicale, il vous sera facile de faire avec des bouteilles ordinaires une espèce d'instrument de jazz, avec lequel on peut jouer des mélodies simples.

La figure 99 vous montre ce que vous devez faire et comment. On suspend 16 bouteilles remplies d'eau à deux perches, fixées horizontalement sur deux chaises. La première bouteille est presque pleine, dans chaque bouteille suivante il y a un peu moins d'eau que dans la précédente jusqu'à la dernière où il y en a très peu.

En frappant sur ces bouteilles avec une baguette sèche, vous pourrez en tirer des sons de différente tonalité. Moins il y a d'eau dans la bouteille, plus le son est aigu. En versant ou

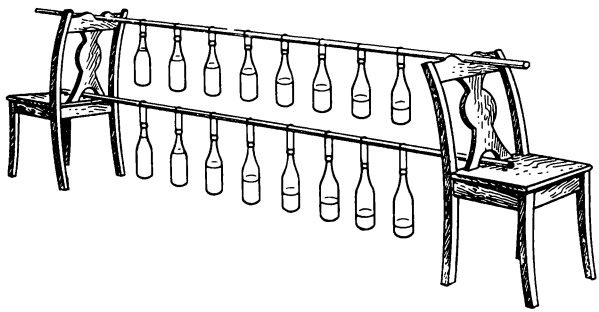


Fig. 99

en vidant de l'eau, vous pourrez obtenir des gammes musicales.

En disposant ainsi de deux octaves, vous pourrez exécuter avec ces bouteilles à musique certaines mélodies simples.

LE BRUIT DANS LE COQUILLAGE

Pourquoi une tasse ou une grande coquille font du bruit si nous les appliquons sur l'oreille?

Le bruit que nous entendons provient de ce que la coquille est un résonateur qui amplifie les innombrables bruits qui nous entourent, et qu'ordinairement nous ne remarquons pas par suite de leur faible intensité. Le mélange de tous ces bruits ressemble au bruissement de la mer, ce qui a donné naissance à différentes légendes à propos du bruit des coquillages.

VOIR À TRAVERS SA PAUME

Prenez dans la main gauche un papier que vous avez roulé en une sorte de tuyau. Tenez-le devant l'œil gauche et regardez dedans un objet quelconque lointain. En même temps, tenez la paume de votre main droite en face de votre

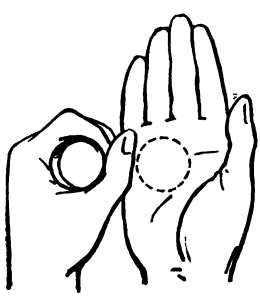


Fig. 100

œil droit de manière à ce qu'elle touche presque votre tuyau de papier. Vos deux mains doivent être à 15-20 cm de l'œil. Vous vous apercevrez alors que l'œil droit voit parfaitement à travers votre paume comme s'il y avait un trou.

La cause de ce phénomène inattendu est la suivante. Votre œil gauche s'apprête à voir à travers le tuyau un objet lointain et l'iris de l'œil s'y est adapté. Or, les yeux sont construits de telle manière qu'ils s'adaptent toujours ensemble: ce que fait l'un, l'autre le fait aussi.

Dans l'expérience décrite, l'œil droit s'est aussi adapté à la vue de l'objet lointain et à cause de cela la paume proche n'est vue qu'indistinctement. Pour être bref, disons que notre œil gauche voit distinctement l'objet lointain et que le droit voit confusément la paume. Le résultat est qu'il vous semble que vous voyez l'objet à travers la paume de main qui fait écran devant lui.

À L'AIDE DE JUMELLES

Vous êtes sur le bord de la mer et vous observez aux jumelles un canot qui s'approche directement vers le rivage. Les jumelles ont un grossissement de trois fois. De combien de fois augmente pour vous la vitesse du canot?

Pour résoudre ce problème, admettons que le canot, remarqué à une distance de 600 m, se déplace à une vitesse de 5 m par seconde. Dans les jumelles grossissant 3 fois, le canot paraîtra à 600 m de la même grandeur que s'il était à 200 m. Dans une minute il se rapprochera de $5 \times 60 = 300$ m et sera à 300 m de vous; ses dimensions visibles dans les jumelles seront les mêmes que si le canot se trouvait à 100 m. Donc, pour l'observateur avec des jumelles le canot a franchi $200 - 100 = 100$ m, quand en réalité

il a franchi 300 m. On voit donc que la vitesse de rapprochement considérée dans des jumelles non seulement n'augmente pas de trois fois, mais, au contraire, diminue trois fois.

Le lecteur peut s'assurer que l'on obtient la même conclusion en prenant d'autres données : une autre distance initiale, une autre vitesse du canot et une autre durée.

Ainsi, la vitesse du canot considérée dans les jumelles diminue d'autant de fois qu'elles grossissent les objets.

EN AVANT OU EN ARRIÈRE

Il existe beaucoup d'objets usuels que nombre de gens n'utilisent pas rationnellement. Tout le monde ne sait pas se servir d'un miroir ordinaire. Souvent, pour se voir comme il faut, on place la lampe derrière soi, pour éclairer son image, au lieu de s'éclairer soi-même.

99 femmes sur 100 font ainsi. Nous ne doutons pas que notre lectrice soit la centième, et qu'elle sache placer la lampe devant elle.

LE DESSIN DEVANT LA GLACE

Que l'image réfléchie n'est pas identique à l'original apparaît encore plus clairement dans l'expérience suivante.

Placez en face de vous un miroir perpendiculairement à la table, posez devant une feuille de papier et essayez d'y dessiner une figure quelconque, par exemple un rectangle avec des diagonales, mais sans regarder directement sur votre main et en n'observant que son mouvement dans le miroir.

Vous vous convaincrez de ce qu'un problème, aussi simple à première vue, est presque insoluble.

Fig. 101

Pendant des générations, nos sensations visuelles et nos sensations motrices ont été en correspondance. Le miroir perturbe cette liaison, car il représente pour nos yeux les mouvements faussés de notre main. Nos habitudes vont protester contre chaque mouvement : vous voulez tracer une ligne à droite et votre main sera entraînée vers la gauche, etc.

Ce sera encore plus drôle si vous essayez de dessiner au lieu d'un dessin simple des figures plus compliquées ou d'écrire quelque chose, en regardant les lignes dans le miroir : vous obtiendrez un imbroglio comique.

Ce qui est imprimé sur le papier buvard est aussi des images symétriques. Examinez les inscriptions qui le noircissent et essayez de les lire. Vous ne comprendrez pas un seul mot, même très clair : les lettres sont inclinées à gauche d'une façon inhabituelle, et, ce qui est le plus important, la succession des traits n'est pas celle à laquelle vous vous êtes habitués. Mais placez à un angle droit un miroir devant le papier et vous verrez reflétées toutes les lettres écrites, comme vous avez l'habitude de les voir. Le miroir

donne un reflet symétrique de ce qui est une représentation symétrique d'une écriture ordinaire.

LE VELOURS NOIR ET LA NEIGE BLANCHE

Qu'est-ce qui est plus clair : le velours noir par temps ensoleillé ou la neige propre par clair de lune?

Il semblerait que rien n'est plus noir que le velours noir et plus blanc que la neige blanche. Cependant, ces exemples classiques du blanc et du noir, du foncé et du clair se représentent tout à fait autrement quand on les étudie avec un appareil physique, un photomètre. Il révélera alors que le velours le plus noir au soleil est plus clair que la neige la plus blanche par clair de lune.

La cause en est que la surface noire, si foncée soit-elle, n'absorbe pas complètement tous les rayons lumineux visibles qui tombent sur elle. Même la suie et le noir de platine, les couleurs les plus noires que nous connaissons, diffusent près de 1-2% de la lumière qui se projette sur eux. Arrêtons-nous au chiffre de 1% et considérons que la neige diffuse, elle, 100% de cette lumière (ce qui est sans aucun doute exagéré) *. On sait, que l'éclairement fourni par le soleil est 400 000 fois plus intense que celui, fourni par la lune. C'est pourquoi 1% de la lumière solaire diffusée par le velours noir est mille fois plus intense que 100% de la clarté de la lune, diffusée par la neige. Autrement dit, le velours noir à la clarté du soleil est beaucoup plus clair que la neige éclairée par la lune.

---

* La neige fraiche ne diffuse qu'environ 80 % de la lumière qui se projette sur elle.

Ce qui a été dit se rapporte non seulement à la neige, mais aussi aux meilleures peintures blanches (les plus claires diffusent 91% de la lumière tombant sur elles). Comme aucune surface, si elle n'est pas chauffée au rouge, ne peut renvoyer plus de lumière qu'elle n'en reçoit et puisque la lune envoie 400 000 fois moins de lumière que le soleil, il est impossible de se représenter une peinture blanche qui au clair de lune soit objectivement plus claire que la peinture la plus noire par une journée ensoleillée.

POURQUOI LA NEIGE EST-ELLE BLANCHE?

Pourquoi la neige est-elle blanche bien qu'elle soit composée de cristaux de glace transparents?

La neige a une couleur blanche pour la même raison qui explique pourquoi le verre pilé (et en général chaque corps transparent pulvérisé) semble blanc. Broyez de la glace dans un mortier ou grattez-la avec un couteau et vous obtiendrez une poudre blanche. Cette couleur est due au fait que les rayons lumineux en passant dans les petits morceaux de glace transparents ne passent pas en travers, mais se reflètent à l'intérieur, aux frontières de glaçons et de l'air (réflexion intérieure complète). La surface réfléchit dans tous les sens les rayons qu'elle reçoit, et de ce fait paraît blanche à nos yeux.

Donc, la neige est blanche en raison de son fractionnement. Si on comble d'eau l'espace libre entre les flocons de neige, celle-ci perdra sa couleur blanche et deviendra transparente. Il est facile de faire une telle expérience: remplissez un bocal avec de la neige et versez-y de l'eau, la neige, qui était blanche, deviendra sous vos yeux transparente, incolore.

LE BRILLANT D'UN SOULIER CIRÉ

Pourquoi un soulier ciré brille-t-il?

Ni le cirage, ni la brosse ne contiennent rien de tel qui pourrait créer le brillant. Pour cette raison le brillant d'un soulier ciré est une énigme pour beaucoup de gens.

Pour la résoudre, essayons de se représenter en quoi des surfaces brillante et mate se distinguent-elles l'une de l'autre. Ordinairement, on croît que la surface brillante est lisse, et que la surface mate est rugueuse. C'est faux : l'une et l'autre sont rugueuses. Il n'existe pas de surface parfaitement lisse. Si l'on pouvait observer une surface polie au microscope, on verrait une image du genre de celle que représente sous le microscope la lame d'un rasoir. Pour une personne rendue 10 millions de fois plus petite, la surface d'une plaque lisse, polie, paraîtrait un terrain accidenté. Des inégalités, des creux et des rayures se trouvent sur chaque surface (mate et polie). Tout est fonction de la grandeur de ces inégalités. Si elles sont moindres que les longueurs des ondes lumineuses qu'elles reçoivent, les rayons se réfléchissent correctement, c'est-à-dire conservent l'inclinaison mutuelle qu'ils avaient avant de se réfléchir. Une telle surface donne une image de réflexion, elle brille et on l'appelle polie. Si les inégalités sont plus grandes que les longueurs des ondes de la lumière incidente, alors ses rayons se dispersent inégalement, sans conserver les angles initiaux de leur inclinaison mutuelle ; une telle lumière diffuse ne donne pas d'images réfléchies ni de reflets ; nous disons que cette surface est mate.

Il s'ensuit entre autres, que la surface peut être polie pour certains rayons et mate pour d'autres. Pour les rayons de la lumière visible,

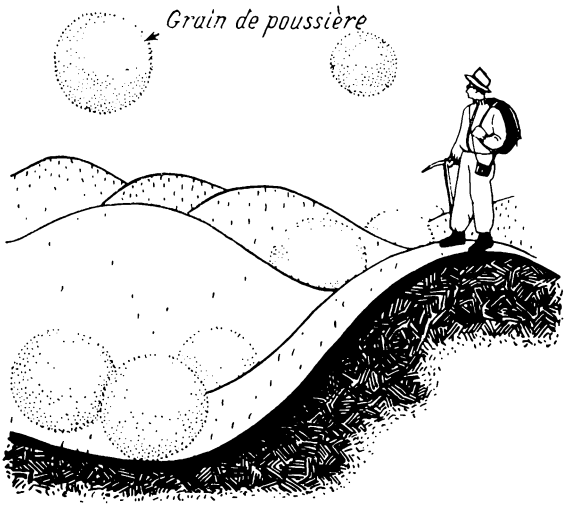


Fig. 102

dont la longueur d'ondes moyenne est d'un demi-micron (0,0005 mm), la surface avec des inégalités moindres que cette dimension sera polie; pour les rayons infrarouges ayant une plus grande longueur d'onde, la surface sera évidemment polie, mais pour les rayons ultraviolets, ayant une longueur d'ondes moindre, elle sera mate.

Revenons à notre thème prosaïque: pourquoi le soulier ciré brille-t-il? La surface du cuir non recouverte de cirage est inégale, elle a des aspérités plus grandes que la longueur des ondes de la lumière visible, c'est pourquoi elle est mate. La matière visqueuse du cirage enduite en couche mince sur la surface rugueuse du cuir lisse ses aspérités et range les filaments dressés. En frottant avec la brosse, on enlève l'excédent de cirage sur les aspérités, et on remplit les

interstices ; on diminue ainsi les aspérités jusqu'à des dimensions telles que les bosses deviennent moindres que les longueurs des ondes lumineuses visibles, ce qui rend la surface mate brillante.

À TRAVERS LES VERRES DE COULEUR

De quelle couleur semblent les fleurs rouges à travers un verre de couleur verte ? Et comment y verra-t-on des fleurs bleues ?

Le verre de couleur verte ne laisse passer que les rayons verts et arrête tous les autres. La fleur rouge n'envoie que des rayons rouges et presque pas d'autres. En la regardant à travers ce verre, nous n'obtiendrons de ses pétales aucun rayon de lumière, car les seuls rayons qu'elle émet sont arrêtés. C'est pourquoi, la fleur rouge nous semblera noire.

Comme il est facile de le comprendre, la fleur bleue sera également noire si on la regarde à travers ce même verre de couleur verte.

Le professeur M. Piotrovski, physicien, peintre et observateur attentif de la nature, fait à ce propos un certain nombre de remarques intéressantes dans son livre « La physique dans les excursions d'été ».

« En observant un parterre fleuri à travers un verre rouge, nous remarquons facilement que les fleurs d'un rouge pur, comme le géranium, sout aussi vives que celles qui sont toutes blanches ; les feuilles vertes nous semblent absolument noires avec un éclat métallique ; les fleurs bleues (aconit) sont noires à un tel point que sur le fond noir des feuilles il est presque impossible de les distinguer ; les fleurs jaunes, roses, violacées nous paraissent plus ou moins ternes.

« En prenant un verre de couleur verte, nous voyons les feuilles d'un vert extraordinairement

vif et sur ce vert les fleurs blanches sont encore plus vives; les fleurs jaunes et bleues le sont un peu moins; les fleurs rouges paraissent très noires; les violacées et les rose tendre, ternes et grises, ce qui fait que, par exemple, les pétales rose pâle de l'églantine sont vues plus sombres que ses feuilles foncées.

« Enfin, à travers un verre de couleur bleue les fleurs rouges paraissent encore noires, et les blanches, vives; les jaunes, absolument noires; les bleu ciel, les bleues, presque aussi vives que les blanches.

« On arrive facilement à comprendre à partir de ces données que les fleurs rouges nous envoient des rayons parmi lesquels il y a beaucoup plus de rouges que d'autres; les jaunes, environ la même quantité de rouges et de verts, mais très peu de bleus; les roses et les pourpres, beaucoup de rouges et de bleus, mais peu de verts, etc.»

LE FEU ROUGE

Pourquoi a-t-on adopté dans les chemins de fer le feu rouge comme signal d'arrêt?

Les rayons rouges, en tant que rayons à plus grande longueur d'onde sont moins dispersés que les rayons des autres couleurs par les particules en suspension dans l'air. La visibilité maximale du signal d'arrêt est une exigence de première ordre dans le domaine des transports: pour pouvoir arrêter son train, le machiniste doit commencer à freiner à une distance importante de l'obstacle.

Du fait que l'atmosphère est plus transparente aux rayons de grande longueur d'onde découle, entre autres, l'emploi par les astronomes des filtres infrarouges pour la photographie des planètes (en particulier, Mars). Des détails,

invisibles sur une photographie ordinaire, deviennent visibles sur une photo prise à travers un filtre qui ne laisse passer que les rayons infrarouges ; on peut ainsi photographier la surface même de la planète, alors que sur une photo ordinaire, on ne photographie que son enveloppe atmosphérique.

Une autre cause du choix du rouge pour le signal d'arrêt est le fait que notre œil est plus sensible à cette couleur, qu'au bleu ou au vert.

LES ILLUSIONS D'OPTIQUE

Les illusions d'optique qui sont traitées dans ce chapitre ne sont pas des compagnons de hasard de notre vue: elles l'accompagnent dans des conditions strictement déterminées, avec une constance invariable et ont force de loi pour chaque œil humain normal. Le fait que l'homme possède la faculté dans certaines circonstances de subir des illusions visuelles, de se tromper dans la source de ses sensations visuelles, ne doit pas toujours être considéré comme un défaut indésirable, ou une imperfection de notre organisme qu'il serait à tous points de vue préférable d'éliminer. Un artiste peintre ne voudrait pas d'une telle vue « parfaite ». Pour lui, notre faculté de voir dans des conditions déterminées autre chose que ce qu'il y a en réalité, est une heureuse circonstance, enrichissant les moyens expressifs des beaux-arts.

Au XVIIIe siècle, le célèbre mathématicien Euler écrivait: « Les peintres savent mettre à leur service ces illusions communes à tout le monde; là-dessus est basé tout l'art de la peinture. Si nous étions habitués à juger des choses d'après leur réalité, l'art ne pourrait exister, de la même façon que si nous étions aveugles. Le peintre aurait mis tout son talent pour mélanger les couleurs; et nous aurions dit: voici sur cette planche une tache rouge, en voici une autre, bleue, ici une noire et là quelques traînées blanchâtres. Tout se serait trouvé sur un même plan, on n'aurait vu aucune perspective et il aurait été impossible de représenter la moindre chose. Quel que soit l'objet peint sur le tableau,

tout nous semblerait plat comme l'écriture sur le papier ; peut-être aurions-nous essayé de distinguer la destination de toutes les taches de couleur. Avec ce perfectionnement, ne serions-nous pas à plaindre d'être privés du plaisir que nous procure quotidiennement l'art si utile et agréable ! »

Cependant, malgré l'intérêt des illusions d'optique pour le peintre, le physicien, le physiologue, le médecin, le psychologue, le philosophe, enfin pour tout esprit curieux, nous ne disposons jusqu'ici d'aucun ouvrage qui contienne un assortiment complet des types d'illusions d'optique.

Le présent chapitre, destiné avant tout à un large public de non-spécialistes, essaie de proposer un tel assortiment d'illusions d'optique, qui peuvent être observées avec une vue normale et sans aucun dispositif artificiel, comme le stéréoscope, la carte perforée, etc.

En ce qui concerne la cause qui détermine telle ou telle illusion, il n'existe des explications absolument certaines que pour un très petit nombre ; s'y rapportent les illusions qui sont déterminées par la construction de notre œil : l'irradiation, l'illusion de Mariotte (le point aveugle de l'œil), les illusions dues à l'astigmatisme, etc. Sur la plus grande partie des autres illusions d'optique on pourrait écrire beaucoup de choses, mais on ne peut rien dire de vraiment positif (sauf pour l'illusion du portrait).

En qualité d'exemple instructif, examinons l'illusion de la figure 144 (page 215) : les ronds blancs disposés d'une certaine manière sur fond noir nous semblent de loin des hexagones. Il est admis, semble-t-il, de considérer comme certain, que cette illusion est conditionnée par ce que l'on nomme l'irradiation : par l'élargissement

apparent des parties claires (qui a une explication physique simple et claire). Les ronds blancs augmentent en surface par irradiation, diminuant les intervalles noirs entre eux, écrit le professeur Paul Bert dans ses « Leçons de zoologie » ; si l'on a à l'esprit que chaque rond est entouré de six autres alors, lorsqu'il semble s'élargir, il se trouve inclus dans un hexagone.

Il suffit cependant de regarder la figure voisine (voir fig. 144), où ce même effet s'observe pour des ronds noirs sur fond blanc, pour réfuter cette explication : ici l'irradiation ne pourrait que diminuer les dimensions des taches noires, mais non transformer leur forme ronde en hexagonale. Pour inclure ces deux cas dans un seul principe on pourrait proposer une telle explication : à l'examen à une certaine distance l'angle de vision sous lequel se représentent les intervalles étroits entre les ronds devient moindre que la limite à partir de laquelle la distinction de leur forme devient possible ; chacun des six intervalles situés autour du rond doit alors sembler un petit trait droit d'épaisseur uniforme et, par conséquent, les ronds sont encadrés par des hexagones. Avec cette explication concorde de même le fait paradoxal qu'à une certaine distance les surfaces blanches paraissent encore rondes, alors que l'encadrement noir autour d'eux a déjà pris une forme hexagonale ; ce n'est que si l'on s'éloigne un peu plus que la forme hexagonale se transmet aux ronds. Cependant, cette explication que je donne n'est que l'une des explications que l'on peut valablement formuler. Il faut encore démontrer que la cause possible est réelle dans le cas donné. La plupart des tentatives de trouver les causes des illusions d'optique (si l'on exclue celles peu nombreuses indiquées auparavant) ont un caractère aussi

vague et incertain. Pour certaines il n'a été jusqu'ici proposé aucune explication ; pour d'autres, au contraire il y en a trop, et chacune de ces explications serait probablement suffisante, sans présence d'autres qui en affaiblissent la certitude.

Nous rappellerons la célèbre illusion, discutée déjà du temps de Ptolémée, du grossissement des astres et de la lune près de la ligne de l'horizon ; il a été proposé pour elle au moins six théories valables, dont chacune n'a pour seul défaut qu'il y a encore cinq autres explications aussi bonnes...

En l'absence de quoi que ce soit de certain et positif dans le domaine de la théorie s'y rapportant, j'ai préféré me borner à ne montrer que des faits indiscutables, en m'abstenant d'expliquer leur cause et en ayant soin de représenter les principaux types d'illusions d'optique *. Il n'y a une explication à la fin du chapitre que pour les seules illusions liées aux portraits ; car dans ce cas, elle est suffisamment claire et certaine pour que l'on puisse l'opposer à la représentation superstitieuse qui s'est formée depuis longtemps autour de cette illusion d'optique originale.

La série des illustrations commence par des exemples d'illusions causées par les particularités anatomiques et physiologiques de l'œil. Ces illusions sont dues au point aveugle de l'œil, à l'irradiation, à l'astigmatisme, à la conservation des impressions lumineuses et à la fatigue de la rétine (voir fig. 103-110). A ce propos, en ce qui concerne le point aveugle de l'œil, la

* J'ai choisi mes exemples à partir d'un matériel collecté durant de nombreuses années. J'ai exclu toutes les illusions publiées où l'effet n'a lieu que pour certains yeux ou qui n'est pas suffisamment visible.

d'sparition d'une partie du champ visuel peut être également décelée d'une autre manière, comme l'a expérimenté Mariotte au XVIIIe siècle. L'effet obtenu est encore plus étonnant. « Je fixai, raconte Mariotte, à la hauteur de mes yeux, sur un fond sombre, un petit cercle de papier blanc et je demandai de me tenir en même temps un autre à côté droit du premier, à une distance de 2 pieds environ, mais un peu plus bas, de façon à ce que son image arrive sur le nerf optique de mon œil droit quand je fermai le gauche. Je me plaçai en face du premier cercle et je m'éloignais progressivement en ne le quittant pas de mon œil droit. Quand je fus à une distance de 9 pieds, le second cercle, qui avait une grandeur d'environ 4 pouces, disparut complètement de mon champ visuel.

« Je ne pus attribuer ceci à sa position latérale, parce que je distinguais d'autres objets se trouvant encore plus sur le côté que lui. J'aurais pensé qu'on l'avait enlevé, si je ne le trouvais à nouveau au moindre déplacement de l'œil... »

Après ces illusions d'optique « physiologiques » se trouve une catégorie beaucoup plus nombreuse d'illusions qui sont dues à des causes psychologiques, le plus souvent insuffisamment élucidées.

On peut seulement considérer comme certain, que les illusions de ce genre sont la conséquence d'un faux jugement, préconçu, involontaire et inconscient.

La source de cette illusion est ici l'intellect et non les sens. On peut leur appliquer la juste expression de Kant : « Nos sens ne nous trompent pas, non pas parce qu'ils jugent toujours exactement, mais parce qu'ils ne jugent pas du tout. »

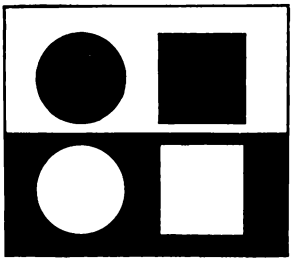
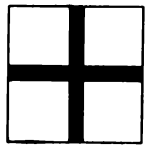


Fig. 103



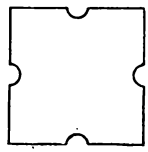


Fig. 104

L'IRRADIATION

Vues de loin les figures blanches en bas (le rond et le carré) paraissent plus grandes que les noires, bien qu'elles soient égales (fig. 103). Plus on est éloigné, plus l'illusion est forte. Ce phénomène se nomme l'irradiation.

Si l'on regarde de loin la figure de gauche avec une croix noire, les côtés du carré semblent rétrécis au milieu, comme on le montre sur la figure de droite (fig. 104).

L'irradiation est due au fait que chaque point clair d'un objet donne sur la rétine de notre œil non un point, mais un petit rond (par suite de ce que l'on appele l'aberration sphérique) ; c'est pourquoi une bande claire encadre sur notre rétine la surface claire, ce qui augmente la place qu'elle y occupe. Les surfaces noires donnent une image diminuée par suite de la bande blanche du fond environnant.

L'EXPÉRIENCE DE MARIOTTE

En fermant l'œil droit, regardez avec le gauche la petite croix du haut à une distance de 20-25 cm. Vous remarquerez que le grand rond du milieu disparaît complètement, bien que les

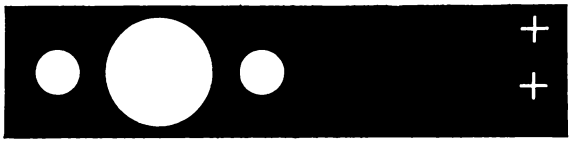


Fig. 105

deux plus petits sur ses côtés soient bien visibles. Si, sans changer la position du dessin, on regarde la croix du bas, le rond ne disparaît alors que partiellement.

Ce phénomène est déterminé par le fait qu'avec cette position de l'œil par rapport à la figure, l'image du rond tombe sur ce que l'on appelle le point aveugle de l'œil (par où entre le nerf optique) et qui est le point insensible aux excitations lumineuses.

LE POINT AVEUGLE DE L'ŒIL

Cette expérience est une variante de la précédente. En fixant avec l'œil gauche la croix dans la partie droite de la figure, nous ne verrons plus du tout, à une certaine distance, le rond noir, bien que nous distinguerons les deux cercles.

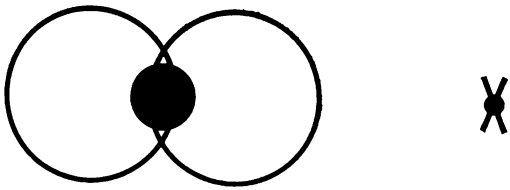


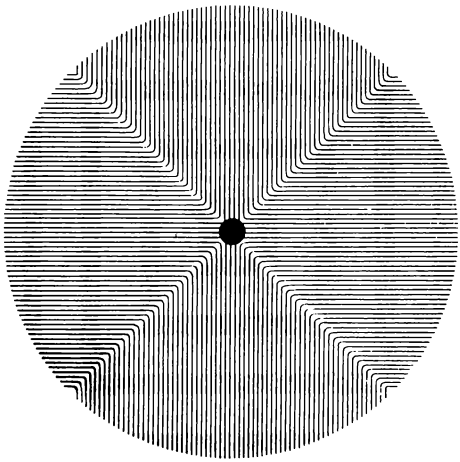
Fig. 106

Regardez cette inscription avec un seul œil. Toutes les lettres vous paraîtront-elles aussi noires? Ordinairement une des lettres paraît plus noire que les autres. Mais il suffit de tourner l'inscription de 45 ou 90° pour que ce soit une autre lettre qui semble plus noire.

Fig. 107

Ce phénomène est déterminé par ce que l'on appelle l'astigmatisme, c'est-à-dire par la courbure inégale de la cornée de l'œil ou la réfringence

Fig. 108



inégale des milieux transparents. Il est rare qu'un œil soit dépourvu de cette imperfection.

La fig. 108 donne un autre moyen (voir l'illusion précédente) de déceler l'astigmatisme de l'œil. En l'approchant de l'œil étudié (ayant fermé l'autre), nous remarquerons que deux des secteurs opposés seront plus foncés que les deux autres qui sembleront gris.

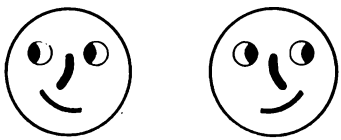


Fig. 109

En regardant la figure ci-dessus, déplacez-la à gauche et à droite. Il vous semblera que les yeux sur la figure bougent d'un côté vers l'autre.

L'illusion s'explique par la faculté de l'œil de conserver l'image visuelle pendant un certain temps très court, après quoi l'objet qui l'a provoquée ait disparu (le fonctionnement du cinématographe est basé sur cette propriété).

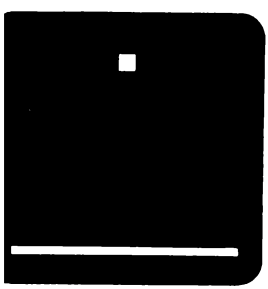


Fig. 110

Si vous concentrez votre regard sur le petit carré du haut, vous constaterez, au bout d'une demi-minute environ, que le trait blanc du bas a disparu (par suite de la fatigue de la rétine).

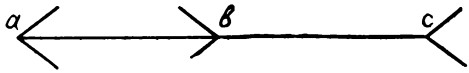


Fig. 111

Le tronçon *bc* semble plus long que le tronçon *ab*, bien qu'ils soient égaux.

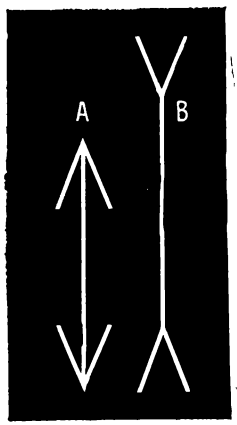


Fig. 112

Une variante de la précédente illusion : le segment de droite *A* semble plus court que le segment *B* qui lui est égal.

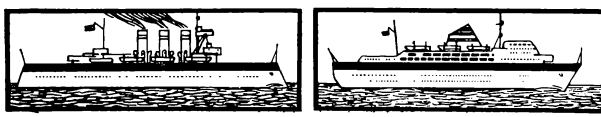


Fig. 113

Le pont du navire de droite semble plus court que le pont de celui de gauche. Cependant, les lignes droites qui les représentent sont égales.

Fig. 114

La distance *AB* semble beaucoup moins grande que la distance *BC* qui lui est égale.

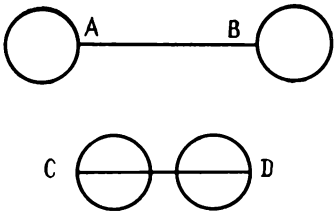


Fig. 115

La distance *AB* semble plus grande que la distance *CD* qui lui est égale.

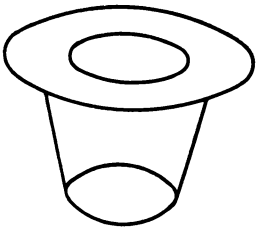
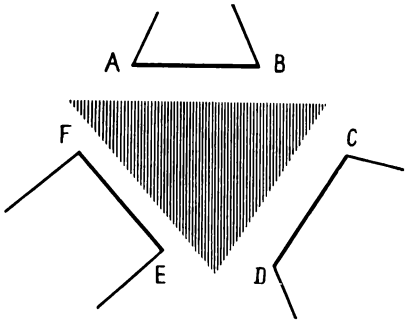


Fig. 116

L'ovale du bas semble plus grand que l'ovale intérieur du haut, bien qu'ils soient identiques (influence de l'environnement).

Fig. 117



Les distances égales *AB*, *CD* et *EF* semblent inégales (influence de l'environnement).

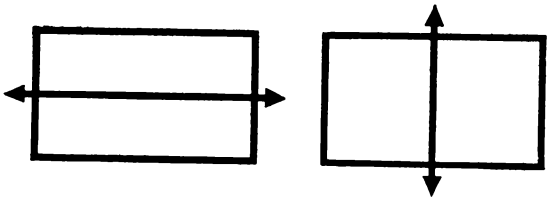


Fig. 118

Le rectangle divisé dans le sens de la longueur (à gauche) semble plus long et plus étroit que le rectangle divisé transversalement qui lui est égal.

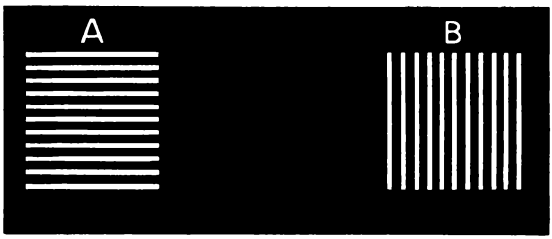


Fig. 119

Les figures *A* et *B* sont des carrés identiques, bien que le premier semble plus haut et plus étroit que le second.

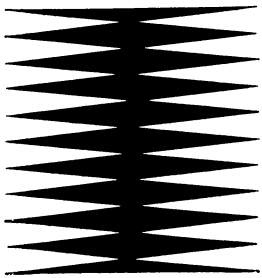


Fig. 120

Cette figure semble plus haute que large, bien que sa hauteur et sa largeur soient égales.

Fig. 121

Ce haut-de-forme semble plus haut que large; cependant, sa hauteur et sa largeur sont égales.

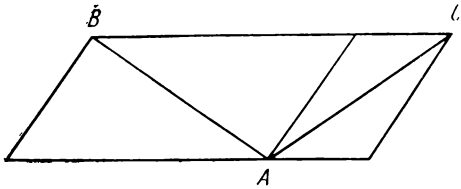


Fig. 122

Les distances AB et AC sont égales, bien que la première semble plus longue.

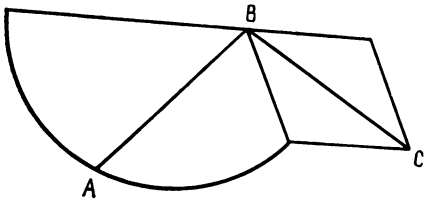


Fig. 123

Les distances BA et BC sont égales, bien que la première semble plus longue.

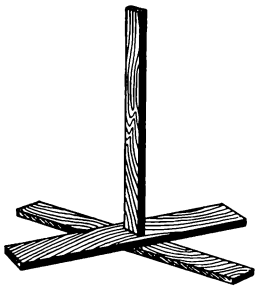


Fig. 124

La planchette verticale semble plus longue que les autres, transversales, se trouvant dessous; en réalité, elles sont égales.

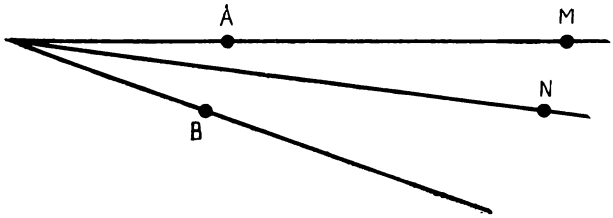


Fig. 125

La distance *MN* semble moindre que la distance *AB* qui lui est égale.

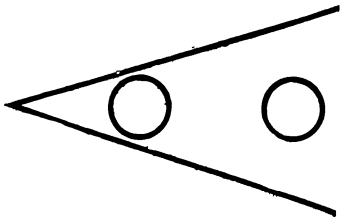


Fig. 126

Le rond de droite de cette figure semble moins grand que celui de gauche qui lui est égal.

[Fig. 127

La distance *AB* semble moindre que la distance *CD* qui lui est égale. L'illusion est renforcée si l'on regarde la figure de loin.

Fig. 128

L'intervalle vide entre le rond d'en bas et chacun des ronds d'en haut semble plus grand que la distance entre les bords extrêmes des ronds d'en haut. En réalité, ils sont égaux.

L'ILLUSION DE LA «PIPE DE FUMEUR»

Fig. 129

Les traits de droite de cette figure semblent plus courts que ceux de gauche qui leur sont égaux.

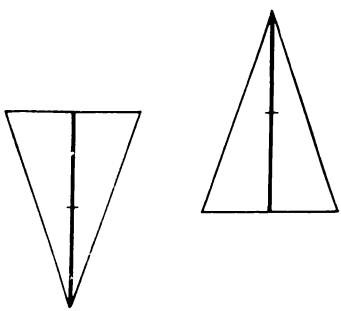
L'ILLUSION DES CARACTÈRES TYPOGRAPHIQUES

X38S

Fig. 130

Les parties supérieure et inférieure de chacun de ces caractères semblent égales. Mais en regardant la page à l'envers, il est facile de voir que les parties supérieures sont plus petites.

Fig. 131



Les hauteurs des triangles sont divisées au milieu, bien qu'il semble que la partie située vers le sommet soit plus courte.

L'ILLUSION DE POGGENDORFF

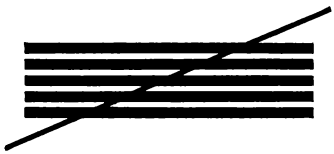
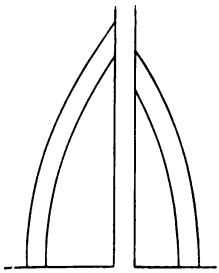


Fig. 132

La ligne droite inclinée qui coupe les bandes noires et blanches semble de loin brisée.

Fig. 133



Si l'on prolonge les deux a cs de droite, ils rencontreront les extrémités des arcs de gauche, bien qu'il semble qu'ils passeront plus bas.

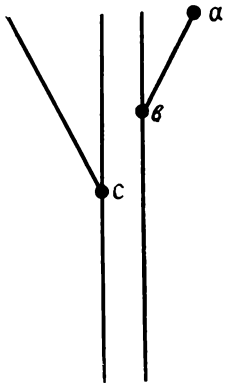
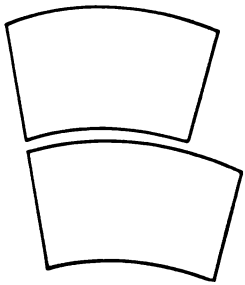


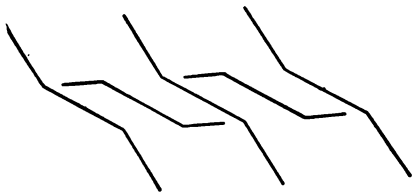
Fig. 134

Le point *c* qui se trouve sur le prolongement de la droite *ab* semble disposé plus bas.

Fig. 135



Les deux figures sont absolument identiques, bien que celle du haut semble plus courte et large que celle du bas.



[Fig. 136

Les parties de ces lignes situées au milieu semblent non parallèles, bien qu'elles le soient strictement.

L'ILLUSION DE ZELLNER

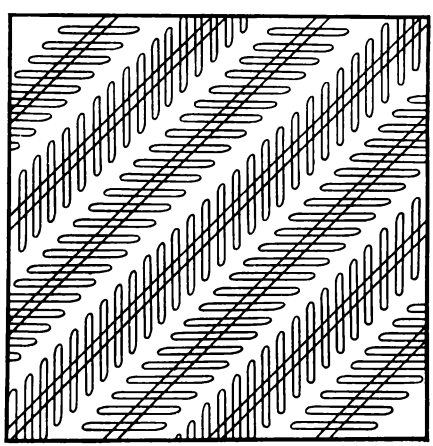


Fig. 137

Les longues lignes inclinées de cette figure sont parallèles, bien qu'elles semblent divergentes.

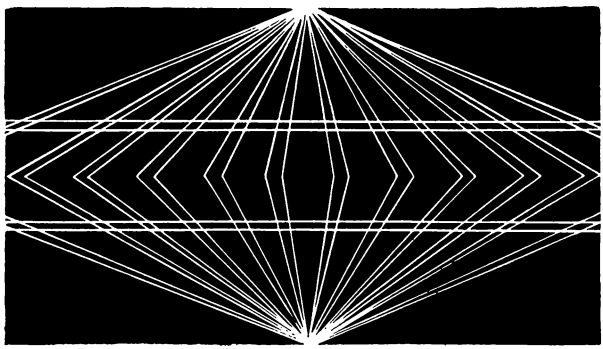


Fig. 138

Les deux lignes du milieu allant de droite à gauche sont des droites parallèles, bien qu'elles semblent des arcs de cercle dont les convexités se font face.

L'illusion disparaît : 1) si, en élevant la figure à la hauteur des yeux, on fait glisser son regard le long des lignes ; 2) si, ayant placé la pointe d'un crayon dans un point quelconque de la figure, on concentre son regard sur ce point.

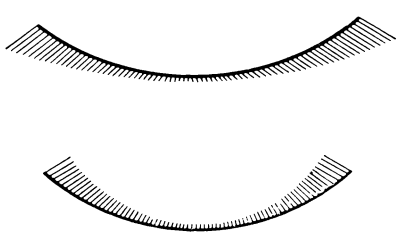


Fig. 139

L'arc du bas semble plus convexe et plus court que l'arc du haut. Cependant, les deux arcs sont égaux.

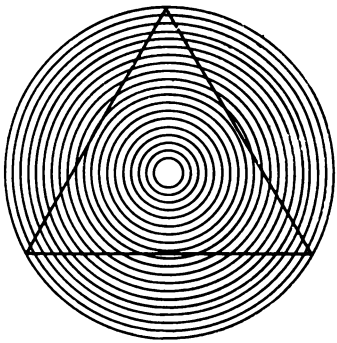


Fig. 140

Les côtés du triangle semblent concaves ; en réalité, ils sont droits.

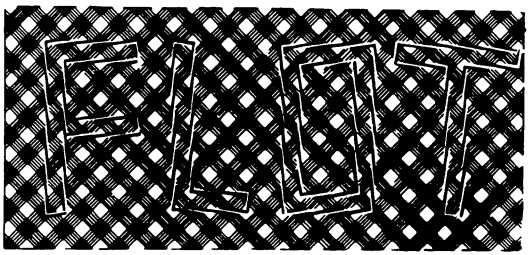


Fig. 141

Les lettres de cette inscription sont disposées verticalement.

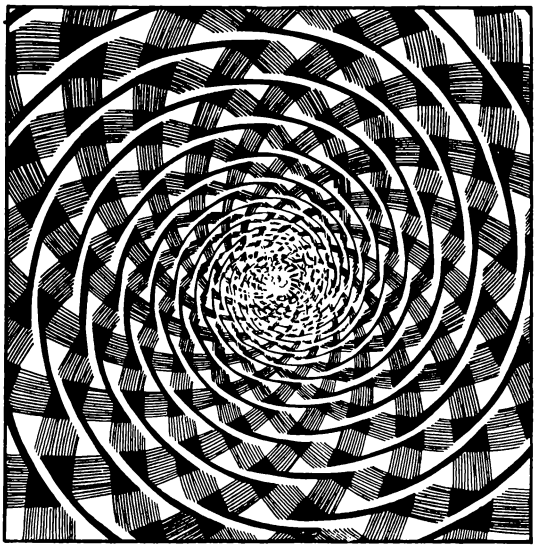


Fig. 142

Les lignes courbes de cette figure semblent être des spirales ; ce sont cependant des cercles, ce dont il est facile de s'assurer en les suivant avec une pointe acérée.

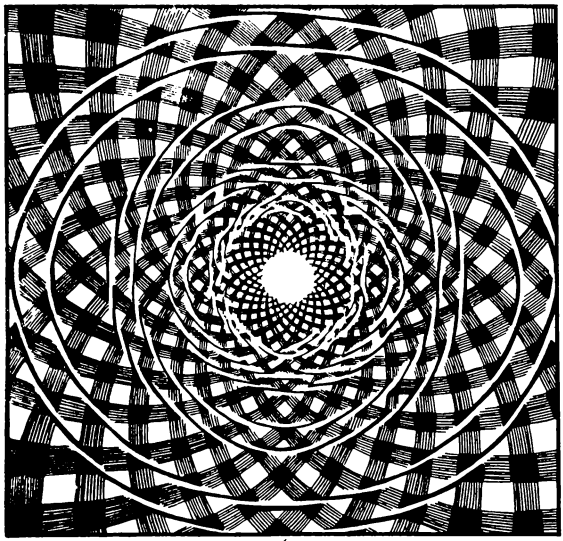
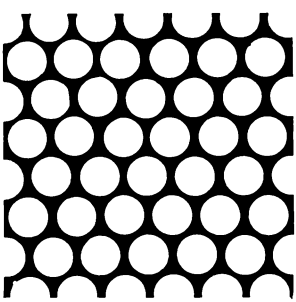


Fig. 143

Les lignes courbes de cette figure semblent être des ovales ; en réalité, ce sont des cercles, ce dont il est facile de s'assurer avec un compas.



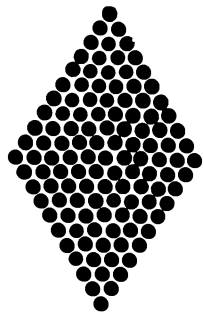


Fig. 144

A une certaine distance, les ronds des figures (les blancs et les noirs) semblent des hexagones (fig. 144).

L'ILLUSION DE L'AUTOTYPIE

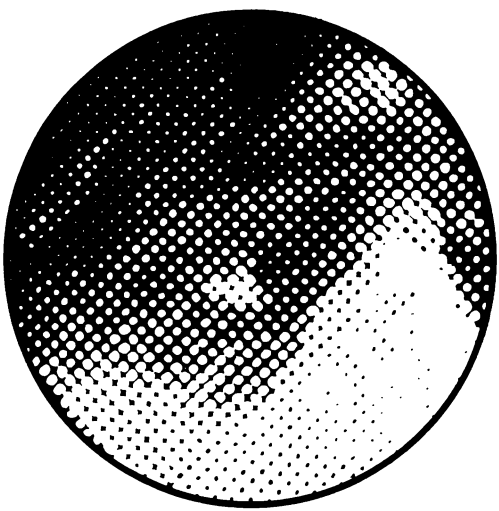


Fig. 145

En regardant cette trame de loin, on peut distinguer l'œil et une partie du nez d'un visage féminin.

La figure représente la partie d'une autotypie (illustration ordinaire de livre) agrandie 10 fois.

Fig. 146

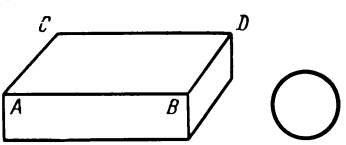


Fig. 147

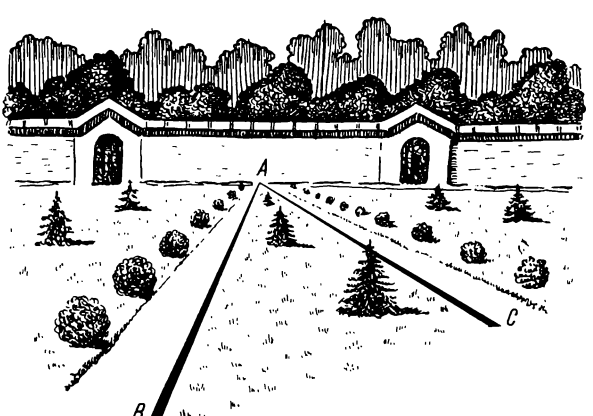


Fig. 148

La silhouette du haut semble plus haute que celle du bas, bien qu'elles aient la même hauteur (fig. 146).

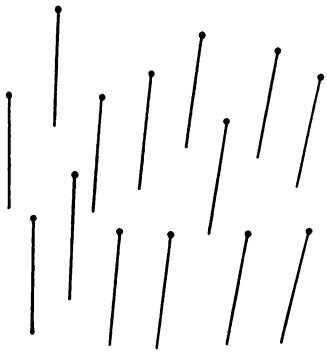
Pourra-t-on mettre le rond représenté ici entre les droites *AB* et *CD*? A première vue, il semble que oui. En réalité le rond est plus large que la distance entre ces droites (fig. 147).

La distance *AB* semble plus grande que la distance *AC* qui lui est égale (fig. 148).

Fig. 149

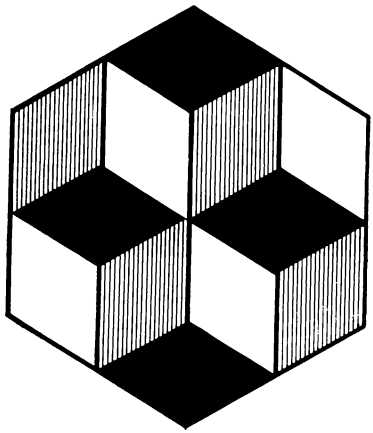
En élevant la figure à la hauteur des yeux, en faisant glisser le regard le long de celle-ci, nous verrons l'image représentée à droite (fig. 149).

Fig. 150



Fixez par œil (en fermant l'autre) un point, où se croisent les prolongements de ces lignes. Vous verrez un certain nombre d'épingles comme si elles étaient piquées dans le papier. Avec un léger déplacement de la figure de gauche à droite et inversement, les épingles sembleront osciller.

Fig. 151



Si vous observez de manière prolongée la fig. 151 il vous semblera que tantôt les deux cubes du haut, tantôt les deux cubes du bas s'avancent. Vous pouvez par un effort de votre imagination provoquer à volonté l'une ou l'autre des représentations.

L'ESCALIER DE SCHRŒDER

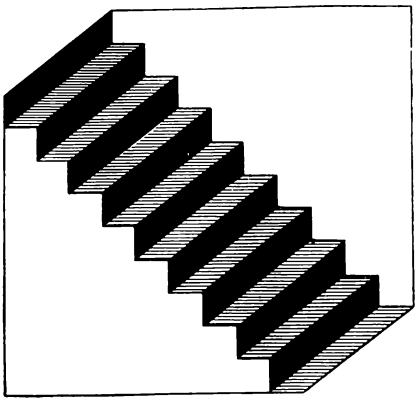


Fig. 152

Cette figure peut se représenter à vous sous trois formes : 1) celle d'un escalier, 2) celle d'une niche à gradins et 3) celle d'une bande de papier pliée en accordéon et placée en travers. Ces représentations peuvent être remplacées l'une par l'autre suivant votre désir.

La figure 153 peut représenter, suivant votre désir, soit une poutre avec un évidement (la paroi arrière de l'évidement est la surface *AB*), soit une poutre avec une saillie en tenon (la face avant du tenon *AB*), soit la partie ouverte par le bas d'une caisse vide avec une planchette adhérant à l'intérieur de la paroi.

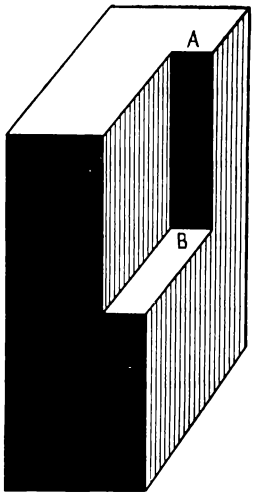


Fig. 153

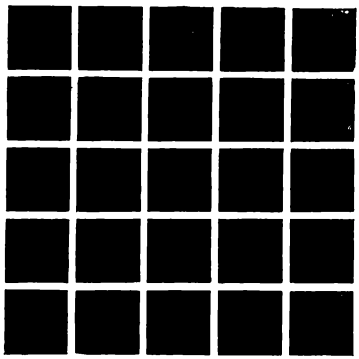


Fig. 154

A l'intersection des lignes blanches de la fig. 154 des taches carrées jaunâtres apparaissent et disparaissent, comme si elles s'allumaient. En réalité, les lignes sont blanches sur toute

leur longueur, ce dont il est facile de s'assurer en recouvrant avec un papier le rang voisin des carrés noirs. C'est une conséquence du contraste.

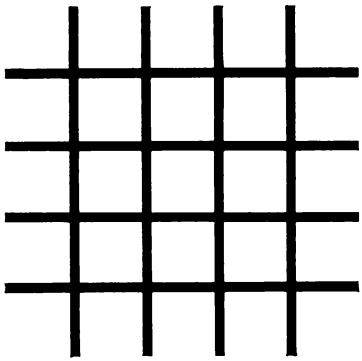


Fig. 155

Une variante de l'illusion de la fig. 154, mais ici à l'intersection des traits noirs apparaissent des taches blanches.

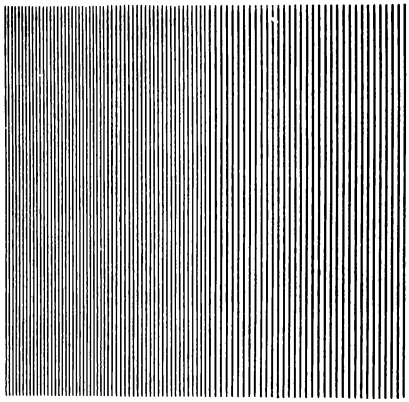


Fig. 156

Si l'on regarde cette figure de loin, quatre de ses raies semblent concaves; elles apparaissent

plus claires du côté qui est adjacent à la raie voisine plus sombre. Mais, si l'on cache les raies voisines, ce qui exclut le contraste, on peut s'assurer que chaque raie est foncée de manière uniforme.

Fig. 157

Regardez avec attention pendant une minute un point quelconque de ce portrait en négatif (de Newton), sans bouger les yeux ; ensuite posez rapidement votre regard sur une feuille blanche, le mur gris clair ou le plafond, vous verrez alors pendant un court instant le même portrait, mais les taches noires deviendront blanches et inversement.

L'ILLUSION DE SILVANIUS THOMPSON

Si vous communiquez à la fig. ci-dessous un mouvement de rotation (en tournant le livre), alors tous les cercles et la roue dentée blanche

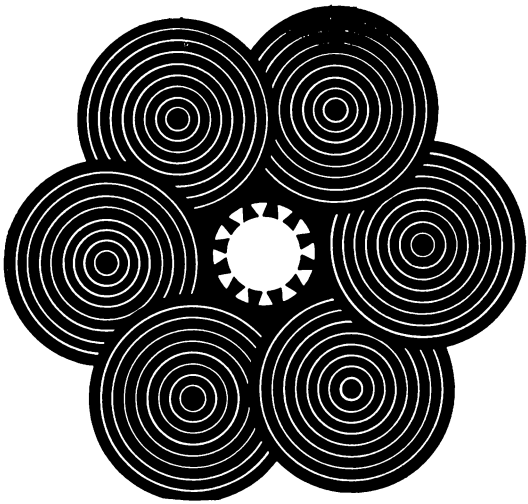


Fig. 158

sembleront en rotation, chacun autour de son centre dans le même sens et à la même vitesse.

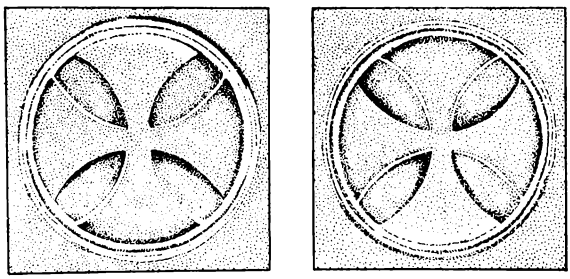


Fig. 159

Vous voyez la croix de gauche en relief et celle de droite, en creux. Mais retournez la figure

et les croix changeront de place. En réalité, les dessins sont identiques, mais tournés autrement.

Fig. 160

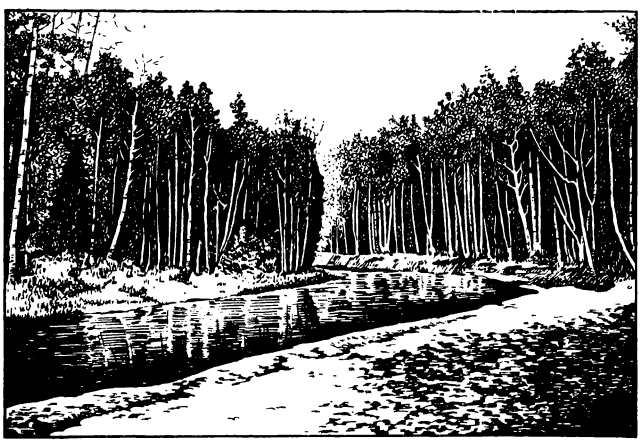


Fig. 161

Fig. 162

Regardez une phototypie avec un seul œil, en fixant le milieu de la photo à une distance de 14-16 cm, l'image prendra de la profondeur et du relief (fig. 160).

Dans la position indiquée, l'œil voit l'image du même point que l'objectif de l'appareil photographique « voyait » le réel. C'est ce qui explique la vivacité de l'impression.

Cette photo (fig. 161) doit être examinée de la même manière que la précédente. Le paysage prendra de la profondeur, l'eau brillera.

Les yeux et le doigt (fig. 162) semblent dirigés droit et vous suivent quand vous vous inclinez du dessin à droite ou à gauche. La curieuse propriété qu'ont certains portraits de suivre des yeux celui qui le regarde et même de tourner tout le visage vers lui, quel que soit l'endroit où il se trouve, est connue depuis longtemps. Cette particularité, qui effraie les gens nerveux, paraît à certains surnaturelle et donna naissance à des superstitions, des légendes et des contes fantastiques (voir « Le portrait » de N. Gogol). La cause

de cette illusion d'optique est cependant très simple.

Avant toute chose disons que cette illusion n'est pas la prérogative des seuls portraits, elle peut naître également d'autres tableaux. Un canon, dessiné ou photographié de manière à être pointé vers celui qui regarde *, le suit avec sa bouche quand il se déplace à droite ou à gauche du tableau. De même, il n'y a pas moyen d'éviter la voiture qui est représentée se dirigeant droit sur celui qui regarde.

Tous ces phénomènes ont une même cause très simple. Si nous voyons sur le tableau la bouche de canon dessinée de telle façon qu'elle est dirigée droit vers vous, alors en se déplaçant sur le côté, nous la verrons, bien sûr, dans la même position ; pour une représentation à plat, c'est tout à fait naturel, il ne peut en être autrement ; mais pour un vrai canon, ce n'est possible que quand il se tourne effectivement vers vous. Et comme, lorsque nous regardons le tableau, nous nous représentons non celui-ci, mais les objets réels qu'il représente, il nous semble alors que l'objet a changé de position.

Ceci se rapporte également aux portraits. Si le visage et les yeux sont dirigés vers nous, et que, après s'être déplacé, nous le regardons à nouveau, nous verrons que la position du visage n'a pas changé par rapport à nous (comme rien n'a changé dans tout le tableau) ; autrement dit, nous avons l'impression que la tête s'est tournée vers nous, alors qu'il n'en va pas de même pour un visage réel vu de côté qui ne peut conserver

* Une telle photographie s'obtient si, lors de la prise de photo, la bouche de canon était dirigée vers l'objectif. De même si la personne photographiée fixait l'objectif, ses yeux sur la photo seraient dirigés vers celui qui la regarderait.

son image initiale qu'en se tournant vers vous. Quand le portrait est bien peint, l'effet est formidable.

Il est clair qu'il n'y a rien d'étonnant dans cette propriété qu'ont les portraits. C'est le contraire qui serait beaucoup plus surprenant. En effet, ne serait-ce pas un miracle, si en se déplaçant sur le côté du portrait on pouvait voir le visage de profil. Mais c'est ce qu'attendent tous ceux qui considèrent la rotation imaginaire du visage du portrait comme quelque chose de surnaturel !

ARRANGEMENTS ET DÉPLACEMENTS CASSE-TÊTE

SUR SIX RANGÉES

Vous connaissez certainement l'histoire des 9 chevaux, qui étaient placés dans 10 stalles à raison d'un cheval par stalle. Le problème qui va vous être proposé est à première vue semblable à cette plaisanterie célèbre, mais possède une solution réelle et non imaginaire.

Voici ce que vous devrez faire : placer 24 hommes sur six rangées de manière à avoir 5 hommes sur chaque rangée.

DANS NEUF CASES

Ce qui va suivre est à la fois un problème et un tour d'adresse. Composez avec des allumettes un carré avec 9 cases et placez dans chacune une pièce de monnaie de manière à avoir dans chaque rangée verticale et horizontale 6 kopecks (fig. 163).

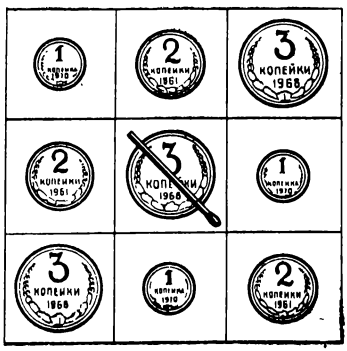


Fig. 163

La figure montre comment doivent être disposées les pièces. Sur une des pièces, placez une allumette.

A présent, posez le problème à vos amis : sans déplacer la pièce sur laquelle se trouve l'allumette, changer la disposition des pièces de manière à ce que dans les rangées horizontales et verticales il y ait toujours 6 kopecks.

On vous dira que ce n'est pas possible. Cependant, au moyen d'une petite astuce vous arriverez à faire l'infaisable. De quelle façon ?

L'ÉCHANGE DES PIÈCES DE MONNAIE

Dessinez en grand la figure 164 et désignez chacune de ses cases par une lettre que vous noterez dans un coin. Dans les trois cases de la

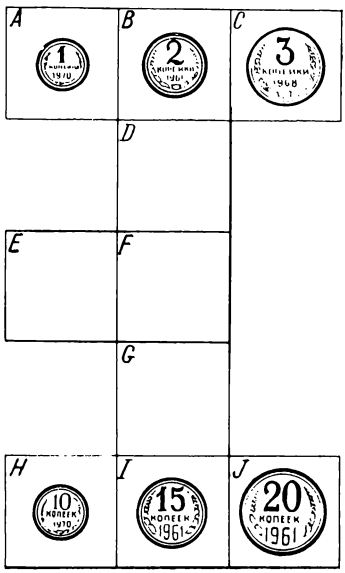


Fig. 164

rangée du haut, placez des pièces de monnaie en cuivre : 1 kopeck 2 kopecks, 3 kopecks et dans les trois de celle du bas, des pièces de nickel : 10 kopecks, 15 kopecks, 20 kopecks. Les autres cases restent vides.

Maintenant, en déplaçant les pièces de monnaie sur les cases libres, faites en sorte que les pièces du bas et du haut changent mutuellement de place ; 1 kopeck avec 10 kopecks, 2 kopecks et 15 kopecks, 3 kopecks et 20 kopecks. Vous pouvez occuper n'importe quelle case libre, mais il est interdit de placer simultanément deux pièces dans une seule case, de sauter une case occupée et de sortir des limites de la figure.

Le problème se résout par une longue file de coups. Lesquels?

NEUF ZÉROS

Neuf zéros sont disposés comme il est montré ci-dessous. Le problème consiste à barrer les zéros en ne traçant que 4 traits droits.

0 0 0
0 0 0
0 0 0

Pour faciliter la recherche de la solution, j'ajoute que ce faisant, vous ne leverez pas la plume du papier.

TRENTE-SIX ZÉROS

Dans les cases du carré ci-dessous sont disposés, comme vous le voyez, 36 zéros. Il faut en barrer 12, mais de manière à ce qu'il y reste le même nombre de zéros non barrés dans chacune des rangées horizontales et verticales.

Quels zéros faut-il barrer?

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

LES DEUX PIONS

Sur un damier vide, posez deux pions, un de chaque couleur. Combien de positions variées peuvent-ls occuper sur le damier?

LES MOUCHES SUR LE RIDEAU

Sur un rideau quadrillé se sont posées neuf mouches. Le hasard a voulu qu'elles se soient disposées de manière que deux mouches ne se trouvent en aucun cas sur une même rangée horizontale, verticale et diagonale (fig. 165).

Au bout de quelques minutes, 3 mouches changent de place et passent dans les cases voisines libres, les six autres restent immobiles. Le plus curieux est que bien que trois mouches aient changé de place, toutes les neuf se retrouvent à nouveau dans une position telle qu'elles ne se retrouvent jamais deux par deux dans une rangée.

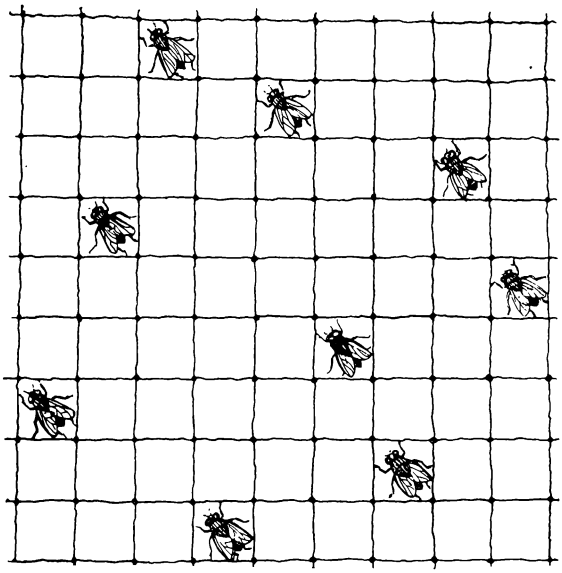


Fig. 165

Pouvez-vous dire quelles sont les 3 mouches ayant changé de place, et quelles cases elles ont choisi ?

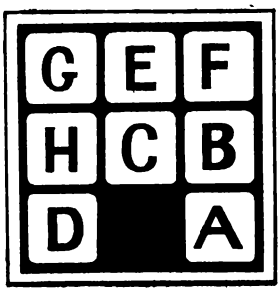


Fig. 166

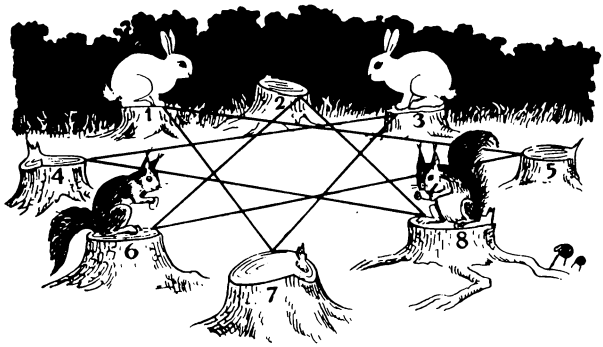


Fig. 167

HUIT LETTRES

Huit lettres sont disposées dans les cases du carré de la fig. 166. Il faut les mettre par ordre alphabétique en les déplaçant sur la case libre. C'est facile à faire si vous n'êtes pas lié par le nombre de coups. Mais le problème consiste à réussir avec le plus petit nombre de coups possible. C'est au lecteur de découvrir ce nombre.

LES ÉCUREUILS ET LES LAPINS

Sur la fig. 167 vous avez huit souches numérotées. Sur *1* et *3* sont assis des lapins, sur *6* et *8*, des écureuils. Mais ils ne sont pas satisfaits de leurs places et veulent les changer : les écureuils veulent être assis à la place des lapins, et les lapins, à la place des écureuils. Ils peuvent le faire en sautant d'une souche à l'autre, mais seulement selon les lignes indiquées sur la figure.

Comment peuvent-ils échanger leurs places?

Souvenez-vous des règles suivantes : 1) on ne peut sauter d'une souche à l'autre que par les lignes désignées sur la figure. Chaque animal

peut faire plusieurs sauts successifs; 2) deux animaux ne peuvent se trouver en même temps sur une même souche, c'est-à-dire qu'on ne peut sauter que sur une souche libre.

Tenez compte du fait que les animaux veulent changer de place avec le plus petit nombre de sauts. Disons au passage qu'ils ne peuvent le faire en moins de 16 sauts.

DIFFICULTÉ À LA MAISON DE CAMPAGNE

La figure 168 représente le plan d'une maison de campagne. Dans ses petites pièces se trouvent les meubles suivants: la table, le piano, le sofa, le buffet et la bibliothèque. Seule la pièce n° 2 est sans meubles.

Le locataire de cette villa veut changer le piano et la bibliothèque de place. C'est un problème difficile : les pièces sont tellement petites qu'elles ne peuvent les contenir en même temps. La pièce n° 2 sans meubles permet de s'en tirer. En déplaçant les meubles d'une chambre à l'autre, il peut les placer comme il le veut.

Comment réussir avec le plus petit nombre de déplacements?

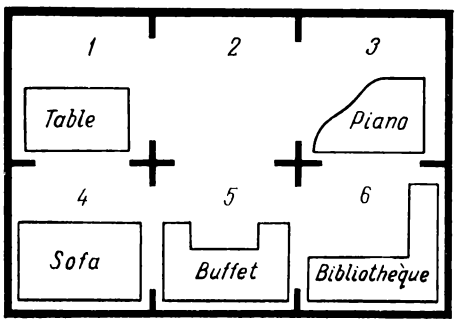


Fig. 168

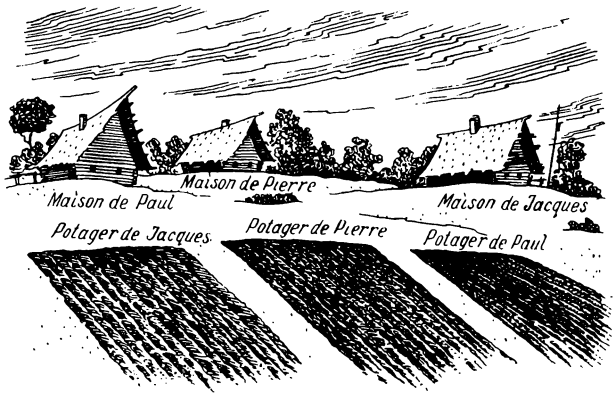


Fig. 169

LES TROIS CHEMINS

Trois frères, Pierre, Paul et Jacques, reçurent, pour y cultiver des légumes, trois parcelles de terrain non loin de leurs maisons. Vous voyez sur la fig. 169 la disposition des maisons et des parcelles correspondantes. Vous remarquez que les potagers sont disposés de façon peu commode pour y travailler ; mais les trois frères ne purent s'entendre pour les échanger.

Chacun organisa son potager sur sa parcelle ; les chemins les plus courts pour y parvenir se croisaient. Au bout d'un certain temps, les trois frères commencèrent à se disputer. Ces disputes dégénérèrent bientôt en brouille. Voulant éviter les heurts, ils décidèrent alors de chercher un moyen pour se rendre à leurs potagers respectifs, sans que leurs chemins se croisent. Après de longues recherches, ils trouvèrent la solution, ils vont maintenant à leurs parcelles sans se rencontrer.

Pouvez-vous indiquer ces trois chemins?

Condition obligatoire: ils ne doivent pas passer derrière la maison de Pierre.

LA RUSE DES SENTINELLES

Voici un autre problème qui comporte beaucoup de variantes. Nous prenons l'une d'elles.

La tente du chef est gardée par des sentinelles qui sont réparties dans huit tentes (fig. 170). Au début, dans chaque tente il y avait 3 sentinelles. Plus tard on permit aux sentinelles de se rendre visite. Le chef de la garde considérait que tout allait bien quand il trouvait plus de 3 soldats dans certaines tentes et moins dans d'autres. Il vérifiait seulement le nombre de soldats dans chaque rangée de tentes. Si dans les trois tentes de chaque rangée il y avait en tout 9 sentinelles, le chef considérait que tous les soldats étaient présents.

Ayant remarqué ceci, les soldats résolurent de se montrer plus fins que leur chef. Un soir quatre soldats s'absentèrent; ce ne fut pas remarqué; le soir suivant ils furent six à manquer et

Fig. 170

cela se passa sans plus de dommage. Plus tard, les sentinelles se mirent même à recevoir des invités. Une fois quatre, une autre fois huit et la troisième fois douze. Tout ce manège ne fut pas remarqué, car dans les 3 tentes de chaque rang, le chef pouvait, chaque fois, compter 9 soldats. Comment les sentinelles trouvèrent-elles l'astuce pour y arriver?

LES DIX CHÂTEAUX

Dans les temps anciens, un régent voulait faire construire dix châteaux réunis entre eux par des murs; les murs devaient être formés des cinq lignes droites avec quatre châteaux sur chacune de ces lignes.

L'architecte convié à cette tâche proposa le plan que vous voyez sur la figure 171. Mais le régent ne fut pas satisfait: avec une telle disposition on avait accès directement de l'extérieur

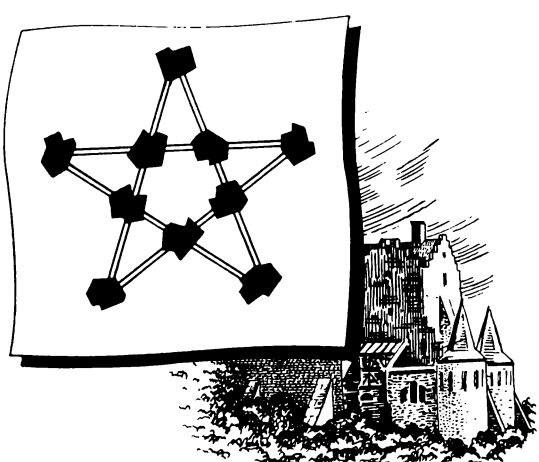


Fig. 171

à n'importe lequel des dix châteaux ; il voulait que l'on protège par le mur sinon tous les châteaux au moins 1 ou 2 de l'invasion extérieure.

L'architecte objecta que l'on ne pouvait satisfaire à cette condition si les 10 châteaux devaient être disposés par quatre sur chacun des cinq murs. Mais rien n'y fit, le régent ne changea pas d'avis.

L'architecte mit longtemps à résoudre ce problème et y arriva enfin.

Peut-être serez-vous aussi heureux que lui et trouverez-vous une disposition telle que les 10 châteaux et les 5 murs droits les réunissants répondent à la condition exigée.

LE VERGER

Il y avait 49 arbres dans un verger. La figure 172 montre leur disposition. Le jardinier trouva qu'il y en avait trop et voulut s'en débarrasser d'une partie pour pouvoir planter des parterres de fleurs. Ayant appelé son aide, il lui donna l'ordre suivant :

— Laisse seulement 5 rangées d'arbres avec dans chacune 4 arbres. Abats les autres et prends le bois pour te chauffer.

Quand le travail fut terminé, le jardinier revint. A son grand chagrin, le jardin était détruit. Au lieu de 20 arbres son aide n'en avait laissé que 10 ; il avait coupé les 39 autres. Il le sermonna :

— Pourquoi as-tu abattu tant d'arbres ? Je t'avais dit d'en laisser 20 !

— Non, vous ne m'avez pas dit d'en laisser 20, mais de laisser 5 rangées de 4 arbres dans chaque rangée. C'est ce que j'ai fait comme vous pouvez le constater.

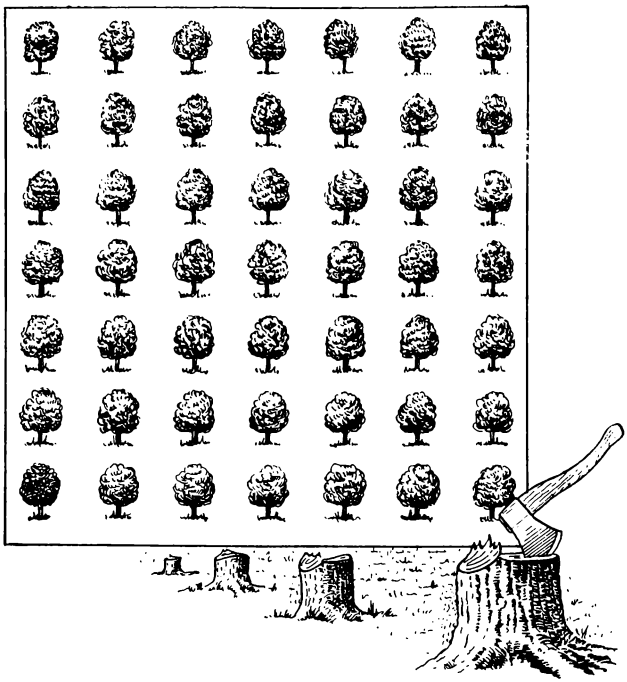


Fig. 172

En effet, le jardinier vit avec étonnement que les 10 arbres qui restaient formaient 5 rangées de 4 arbres chacune. Ses ordres avaient été scrupuleusement exécutés, mais son aide avait coupé 39 arbres quand même au lieu des 20 escomptés.

Comment a-t-il pu faire?

LA SOURIS BLANCHE

Toutes les 13 souris qui courent autour de ce chat sont destinées à lui servir de déjeuner. Mais le chat désire les manger dans un ordre déterminé,

Fig. 173

à savoir, chaque fois il compte dans le cercle la 13-ième souris (dans la direction de leurs regards) et s'en saisit.

Par quelle souris le chat doit-il commencer pour qu'il mange la blanche en dernier?

RÉPONSES

SUR SIX RANGÉES

Les exigences du problème sont facilement satisfaites si l'on dispose les gens suivant un hexagone comme il est montré sur la fig. 174.

DANS NEUF CASES

Vous ne touchez pas à la pièce de monnaie interdite, mais vous déplacez en haut toute la rangée du bas (fig. 175). La disposition a chan-

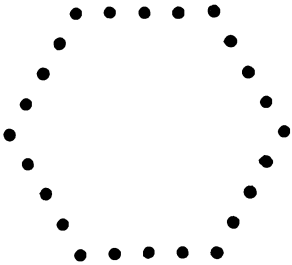


Fig. 174

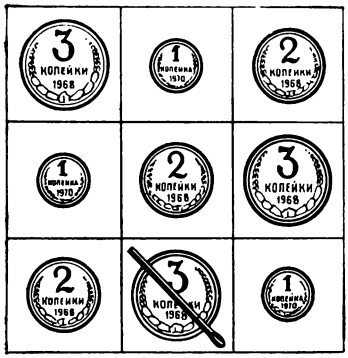


Fig. 175

gé, mais l'exigence du problème est satisfaite: on n'a pas déplacé la pièce de monnaie avec l'allumette.

L'ÉCHANGE DES PIÈCES DE MONNAIE

Voici la série de transpositions indispensables pour atteindre votre but (le nombre indique la valeur de la pièce, la lettre, la case dans laquelle on la déplace):

2—E	15—I	2—D	10—A
15—B	3—G	1—H	3—E
10—D	20—C	10—E	15—B
2—H	1—E	2—J	2—D
20—E	3—A	15—I	3—J
10—J	15—B	3—G	2—I

On ne peut pas résoudre ce problème en moins de 24 coups.

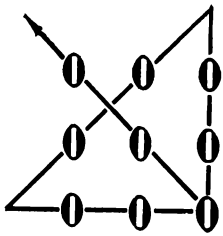


Fig. 176

NEUF ZÉROS

Le problème se résout comme il est montré sur la fig. 176.

TRENTE-SIX ZÉROS

Comme on doit barrer 12 zéros sur 36, il doit en rester 36 — 12 = 24, c'est-à-dire 4 zéros dans chaque rangée.

Voici la disposition des zéros qui restent :

0		0	0	0	
		0	0	0	0
0	0	0			0
0	0		0		0
0	0			0	0
	0	0	0	0	

LES DEUX PIONS

Le premier pion peut être placé sur n'importe laquelle des 64 cases, ce qui fait 64 positions. Après que le premier pion aura été placé, le second peut l'être sur n'importe quelle des 63 cases restantes. Donc, on peut ajouter aux 64 positions du premier pion les 63 positions du second pion. D'où, le nombre total des différentes positions des deux pions sur le damier est :

$$64 \times 63 = 4032.$$

LES MOUCHES SUR LE RIDEAU

Les flèches sur la fig. 177 montrent quelles mouches ont changé de place et quelles cases elles ont occupé.

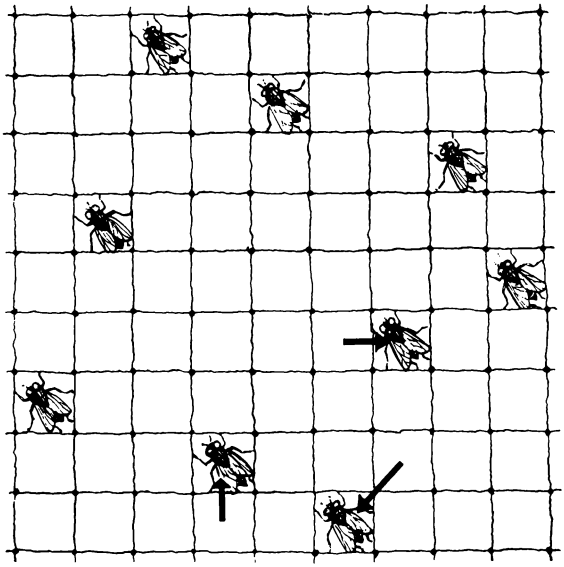


Fig. 177

HUIT LETTRES

Le plus petit nombre de coups est 23. Les voici :

A B F E C A B F E C A B D H G A B D H G D E F.

LES ÉCUREUILS ET LES LAPINS

Ci-dessous, le moyen le plus court pour échanger les places. Les chiffres indiquent de quelle souche sur quelle autre sauter (par exemple, 1-5 veut dire que l'écureuil saute de la première souche sur la cinquième). Il faudra en tout 16 sauts, à savoir :

1-5 ; 3-7 ; 7-1 ; 5-6 ; 3-7 ; 6-2 ; 8-4 ; 7-1 ; 8-4 ; 4-3 ; 6-2 ; 2-8 ; 1-5 ; 5-6 ; 2-8 ; 4-3.

DIFFICULTÉ À LA MAISON DE CAMPAGNE

L'échange des meubles se fait avec au moins 17 déplacements. Il faut transporter les meubles dans l'ordre suivant :

1. Piano
2. Bibliothèque
3. Buffet
4. Piano
5. Table
6. Sofa
7. Piano
8. Buffet
9. Bibliothèque
10. Table
11. Buffet
12. Piano
13. Sofa
14. Buffet
15. Table
16. Bibliothèque
17. Piano

LES TROIS CHEMINS

Les trois chemins qui ne se croisent pas sont montrés sur la fig. 178. Pierre et Paul doivent suivre un chemin assez sinueux, mais les frères évitent ainsi des rencontres indésirables entre eux.

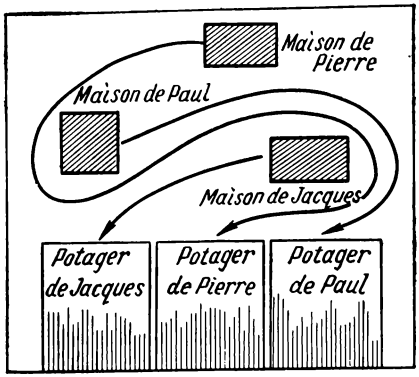


Fig. 178

LA RUSE DES SENTINELLES

On trouve facilement la solution du problème en raisonnant de la façon suivante. Pour que quatre sentinelles puissent s'absenter sans que le chef s'en aperçoive, il est indispensable d'avoir 9 sentinelles dans chacune des rangées I et III (fig. 179, *a*) ; et comme leur nombre total est 24 — 4 = 20, cela implique que dans la rangée II il doit y avoir 20 — 18 = 2, c'est-à-dire 1 soldat dans la tente de gauche de cette rangée et 1 dans celle de droite. De la même manière nous trouvons que dans la rangée V il doit y avoir 1 soldat dans la tente du haut et 1 soldat dans la tente du bas. Maintenant, il est clair que dans les tentes situées aux angles il doit y avoir 4 soldats. Par conséquent, la disposition qui correspond à l'absence de quatre soldats est celle qu'indique la figure 179, *b*.

Avec les mêmes raisonnements nous recherchons la disposition nécessaire pour permettre l'absence de six soldats (fig. 179, *c*).

Pour inviter quatre personnes (fig. 179, *d*).

Pour inviter huit personnes (fig. 179, *e*).

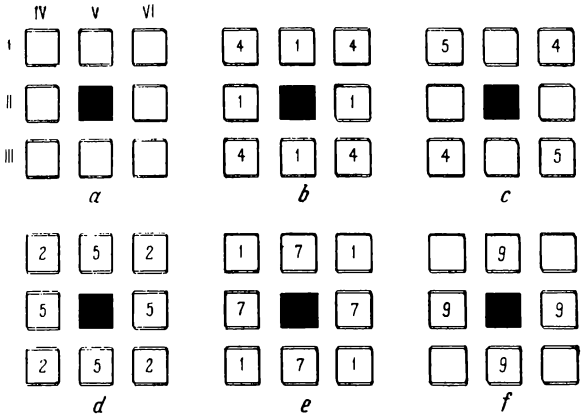


Fig. 179

Et, enfin, la figure 179, *f* montre la disposition nécessaire pour accueillir 12 invités. Il est facile de voir que les conditions données ne permettent pas à plus de six sentinelles de s'absenter et à plus de 12 invités de venir chez les sentinelles.

LES DIX CHÂTEAUX

Sur la fig. 180 (à gauche) on indique la disposition qui protège deux châteaux de l'invasion extérieure.

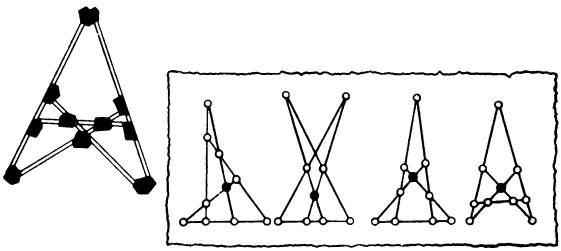


Fig. 180

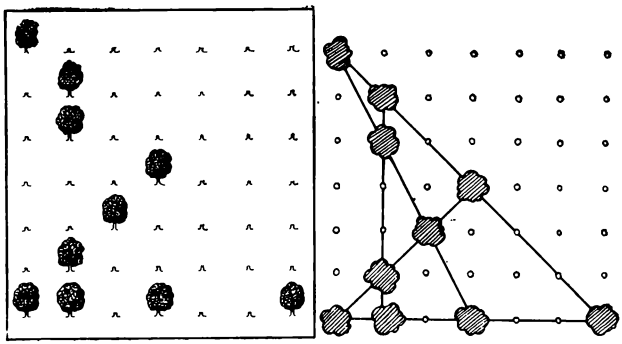


Fig. 181

Vous voyez que les dix châteaux sont disposés ici comme l'exigent les conditions du problème : quatre sur chacun des cinq murs en ligne droite. La fig. 180 (à droite) donne encore quatre solutions de ce problème.

LE VERGER

Les arbres qui restent sont disposés comme il est montré sur la figure 181 ; ils forment cinq lignes droites avec quatre arbres dans chacune.

LA SOURIS BLANCHE

Le chat doit manger en premier la souris sur laquelle il regarde, c'est-à-dire la sixième en partant de la blanche.

Essayez de compter en commençant par cette souris en biffant chaque 13-ème. Vous verrez que la souris blanche restera la dernière.

PAR TROIS LIGNES DROITES

On doit découper la figure 182 en sept parties par trois lignes droites de manière à ce que chaque partie contienne un animal entier.

EN QUATRE PARTIES

Le terrain (fig. 183) est composé de cinq parcelles carrées de même surface. Pouvez-vous le découper non en cinq, mais en quatre parties également semblables?

Reproduisez le dessin sur une feuille de papier et cherchez la solution.

COMMENT FAIRE UN ROND

On apporta à un ébéniste deux planches trouées en bois d'espèce précieuse et rare et on

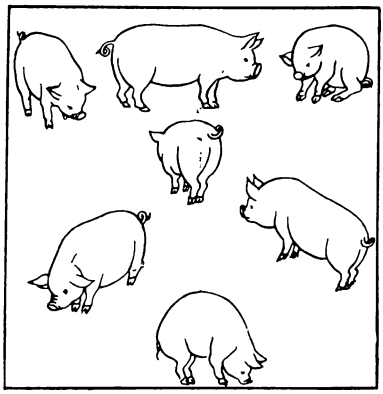


Fig. 182

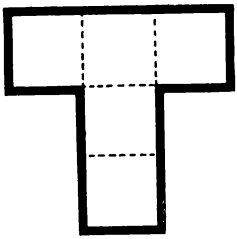
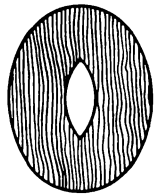


Fig. 183



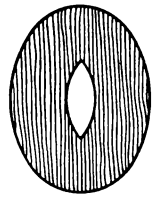


Fig. 184

lui commanda un plateau de table rond, mais à la condition de n'avoir aucun déchet de ce bois coûteux. Tout le bois devait être utilisé.

L'ébéniste était un ouvrier habile, mais la commande n'était pas facile à exécuter. Il se cassa la tête pendant longtemps, avant de comprendre comment faire l'objet commandé. Peut-être avez-vous deviné aussi?

Découpez dans du papier deux figures absolument semblables à celles montrées sur la fig. 184 (seulement de dimensions un peu plus grandes) et tâchez de trouver avec elles la solution.

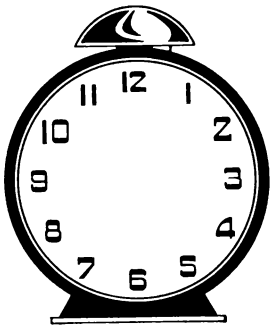


Fig. 185

LE CADRAN

Ce cadran de réveil doit être découpé en six parties de forme quelconque, mais de façon à ce que la somme des chiffres soit la même dans chaque partie. Le problème a pour but de juger autant de votre ingéniosité que de votre rapidité.

LE CROISSANT DE LUNE

Vous devez diviser en six parties ce croissant de lune (fig. 186), mais en ne traçant que deux lignes droites.

Comment faire?

LA DIVISION DE LA VIRGULE

Vous voyez ici une large virgule (fig. 187). Elle est construite très simplement ; sur la droite *AB* on décrit un demi-cercle et ensuite sur chaque moitié de la ligne *AB*, des demi-cercles, l'un à droite, l'autre à gauche.

Le problème consiste à découper cette figure par une ligne courbe en deux parties absolument identiques.

Cette figure est intéressante sur un autre plan : si l'on en prend deux, on peut composer un rond. Comment?

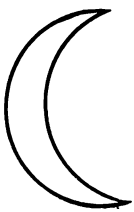


Fig. 186

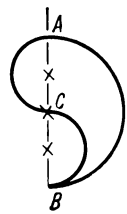


Fig. 187

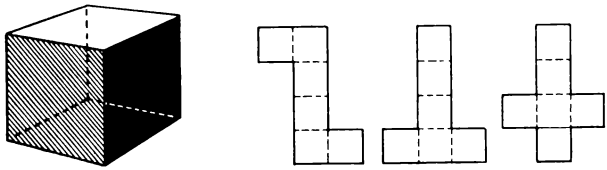


Fig. 188

LE DÉVELOPPEMENT DU CUBE

Si vous découpez un cube en carton en suivant ses arêtes, de manière à ce que l'on puisse développer et placer ses six carrés sur la table, vous obtiendrez des figures du genre de celles-ci (fig. 188).

Il serait intéressant de calculer le nombre de figures différentes que l'on peut obtenir par ce moyen? Autrement dit, de combien de façons peut-on développer un cube sur le plan?

J'avertis le lecteur impatient, qu'il n'y a pas moins de dix figures différentes.

COMPOSITION D'UN CARRÉ

Pouvez-vous composer un carré avec 5 morceaux de papier d'une telle forme (fig. 189, *a*)?

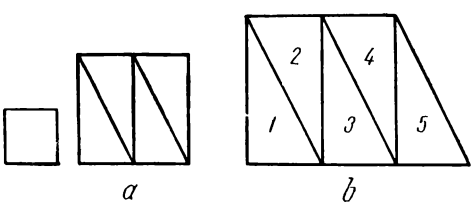


Fig. 189

Si vous avez deviné comment résoudre ce problème, essayez de composer un carré avec 5 triangles identiques, de la même forme que ceux avec lesquels vous avez déjà eu affaire (un des côtés étant deux fois plus long). Vous pouvez découper un des triangles en deux parties, mais les autres quatre doivent être utilisés entiers.

RÉPONSES

PAR TROIS LIGNES DROITES

Solution du problème:

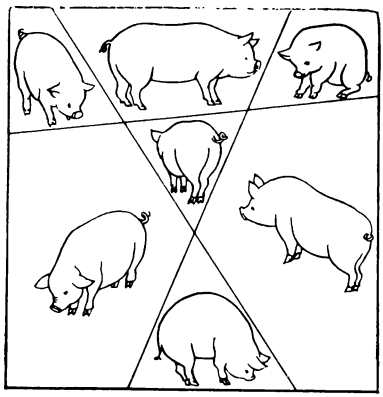


Fig. 190

EN QUATRE PARTIES

Les pointillés (sur la fig. 191) montrent comment diviser le terrain en quatre parcelles.

COMMENT FAIRE UN ROND

L'ébéniste a découpé chacune des planches en quatre parties de la façon indiquée sur la figure 192 (à gauche). Avec les quatre petits

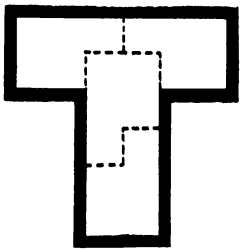


Fig. 191

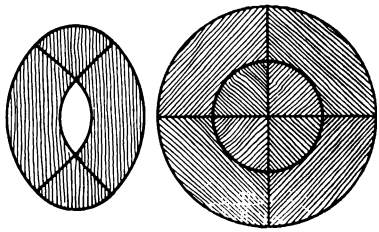


Fig. 192

morceaux, il fit un rond auquel il colla les quatre autres morceaux. Il obtint ainsi un superbe plateau de table ronde (fig. 192, à droite).

LE CADRAN

La somme de tous les nombres marqués sur le cadran du réveil est égale à 78; la somme des nombres de chacune des six parties doit donc être 78 : 6 = 13. Ceci facilite la recherche de la solution qui est montrée sur la figure 193.

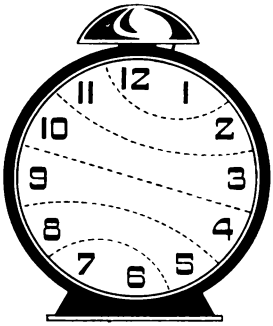


Fig. 193

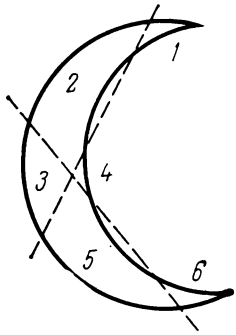
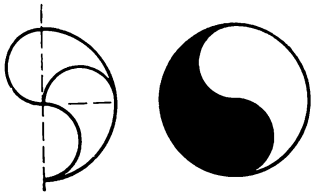


Fig. 194

Fig. 195



LE CROISSANT DE LUNE

Il faut faire comme sur la figure 194. On obtient six parties qui sont numérotées pour plus d'évidence.

LA DIVISION DE LA VIRGULE

La solution apparaît sur le dessin de la figure 195. Les deux parties de la virgule divisée sont égales entre elles, car elles sont composées de parties identiques.

La figure montre aussi comment faire un rond avec deux virgules : une blanche et une noire.

LE DÉVELOPPEMENT DU CUBE

Voici les dix développements différents du cube (fig. 196).

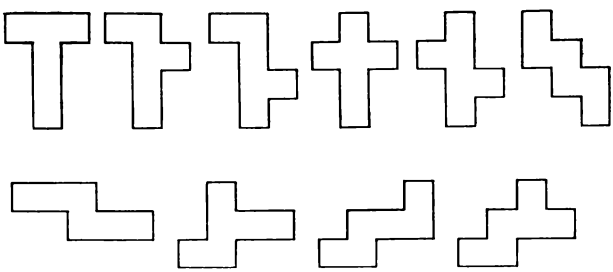


Fig. 196

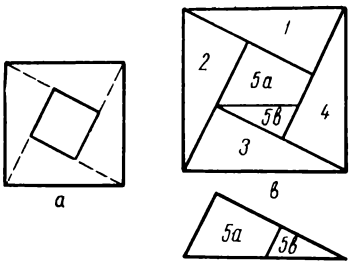


Fig. 197

Le 1-er et le 5-ème développements peuvent encore être tournés, ce qui portera à 12 le nombre de développements.

COMPOSITION D'UN CARRÉ

La solution du premier problème est représenté sur la figure 197, *a*. Et voici comment composer un carré avec 5 triangles (fig. 197, *b*). Un des triangles est préalablement découpé comme le montre le dessin d'en bas.

L'ÉTANG

Soit un étang carré (fig. 198). Aux angles, près du bord poussent quatre vieux chênes. Il est nécessaire de doubler la surface de l'étang en conservant cependant sa forme carrée ; de plus, on ne veut pas toucher aux vieux chênes.

Peut-on élargir l'étang aux dimensions demandées, de manière à ce que les quatre chênes restent à leur place et ne soient pas inondés?

LE PARQUETEUR

Un parqueteur découpait des carrés en bois et les vérifiait de la manière suivante : il comparait la longueur des côtés ; si tous les quatre etaient égaux, il considérait que le carré était découpé correctement.

Une telle vérification est-elle valable?

Fig. 198

LE SECOND PARQUETEUR

Le second parqueteur vérifiait son travail autrement : il ne mesurait pas les côtés, mais les diagonales. Si les deux étaient égales, il considérait que son quadrilatère était un carré. Pensez-vous de même ?

LE TROISIÈME PARQUETEUR

Le troisième parqueteur, en vérifiant des carrés s'assurait de ce que toutes les quatres parties divisées par les diagonales (fig. 199) étaient égales. Son avis était alors que le carré était exact. Et d'après vous ?

LA LINGÈRE

Une lingère devait couper des morceaux de toile en forme de carré. Lorsqu'elle avait coupé plusieurs, elle vérifiait son travail en pliant suivant la diagonale le quadrilatère et en regardant si les bords correspondaient. Si c'était le cas, elle était sûre que le morceau était carré.

Est-ce ainsi ?

Fig. 199

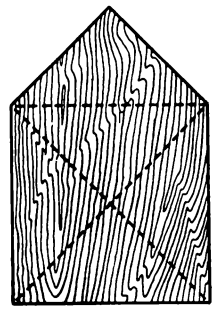


Fig. 200

L'AUTRE LINGÈRE

Une autre lingère ne se contentait pas de la vérification faite par sa camarade. Elle pliait le morceau de toile quadrangulaire coupé d'abord suivant une diagonale et ensuite, suivant l'autre. Et elle considérait que le carré était découpé convenablement que si les bords des figures correspondaient les deux fois.

Que dites-vous d'une telle vérification?

LES DIFFICULTÉS DE L'ÉBÉNISTE

Un jeune ébéniste avait une planche pentagonale montrée sur la figure 200. Vous voyez qu'elle est comme composée d'un carré et d'un triangle adjacent 4 fois plus petit. L'ébéniste doit, sans rien rejeter, ni ajouter à la planche, la transformer en carré. Pour cela il faut évidemment la scier en plusieurs parties. Notre jeune ébéniste veut faire ainsi, mais il ne veut pas diviser la planche suivant plus de deux lignes droites.

Est-il possible de découper notre figure selon deux lignes droites en parties avec lesquelles on pourra composer un carré? Et si cela est possible, comment le faire?

RÉPONSES

L'ÉTANG

Il est possible de doubler la surface de l'étang tout en lui conservant sa forme carrée et sans toucher aux chênes. Sur la figure 201 il est montré comment procéder: il faut creuser de manière à ce que les chênes restent en place au milieu des côtés du nouveau carré. Il est facile

Fig. 201

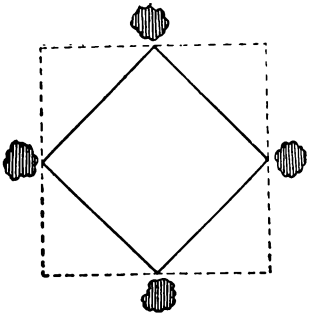


Fig. 202

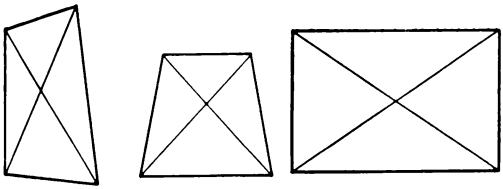


Fig. 203

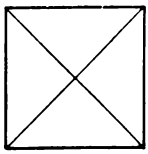


Fig. 204

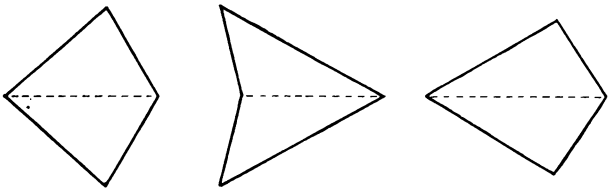


Fig. 205

de s'assurer que la nouvelle surface est deux fois plus grande que l'ancienne : il suffit de tracer les diagonales dans l'ancien étang et de compter les triangles ainsi formés.

LE PARQUETEUR

Une telle vérification est insuffisante. Un quadrangle peut satisfaire à cette épreuve sans être un carré. Vous voyez sur la figure 202 des exemples de tels quadrangles dont tous les côtés sont égaux, mais dont les angles ne sont pas droits (losanges).

LE SECOND PARQUETEUR

Cette vérification est aussi incertaine que la première. Bien sûr, les diagonales du carré sont égales, mais tous les quadrangles qui ont des diagonales égales ne sont pas forcément des carrés. C'est ce que montre la figure 203.

Les parqueteurs devraient employer les deux moyens de vérification à la fois ; on pourrait être alors assuré que le travail est fait correctement. Tout losange dont les diagonales sont égales est en effet obligatoirement un carré.

LE TROISIÈME PARQUETEUR

La vérification peut seulement montrer que le quadrangle vérifié a des angles droits, c'est-à-dire qu'il est un rectangle. Mais elle ne démontre pas que ses côtés sont égaux ; c'est ce qu'on voit sur la figure 204.

LA LINGÈRE

La vérification n'est pas suffisante du tout. Sur la figure 205 on montre plusieurs quadrangles dont les bords correspondent lorsqu'on les plie

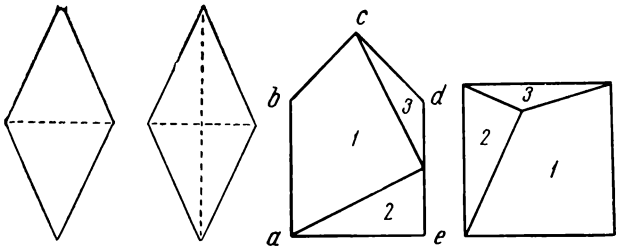


Fig. 206 Fig. 207

suivant la diagonale. Ce ne sont pourtant pas des carrés. Vous voyez comme un quadrangle peut fortement différer d'un carré, et cependant satisfaire à cette vérification.

Une telle vérification permet tout au plus de s'assurer de ce que la figure est symétrique.

L'AUTRE LINGÈRE

Cette vérification ne vaut pas mieux que la précédente. Vous pouvez découper dans du papier autant de quadrangles que vous voulez qui conviendront à cette vérification, mais ce ne seront pas du tout des carrés. Sur la figure 206, les côtés sont égaux (ce sont des losanges), mais les angles ne sont pas droits : ce ne sont pas des carrés.

Pour être sûr que les morceaux découpés sont réellement des carrés, il faut, en plus de ce qu'a fait cette lingère, vérifier si les diagonales sont égales (ou les angles).

LES DIFFICULTÉS DE L'ÉBÉNISTE

Une des droites doit aller du sommet *c* au milieu du côté *de*, l'autre, de ce milieu au sommet *a*. Avec les trois morceaux (*1*, *2* et *3*) obtenus, on compose un carré de la façon indiquée sur la figure 207.

LES TERRASSIERS

Cinq terrassiers creusent en 5 heures 5 m de fossé. Combien faut-il de terrassiers pour faire en 100 heures 100 m de fossé?

LE SCIEUR DE BOIS

Un scieur scie un tronc de 5 m de long en rondins de 1 m. Chaque coupe transversale prend 1 minute et demie. En combien de minutes le tronc sera-t-il scié?

L'ÉBÉNISTE ET LES MENUISIERS

Une équipe de six menuisiers et d'un ébéniste accepte de faire un certain travail. Chaque menuisier gagne 20 roubles et l'ébéniste, 3 roubles de

Fig. 208

plus que la paie moyenne des sept membres de l'équipe.

Combien gagne l'ébéniste?

CINQ MORCEAUX DE CHAÎNE

On apporta à un forgeron cinq morceaux de chaîne composés de 3 maillons chacun (fig. 208) et on lui dit d'en faire une seule chaîne.

Avant de commencer, le forgeron se demanda combien devra-t-il ouvrir et fermer de maillons. Il décida qu'il fallait en ouvrir et fermer quatre.

Peut-on, cependant, exécuter ce travail en ouvrant moins de maillons?

COMBIEN DE VÉHICULES ?

Un atelier a réparé, en un mois, 40 véhicules: autos et motos. En tout il a été réparé 100 roues.

On demande combien d'autos et combien de motos ont-elles été réparées?

L'ÉPLUCHAGE DES POMMES DE TERRE

Deux personnes ont épluché 400 pommes de terre. L'une en épluchait trois à la minute, l'autre, deux. La seconde personne a travaillé 25 minutes de plus que la première.

Combien de temps a travaillé chacune d'elles?

DEUX OUVRIERS

Deux ouvriers peuvent exécuter un travail en sept jours à condition que le second commence deux jours après le premier. Si chacun le faisait séparément, le premier mettrait quatre jours de plus que le second. En combien de jours chacun d'eux pourrait exécuter ce travail?

Le problème admet une solution purement arithmétique ; on peut même se passer des fractions.

LA FRAPPE DU DISCOURS

La frappe d'un discours est confiée à deux dactylos. La plus habile pourrait faire ce travail en 2 heures, la moins habile, en 3 heures.

En combien de temps elles taperont ce discours si elles partagent le travail de façon à le faire dans le temps le plus court ?

Les problèmes de ce genre sont ordinairement résolus comme celui, célèbre, des bassins. A savoir, pour ce qui est des dactylos, on trouve quelle est la part de tout le travail que chacune fait à l'heure, on additionne les deux fractions et on divise l'unité par cette somme.

Ne pouvez-vous pas trouver un moyen inhabituel, se distinguant des moyens classiques, pour résoudre les problèmes de ce genre ?

LE PESAGE DE LA FARINE

Un épicier devait peser 5 sacs de farine. Dans le magasin il y avait une balance ; mais il manquait certains poids et on ne pouvait peser les charges entre 50 et 100 kg. Or les sacs pesaient chacun aux environs de 50 et 60 kg.

L'épicier ne perdit pas la tête, il commença à peser les sacs deux par deux. Avec les 5 sacs on pouvait composer 10 paires différentes, ce qui l'obligea à faire 10 pesées. Il obtint ainsi une série de nombres, qui sont rangés ici par ordre croissant :

110 kg ; 112 kg ; 113 kg ; 114 kg ; 115 kg ;
116 kg ; 117 kg ; 118 kg ; 120 kg ; 121 kg.

Que pèse chaque sac séparément ?

RÉPONSES

LES TERRASSIERS

Il est facile de se laisser prendre : on peut penser que si 5 terrassiers creusent 5 m de fossé en 5 heures, alors pour creuser en 100 heures 100 m de fossé, il faudra 100 hommes. Ce raisonnement est absolument faux. Ces 5 terrassiers suffiront.

En effet, si 5 terrassiers en 5 heures creusent 5 m, cela veut dire qu'en 1 h ils creuseront 1 m, et en 100 h, 100 m.

LE SCIEUR DE BOIS

On répond souvent $1^1/_2 \times 5 = 7^1/_2$ mn, mais on oublie alors que la dernière coupe donne deux rondins de 1 m. Pour couper un tronc de 5 m, il ne faut donc que 4 coupes, c'est-à-dire $1^1/_2 \times \times 4 = 6$ mn.

L'ÉBÉNISTE ET LES MENUISIERS

Il est facile de savoir quel était le salaire moyen de chaque membre de l'équipe ; pour cela il faut répartir en parties égales les 3 roubles en excédent entre les six menuisiers. Aux 20 roubles de chacun il faut ajouter 50 kopecks, ce qui est le salaire moyen de chacun des sept.

Nous trouvons alors que l'ébéniste a gagné 20 r 50 k + 3 r = 23 r 50 k.

CINQ MORCEAUX DE CHAÎNE

Il suffit d'ouvrir les 3 maillons d'un morceau et de réunir avec les quatre autres morceaux.

COMBIEN DE VÉHICULES ?

Si tous les 40 véhicules étaient des motos, le nombre total de roues serait 80, c'est-à-dire 20 de moins qu'en réalité. Si l'on remplace une moto par une auto le nombre total de roues augmente de deux ; la différence diminue donc de deux. Il est alors évident qu'il faut faire 10 remplacements de ce type pour réduire la différence à zéro. Donc, il y avait 10 autos et 30 motos.

En effet, $10 \times 4 + 30 \times 2 = 100$.

L'ÉPLUCHAGE DES POMMES DE TERRE

Pendant les 25 minutes de travail supplémentaire, la seconde personne a épluché $2 \times 25 = 50$ pommes de terre. En retranchant ces 50 de 400, nous trouvons qu'en travaillant ensemble, ces deux personnes ont épluché 350 pommes de terre. Comme ensemble elles épluchent à la minute $2 + 3 = 5$ pommes de terre, alors en divisant 350 par 5, nous trouvons que chacune d'elles a travaillé pendant 70 minutes.

C'est la durée de travail de la première personne ; la seconde a travaillé $70 + 25 = 95$ mn.

DEUX OUVRIERS

Si chacun d'eux faisait séparément la moitié du travail, le premier mettrait deux jours de plus que le second, parce que pour le travail entier la différence est de 4 jours. Or comme il y a justement deux jours de différence quand les deux font tout le travail ensemble, il est alors évident qu'en 7 jours le premier fait exactement la moitié du travail ; quant au second, il fait sa moitié en 5 jours. Ainsi, le premier pourrait faire tout le travail en 14 jours, et le second, en 10 jours.

LA FRAPPE DU DISCOURS

La solution inhabituelle est celle-ci. Avant tout, posons la question : comment les dactylos doivent partager le travail entre elles pour terminer simultanément (il est évident que c'est la seule condition pour que le travail soit terminé dans le plus bref délai). Comme la dactylo la plus expérimentée tape $1^1/_2$ fois plus vite que celle qui l'est moins, il est clair que sa part doit être $1^1/_2$ plus grande que celle de la seconde ; dans ce cas elles finiront ensemble. Il s'ensuit que la première doit taper 3/5 et la seconde 2/5 du discours.

Le problème est presque résolu. Il reste seulement à savoir en combien de temps la première dactylo fera les 3/5 du travail. Nous savons qu'elle peut faire tout le travail en deux heures ; et donc les 3/5 en $2 \times 3/5 = 1^1/_5$ heure. La seconde dactylo fera sa part de travail dans le même temps.

Ainsi, le plus court délai pour taper le discours avec deux dactylos est 1 h 12 mn.

LE PESAGE DE LA FARINE

L'épicier commença par additionner tous les 10 nombres obtenus. La somme obtenue, 1156 kg, n'est autre chose que le quadruple des poids de tous les sacs, car le poids de chaque sac entre dans la somme quatre fois.

En divisant par quatre, nous apprenons que les cinq sacs pèsent 289 kg.

A présent, pour la commodité de l'exposé, désignons les sacs par des numéros dans l'ordre de leurs poids. Le sac le plus léger sera le n° 1 ; le second en poids, le n° 2, etc. ; le sac le plus lourd, le n° 5. Il est facile de comprendre que dans la rangée de nombres 110, 112, 113, 114,

115, 116, 117, 118, 120, 121 kg le premier est la somme des poids des deux sacs les plus légers : le n° 1 et le n° 2 ; le second, des poids du n° 1 et du n° 3. Le dernier nombre (121) est la somme des poids des deux sacs les plus lourds : n° 4 et n° 5, et l'avant-dernier, du n° 3 et du n° 5. Ainsi :

le n° 1 et le n° 2	pèsent	ensemble	110 kg ;
le n° 1 et le n° 3	»	»	112 kg ;
le n° 3 et le n° 5	»	»	120 kg ;
le n° 4 et le n° 5	»	»	121 kg.

Il est par conséquent facile de calculer la somme des poids des sacs des numéros 1, 2, 4 et 5 : 110 kg + 121 kg = 231 kg. En retranchant ce nombre du poids total des sacs (289 kg), nous obtenons le poids du sac n° 3, à savoir, 58 kg.

Ensuite, de la somme du poids des sacs n° 1 et n° 3, c'est-à-dire, 112 kg, nous retranchons le poids connu du sac n° 3 et nous obtenons celui du sac n° 1 : 112 — 58 = 54 kg.

De même, en retranchant 54 kg de 110 kg, c'est-à-dire de la somme des poids des sacs n° 1 et n° 2, nous obtenons le poids du sac n° 2 : 110 kg — 54 kg = 56 kg.

De la somme des poids des sacs n° 3 et n° 5, c'est-à-dire de 120, nous retranchons celui du sac n° 3, 58 kg, et nous obtenons celui du sac n° 5 : 120 kg — 58 kg = 62 kg.

Il reste à déterminer le poids du sac n° 4. Nous connaissons la somme des poids des sacs n° 4 et n° 5 (121 kg). En retranchant 62 de 121, nous apprenons que le sac n° 4 pèse 59 kg.

Voici donc le poids des sacs : 54 kg, 56 kg, 58 kg, 59 kg, 62 kg.

PROBLÈMES SUR LES ACHATS ET LES PRIX

COMBIEN COÛTENT LES CITRONS?

Trois douzaines de citrons coûtent autant de roubles que l'on peut obtenir de citrons pour 16 roubles.

Quel est le prix de la douzaine de citrons?

L'IMPERMÉABLE, LE CHAPEAU ET LES SOULIERS

Une personne a acheté un imperméable, un chapeau et des souliers. Elle a payé en tout 140 roubles. L'imperméable coûte 90 roubles de plus que le chapeau ; les deux ensemble, 120 roubles de plus que la paire de souliers. Combien coûte chaque article séparément?

Le problème doit être résolu oralement.

LES ACHATS

Quand je suis parti faire des achats, j'avais dans mon porte-monnaie près de 15 roubles en billets de 1 rouble et des pièces de 20 kopecks. A mon retour je rapportai autant de billets de 1 rouble que j'avais au départ de 20 kopecks et autant de pièces de 20 kopecks que j'avais auparavant de billets de 1 rouble. En tout, il resta dans mon porte-monnaie le tiers de la somme initiale.

Quel est le montant de mes achats?

L'ACHAT DES FRUITS

Pour cinq roubles on a acheté 100 fruits différents. Les prix des fruits sont les suivants: le melon, 50 kopecks pièce; les pommes, 10 kopecks pièce, les prunes, 10 kopecks la dizaine.

Fig. 209

Combien de fruits de chaque sorte a-t-il été acheté?

LA HAUSSE ET LA BAISSE DU PRIX

Le prix d'une marchandise a augmenté de 10 %, puis diminué de 10 %. Quand le prix était le plus bas: avant la hausse ou après la baisse?

LES TONNELETS

On a livré au magasin six tonnelets de cidre. La contenance en litres de chaque tonnelet est indiquée sur la figure 209. Le premier jour il y eut deux acheteurs: l'un acheta deux tonnelets, l'autre, trois. Le premier acheteur prit deux fois moins de cidre que le second. Pour cela on n'eut même pas besoin de déboucher les tonnelets. Il ne resta au magasin qu'un seul tonnelet.

Lequel?

LA VENTE DES ŒUFS

Cet ancien problème populaire semble à première vue illogique, car on y parle de la vente

d'une moitié d'œuf. Cependant, il est parfaitement résoluble.

Une paysanne était venue au marché pour vendre des œufs. La première acheteuse lui prit la moitié plus $^1/_2$ œuf.

La seconde fit l'emplette de la moitié des œufs restants plus $^1/_2$ œuf. La troisième acheta un seul œuf, le dernier qui restait.

Combien d'œufs la paysanne a-t-elle apporté au marché?

LE PROBLÈME DE BÉNÉDIKTOV

Beaucoup d'amateurs de littérature russe ne soupçonnent pas que le poète V. Bénédiktov est l'auteur du premier recueil en russe de casse-tête mathématiques. Ce recueil n'a pas été édité, il est resté sous la forme d'un manuscrit, retrouvé seulement en 1924. J'ai eu la possibilité de prendre connaissance de ce manuscrit et j'ai même pu déterminer en me basant sur un des casse-tête la date de sa rédaction : 1869 (le manuscrit n'est pas daté). J'ai extrait le problème proposé plus bas, mis sous une forme littéraire par le poète, de ce recueil. Ce s'appelle « La solution astucieuse d'un problème compliqué ».

« Une bonne femme, qui vendait des œufs, en ayant mis de côté 9 dizaines, envoya au marché ses trois filles pour les vendre. Elle distribua ses œufs ainsi : l'aînée, la plus sensée de toutes, reçut une dizaine d'œufs, la seconde, trois dizaines, et la cadette cinquante œufs. Elle leur dit :

— Entendez-vous à l'avance sur le prix de vente et respectez ces conditions lors des tractations en vous tenant bien au prix fixé ; toutefois j'espère que ma fille aînée, qui est la plus sensée, nonobstant la convention de vendre au même prix, saura obtenir pour sa dizaine ce que la

seconde recevra pour ses trois dizaines et lui apprendra de même comment obtenir pour ses trois dizaines autant que la cadette aura reçu pour ses 50 œufs. Les sommes reçues et les prix doivent être identiques pour toutes les trois. Je voudrais également que vous vendiez tous les œufs de manière à n'obtenir pas moins de 10 kopecks par dizaine, soit pour les 9 dizaines, 90 kopecks. »

J'interromps le récit de Bénédiktov pour permettre au lecteur de deviner comment les jeunes filles remplirent la commission de leur mère.

RÉPONSES

COMBIEN COÛTENT LES CITRONS ?

Nous savons que 36 citrons coûtent autant de roubles que l'on donne de citrons pour 16 roubles. Mais 36 citrons coûtent :

$$36 \times (\text{prix d'un citron}),$$

et pour 16 roubles on donne :

$$\frac{16}{(\text{prix d'un citron})}.$$

Donc,

$$36 \times (\text{prix d'un citron}) = \frac{16}{(\text{prix d'un citron})}.$$

Si l'on multiplie le second membre par le prix d'un citron on y obtient la quantité qui est multipliée une fois de plus par le (prix d'un citron) = 16 :

$$36 \times (\text{prix d'un citron}) \times (\text{prix d'un citron}) = 16.$$

Si l'on divise le premier membre par 36 on diminuera de 36 fois le second membre :

$$(\text{prix d'un citron}) \times (\text{prix d'un citron}) = \frac{16}{36}.$$

Il en découle que le prix d'une douzaine de citrons est égal à 4/6 = 2/3 de roubles et le prix d'une douzaine de citrons à 2/3 × 12 = 8 roubles.

L'IMPERMÉABLE, LE CHAPEAU ET DES SOULIERS

Si à la place d'un imperméable, d'un chapeau et de souliers, la personne n'avait acheté que deux paires de ces derniers, il aurait fallu payer non 140 roubles, mais autant de moins qu'ils sont meilleur marché que les deux autres ensemble, c'est-à-dire de 120 roubles. Par conséquent, nous calculons que deux paires de souliers coûtent 140 — 120 = 20 roubles, d'où le prix d'une paire : 10 roubles. A présent, on sait que l'imperméable et le chapeau coûtent ensemble 140 — — 10 = 130 roubles ; l'imperméable est plus cher que le chapeau de 90 roubles ; raisonnons comme nous venons de le faire : à la place de l'imperméable et du chapeau, nous achetons 2 chapeaux, nous payerons non pas 130 roubles, mais 90 roubles de moins. Donc, deux chapeaux coûtent 130 — 90 = 40 roubles d'où le prix d'un chapeau : 20 roubles.

Ainsi voici le prix des objets : les souliers, 10 roubles, le chapeau, 20 roubles, l'imperméable, 110 roubles.

LES ACHATS

Désignons le nombre initial de billets de 1 rouble par x et le nombre de pièces de 20 ko-

pecks, par y. Alors en partant faire mes achats, j'avais dans mon porte-monnaie :

$$(100x + 20y) \text{ kopecks.}$$

Au retour, je possédais :

$$(100y + 20x) \text{ kopecks.}$$

Nous savons que cette dernière somme est trois fois moindre que la première, par conséquent,

$$3\,(100y + 20x) = 100x + 20y.$$

En simplifiant cette expression, nous obtenons :

$$x = 7y.$$

Si $y = 1$, alors $x = 7$. Avec une telle supposition, j'avais initialement 7 roubles 20 kopecks, ce qui ne concorde pas avec les conditions du problème (près de 15 roubles).

Essayons $y = 2$, alors $x = 14$. La somme initiale sera égale à 14 roubles 40 kopecks, ce qui s'accorde avec les conditions du problème.

Si l'on pose $y = 3$ on obtient une somme d'argent trop élevée : 21 roubles 60 kopecks. Par conséquent la seule réponse correcte est 14 roubles 40 kopecks. Après mes achats, il me reste 2 pièces de 1 rouble et 14 de 20 kopecks, c'est-à-dire $200 + 280 = 480$ kopecks ; c'est en effet le tiers de la somme initiale ($1440 : 3 = 480$).

J'ai dépensé $1440 - 480 = 960$. Donc, le montant de mes achats est 9 roubles 60 kopecks.

L'ACHAT DES FRUITS

Malgré l'indétermination apparente, le problème n'a qu'une solution que voici :

	Quantité	Prix
Melon	1	50 kop.
Pommes	39	3 r. 90 kop.
Prunes	60	60 kop.
	Total 100	5,00 roubles

LA HAUSSE ET LA BAISSE DE PRIX

Il est erroné de croire que le prix sera le même dans les deux cas. Faisons les calculs. Après la hausse, la marchandise coûte 110 %, soit 1,1 du prix initial. Après la baisse, son prix est

$$1{,}1 \times 0{,}9 = 0{,}99,$$

c'est-à-dire 99 % de son prix initial. Donc, après la baisse, la marchandise est de 1 % meilleur marché qu'avant la hausse.

LES TONNELETS

Le premier acheteur a pris les tonnelets de 15 et 18 litres, le second, ceux de 16, 19 et 31 litres.

En effet

$$15 + 18 = 33,$$

$$16 + 19 + 31 = 66,$$

c'est-à-dire que le second acheteur a emporté deux fois plus de cidre que le premier.

Il est resté un tonnelet de 20 l. C'est la seule réponse possible. Les autres combinaisons ne donnent pas les relations nécessaires.

LA VENTE DES ŒUFS

Le problème se résout en commençant par la fin. Lorsque la seconde acheteuse a acquis la moitié des œufs qui restent, plus 1/2 œuf, la

marchande n'a plus qu'un œuf. Donc, 1 œuf 1/2 constitue la seconde moitié de ce qui est resté après la première vente (soit, en conséquence 3 œufs). En ajoutant 1/2 œuf, nous obtenons la moitié de ce qu'avait la paysanne. Ainsi, le nombre d'œufs apportés par celle-ci au marché était sept.

Vérifions :

$7 : 2 = 3^1/_2$; $3^1/_2 + 1/2 = 4$; $7 - 4 = 3$;

$3 : 2 = 1^1/_2$; $1^1/_2 + 1/2 = 2$; $3 - 2 = 1$;

ce qui s'accorde avec les conditions du problème.

LE PROBLÈME DE BÉNÉDIKTOV

Rapportons la fin du récit interrompu de Bénédiktov :

« Le problème était compliqué. Les jeunes filles se concertèrent en allant au marché. La deuxième et la troisième filles s'en remirent au bon sens et aux conseils de l'aînée. Celle-ci réfléchit et dit :

— Nous allons, mes sœurs, vendre nos œufs non pas par dizaines comme cela se faisait jusqu'à présent, mais par lots de sept. Pour chaque lot de sept œufs, nous fixerons un prix unique auquel nous nous tiendrons toutes, comme nous a dit notre mère.

Donc, c'est entendu, pas un kopeck de moins! Pour les premiers sept œufs : 3 kopecks.

— C'est trop bon marché, dit la seconde sœur.

— Eh bien, objecta l'aînée, nous augmenterons le prix de ceux qui resteront après la vente de nos lots de sept. Je me suis assurée à l'avance de ce qu'il n'y a pas d'autres marchands d'œufs au marché. Il n'y aura personne pour faire

baisser les prix ; or quand il y a peu de marchandises et la demande est forte, les prix montent ; nous nous rattraperons sur les œufs restants.

— A propos, combien allons-nous les vendre? demanda la cadette.

— 9 kopecks chaque œuf. Ceux qui en auront vraiment besoin, payeront.

— C'est un peu trop cher, remarqua la seconde sœur.

— En revanche, dit l'aînée, les lots de sept œufs seront très bon marché, et les uns compensant les autres, nous y trouverons notre compte. Elles se mirent d'accord.

Arrivées au marché, les sœurs s'installèrent séparément et commencèrent à vendre. Alléchées par les prix très bas, les acheteuses se précipitèrent sur elles et en un instant achetèrent tous les lots de sept œufs : la cadette vendit 7 lots et reçut 21 kopecks, il lui resta un œuf dans son panier ; la seconde vendit 4 lots, reçut 12 kopecks et il lui resta deux œufs ; l'aînée vendit son lot de sept pour 3 kopecks et il lui resta 3 œufs.

Tout à coup arrive au marché une cuisinière à laquelle sa maîtresse a demandé d'acheter à tout prix au moins une dizaine d'œufs pour ses fils qui viennent d'arriver et qui aiment beaucoup les omelettes.

La cuisinière parcourt tout le marché, il n'y a pas d'autres marchands d'œufs que nos trois sœurs. Elle se précipite d'abord vers celle qui possédait encore trois œufs (c'etait l'aînée) et s'informe :

— Combien tu demandes pour tes œufs?

— 9 kopecks pièce.

— Tu n'es pas folle, c'est trop cher! lui répondit la cuisinière.

— Comme vous voulez, je ne céderai rien. Ce sont les derniers. Les autres sœurs firent la

même réponse à la cuisinière, qui ne pouvant trouver d'autres œufs, paya ce prix exorbitant pour les œufs restants. Ainsi, elle paya 27 kopecks pour 3 œufs à l'aînée, ce qui fit à celle-ci avec les 3 kopecks déjà reçus 30 kopecks; elle paya pour 2 œufs 18 kopecks à la seconde, ce qui donna aussi à celle-ci avec les 12 kopecks qu'elle avait reçu, 30 kopecks. La cadette reçut pour son unique œuf 9 kopecks qu'elle ajouta aux 21 obtenus pour la vente de ses 7 lots de 7 œufs, soit en tout 30 kopecks.

Les trois sœurs, revinrent à la maison et remirent à leur mère 30 kopecks chacune. Elles lui racontèrent comment elles avaient procédé en observant ses instructions qui exigeaient de fixer des conditions uniques de prix et d'obtenir chacune une même somme aussi bien pour une dizaine d'œufs que pour une demi-centaine.

La mère fut très contente de l'exécution exacte de ses recommandations ainsi que du bon sens de sa fille aînée, qui avait indiqué comment les observer; de plus elle fut satisfaite d'avoir obtenu la somme fixée par elle de 90 kopecks, pour la vente des œufs.»

* * *

Le lecteur s'intéressera peut-être au manuscrit inédit de V. Bénédiktov d'où est tiré le problème ci-dessus. Ce manuscrit n'a pas de titre mais sa nature et son objet sont expliqués de façon détaillée dans l'introduction du recueil :

« Le calcul arithmétique peut-être utilisé pour différents jeux, passe-temps récréatifs, farces, etc. De nombreux tours dit *de magie* (souligné dans le texte. — Y.P.) s'appuient sur des spéculations numériques, entre autres cela concerne les tours réalisés avec des cartes à jouer où l'on tient compte soit du nombre de cartes,

soit de la valeur numérique attachée à la carte, soit des deux à la fois. Certains problèmes dont la solution fait intervenir des nombres extrêmement grands sont très curieux et permettent de se faire une idée de ces nombres énormes qui dépassent toute imagination.

« Nous les introduisons dans cette partie complémentaire consacrée à l'arithmétique. Certains problèmes demandent pour être résolus un esprit très perspicace et bien qu'à première vue ils semblent absurdes et contredisent le bon sens ils ont tout de même une solution, comme, par exemple, le problème proposé ici sous le titre: « La vente des œufs ». Les applications de l'arithmétique exigent parfois non seulement une connaissance des règles théoriques de l'arithmétique pure, mais également une grande ingéniosité. Mais cette dernière s'acquiert en développant son intelligence par des connaissances puisées non seulement dans des activités sérieuses, mais aussi dans des futilités que nous avons crues utile d'exposer ici. »

Le recueil de Bénédiktov est divisé en 20 parties numérotées ayant chacune un titre: « Les cartes magiques », « Moyen de deviner les nombres pensés de 1 à 30 », etc. On y trouve de même un chapitre curieux: « Le général sorcier et l'armée arithmétique » qui est un exposé des multiplications au moyen des doigts sous la forme d'une anecdote. Puis suit le problème que l'auteur a emprunté sur la vente des œufs.

Enfin le 20-ème chapitre, « L'énorme nombre des habitants de la Terre » contient un curieux essai de calcul de la population de la Terre, depuis l'avènement de l'humanité. (L'analyse détaillée de ce calcul de Bénédiktov est faite dans le livre de l'auteur intitulé « L'algèbre récréative ».)

UN MILLION D'ARTICLES

Un article pèse 89,4 g. Essayez de calculer mentalement combien de tonnes pèsent un million de ces articles.

LE MIEL ET LE PÉTROLE

Un pot de miel pèse 500 g. Le même pot rempli de pétrole pèse 350 g. Le pétrole est deux fois plus léger que le miel.

Que pèse le pot vide?

LE POIDS DU RONDIN

Un rondin de bois pèse 30 kg.

Que pèserait-il s'il était deux fois plus gros et deux fois plus court?

SOUS L'EAU

Sur les plateaux d'une balance ordinaire se trouvent d'un côté une pierre pesant exactement 2 kg, et de l'autre, un poids en fonte de 2 kg. Je place avec précaution cette balance sous l'eau.

Les plateaux resteront-ils en équilibre?

LE PAIN DE SAVON

Sur un des plateaux d'une balance se trouve un pain de savon, sur l'autre les 3/4 d'un tel

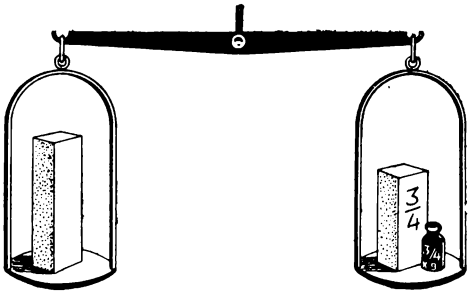
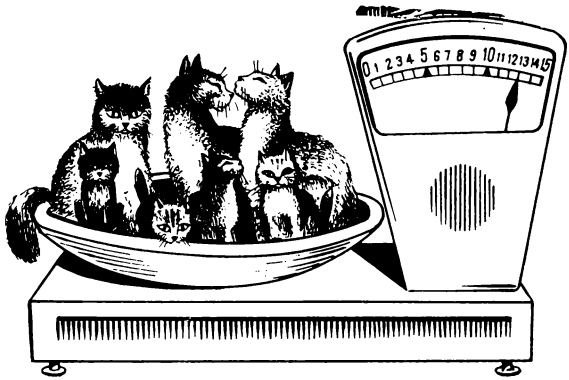


Fig. 210



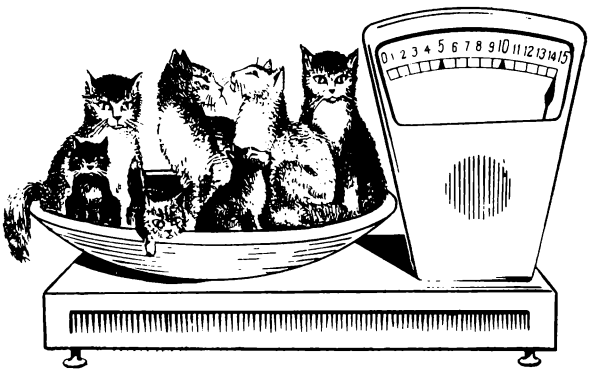


Fig. 211

pain et encore 3/4 de kg. La balance est en équilibre (fig. 210).

Que pèse le pain de savon entier?

Essayez de résoudre ce problème simple oralement, sans crayon, ni papier.

LES CHATTES ET LES CHATONS

Sur la figure 211 vous voyez que quatre chattes et trois chatons pèsent 15 kg et que trois chattes et quatre chatons, 13 kg.

Combien pèsent chaque chatte et chaque chaton séparément? On admet que toutes les chattes ont le même poids ainsi que les chatons.

Essayez de résoudre ce problème oralement.

LE COQUILLAGE ET LES BILLES

La figure 212 montre trois cubes et un coquillage équlibrés par 12 billes; puis un coquillage, équilibré par un cube et huit billes.

Combien faut-il mettre de billes sur le plateau vide pour équilibrer le coquillage qui est sur l'autre?

LE POIDS DES FRUITS

Voici encore un problème du même genre. La fig. 213 montre que trois pommes et une poire pèsent autant que 10 pêches, et que six pêches et une pomme, autant qu'une poire.

Combien faut-il prendre de pêches pour équilibrer une poire?

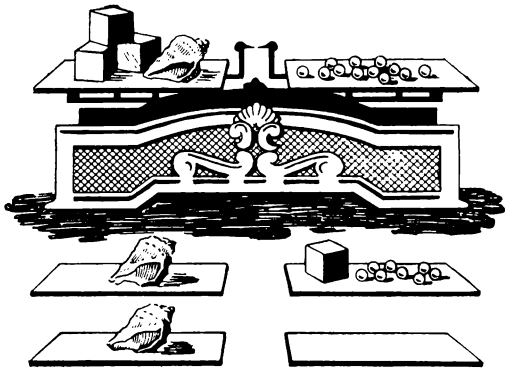


Fig. 212

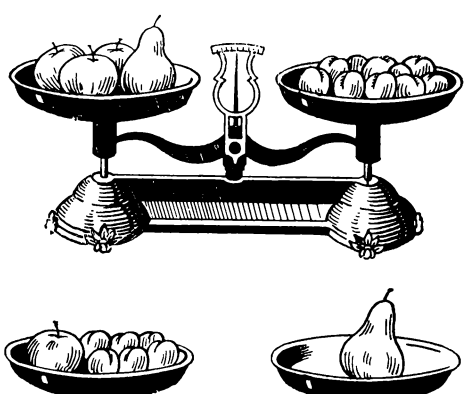
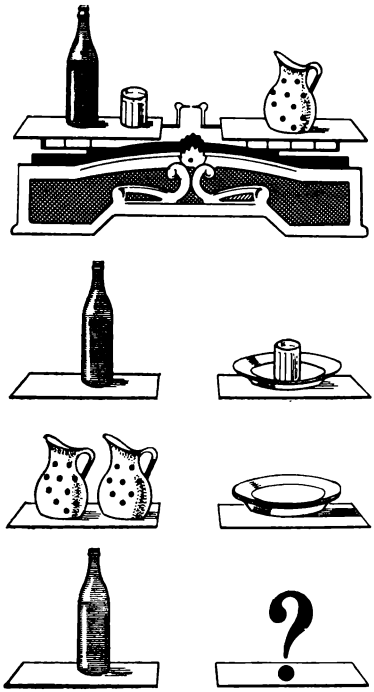


Fig. 213

Fig. 214



COMBIEN DE VERRES ?

Sur la figure 214 la bouteille et le verre sont équilibrés par la cruche ; la bouteille est elle-même équilibrée par le verre et la soucoupe ; deux cruches sont équlibrées par trois soucoupes.

On demande combien faut-il mettre de verres sur le plateau vide pour équilibrer la bouteille ?

AVEC LE POIDS ET LE MARTEAU

On doit empaqueter 2 kg de sucre semoule en paquets de 200 g, mais l'on ne dispose que d'un poids de 500 g et d'un marteau pesant 900 g.

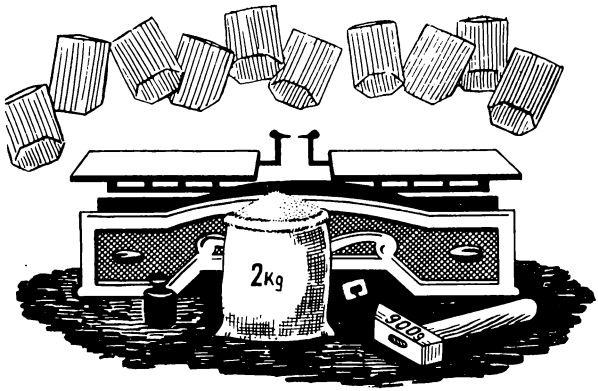


Fig. 215

Comment obtenir ces dix paquets en utilisant ce poids et ce marteau?

LE PROBLÈME D'ARCHIMÈDE

Le plus ancien des casse-tête se rapportant au pesage est sans contredit celui que le tyran de Syracuse Hiéron a proposé au célèbre mathématicien Archimède.

La légende dit que Hiéron avait commandé une couronne de lauriers pour une statue à un joaillier à qu'il avait fait délivrer la quantité nécessaire d'or et d'argent.

Quand la couronne fut prête, son pesage montra qu'elle avait le poids d'or et d'argent fourni. Mais un dénonciateur rapporta au tyran que le joaillier avait volé une partie de l'or en le remplaçant par de l'argent. Hiéron appela Archimède et lui demanda de déterminer combien d'or et combien d'argent contenait la couronne faite par le joaillier.

Archimède résolut ce problème en partant du fait que l'or perd dans l'eau 1/20 de son poids, et l'argent, 1/10.

Si vous voulez essayer vos forces sur ce problème, sachez qu'il avait été fourni 8 kg d'or et 2 kg d'argent, et que quand Archimède pesa la couronne sous l'eau, elle ne pesait que 9 kg 1/4 au lieu de 10 kg.

Essayez de déterminer d'après ces données combien le joaillier a volé d'or. On admet que la couronne est en métal plein, et ne contient pas de vides.

RÉPONSES

UN MILLION D'OBJETS

Des calculs de ce genre se font mentalement de la manière suivante : multiplions 89,4 par un million, c'est-à-dire par mille fois mille.

Effectuons la multiplication en deux fois : 89,4 g × 1000 = 89,4 kg parce qu'un kg vaut mille grammes. Ensuite 89,4 kg × 1000 = 89,4 tonnes parce qu'une tonne vaut 1000 kg.

Le poids cherché est ainsi 89,4 tonnes.

LE MIEL ET LE PÉTROLE

Comme le miel est deux fois plus lourd que le pétrole, la différence de poids (500 — 350 = = 150 g) est le poids du pétrole qui tient dans le pot (en effet, le pot avec le miel pèse autant que pèserait le pot avec une quantité double de pétrole). D'où nous déterminons le poids net du pot : 350 — 150 = 200 g.

En effet, 500 — 200 = 300 g, c'est-à-dire que le miel est deux fois plus lourd à volume égal que le pétrole.

LE POIDS DU RONDIN

Ordinairement, on répond qu'un rondin deux fois plus gros, mais deux fois plus court, doit avoir le même poids. Cependant, c'est inexact. L'augmentation du diamètre de deux fois fait augmenter le volume de quatre fois alors que le raccourcissement de moitié ne diminue le volume que de deux fois. Pour cette raison, le rondin plus gros et plus court doit être deux fois plus lourd que le rondin plus long et plus mince et peser en conséquence 60 kg.

SOUS L'EAU

Chaque corps plongé dans l'eau devient plus léger, il perd en poids autant que pèse le volume d'eau déplacé. Connaissant cette loi (formulée par Archimède), nous répondrons sans difficulté à la question posée.

Une pierre de 2 kg occupe un plus grand volume qu'un poids en fonte parce que leurs densités sont différentes. Donc, la pierre déplacera un plus grand volume d'eau que le poids et, suivant la loi d'Archimède, perdra en poids plus que la fonte. Ainsi, la balance sous l'eau penchera du côté du poids.

LE PAIN DE SAVON

3/4 de pain de savon + 3/4 de kg pèsent autant qu'un pain de savon entier. Mais ce dernier contient 3/4 + 1/4 de lui-même. Donc, 1/4 de pain de savon pèse 3/4 de kg ou 750 g. Le pain entier pèse 4 fois plus, soit 3 kg.

LES CHATTES ET LES CHATONS

En comparant les deux pesées, on voit facilement que lorsque une chatte a été remplacée par un chaton, le poids a diminué de 2 kg;

d'où la chatte est plus lourde que le chaton de 2 kg. Sachant ceci, remplaçons sur la première balance les quatre chattes par des chatons, alors on aura $4 + 3 = 7$ chatons qui pèseront non 15 kg, mais $2 \times 4 = 8$ kg de moins. Donc, 7 chatons pèsent $15 - 8 = 7$ kg.

Il s'ensuit qu'un chaton pèse 1 kg et une chatte, $2 + 1 = 3$ kg.

LE COQUILLAGE ET LES BILLES

Comparez la première et la seconde pesée. Vous voyez qu'à la première, le coquillage peut être remplacé par un cube et 8 billes, car ils ont le même poids. Nous aurions alors sur le plateau de gauche quatre cubes et huit billes, qui seraient équilibrés par 12 billes. En retirant 8 billes de chaque plateau, nous ne détruirons pas l'équilibre. Il nous reste 4 cubes à gauche et 4 billes à droite. Un cube et 1 bille ont donc le même poids. A présent, il est facile de savoir ce que pèse le coquillage, en remplaçant (dans la seconde pesée) un cube par une bille sur le plateau de droite et on voit que le poids du coquillage est égal à celui de dix billes.

Vous pouvez facilement vérifier le résultat en remplaçant dans la première pesée les cubes et le coquillage, sur le plateau de gauche, par le nombre correspondant de billes ; vous obtiendrez $3 + 9 = 12$, comme cela doit être.

LE POIDS DES FRUITS

Remplaçons à la première pesée la poire par une pomme et six pêches; nous avons le droit de le faire, car leurs poids sont égaux. Nous avons ainsi sur le plateau de gauche quatre pommes et six pêches et sur celui de droite

10 pêches. Enlevons six pêches de chaque côté, quatre pommes équilibrent quatre pêches, c'est-à-dire qu'une pomme pèse autant qu'une pêche. A présent, il est facile de comprendre que le poids de la poire est égal à celui de sept pêches.

COMBIEN DE VERRES ?

Ce problème peut être résolu de différentes manières. Voici l'une d'elles :

Remplaçons, à la troisième pesée, chaque cruche par une bouteille et un verre (la première pesée indique que nous pouvons le faire). Deux bouteilles et deux verres sont alors équilibrés par trois soucoupes. En se basant sur la troisième pesée, nous pouvons remplacer une bouteille par un verre et une soucoupe. Nous aurons équilibré ainsi quatre verres et deux soucoupes par trois soucoupes.

En retirant deux soucoupes de chaque plateau, nous apprenons que quatre verres pèsent autant qu'une soucoupe.

Par conséquent (voir la seconde pesée) la bouteille est équilibrée par 5 verres.

AVEC LE POIDS ET LE MARTEAU

L'ordre de pesage est le suivant : d'abord on place le marteau sur un des plateaux et sur l'autre le poids et autant de sucre semoule qu'il faut pour rétablir l'équilibre ; il est clair que le sucre versé représente un poids de $900 - 500 = 400$ g. On effectue encore trois fois la même opération. Le reste de sucre pèse $2000 - (4 \times 400) = 400$ g.

A présent, il n'y a plus qu'à diviser en deux parties égales les paquets obtenus. On le fait sans poids, très simplement : on répartit les

400 g de sucre dans deux paquets vides que l'on met sur les deux plateaux de la balance; on verse jusqu'à l'équilibre des plateaux.

LE PROBLÈME D'ARCHIMÈDE

Si la couronne commandée était faite en or pur, elle pèserait hors de l'eau 10 kg et perdrait sous l'eau 1/20 de son poids, soit 1/2 kg. En réalité, elle perd dans l'eau non pas 1/2 kg mais $10 - 9\,{}^{1}/_{4} = 3/4$ kg. Elle contient en effet de l'argent, un métal qui s'allège de 1/10 dans l'eau. Il doit y avoir autant d'argent dans la couronne qu'il est nécessaire, pour qu'elle perde dans l'eau non 1/2 kg, mais 3/4 kg, c'est-à-dire 1/4 kg de plus. Si dans notre couronne en or pur, nous remplaçons par convention 1 kg d'or par autant d'argent, la couronne perdra dans l'eau $1/10 - 1/20 = 1/20$ kg de plus qu'avant. Par conséquent, pour qu'il y ait la perte de poids exigée de 1/4 kg, il faut remplacer par de l'argent autant de kg d'or qu'il y a de fois 1/20 kg dans 1/4 kg. Or, $1/4 : 1/20 = 5$; il y avait ainsi dans la couronne 5 kg d'argent et 5 kg d'or au lieu des 2 kg d'argent et des 8 kg d'or reçus. Trois kg d'or avaient été volés et remplacés par de l'argent.

LE CHIFFRE SIX

Demandez à un de vos amis plus âgés depuis combien de temps il possède sa montre de poche. Supposons qu'il vous réponde : 15 ans. Continuez alors la conversation à peu près de cette façon.

— Et combien de fois par jour regardez-vous votre montre ?

— Environ une vingtaine de fois, vous répondra-t-on.

— Donc, en une année vous regardez votre montre au moins 6000 fois et en 15 ans, près de 100 000 fois ! Vous devez par suite bien connaître ce que vous avez regardé tant de fois et vous en souvenir parfaitement.

— Bien sûr.

— Connaissant aussi bien votre montre, vous saurez sans doute dessiner de mémoire le chiffre six représenté sur son cadran.

Proposez alors à votre interlocuteur du papier et un crayon.

Il accède à votre demande, mais représente la plupart des cas le chiffre six autrement que sur sa montre.

Pourquoi ?

Répondez à cette question sans regarder votre montre de poche. Indiquez comment votre interlocuteur a représenté le chiffre six et comment il aurait dû le faire.

LES TROIS HORLOGES

Il y a trois horloges à la maison. Le 1-er janvier elles marquent toutes l'heure exacte, mais seule la première horloge est exacte alors que chaque jour la seconde horloge retarde d'une

minute et la troisième avance d'autant. Si elles continuent à marcher ainsi, dans combien de temps les trois horloges indiqueront-elles à nouveau l'heure exacte?

LA PENDULE ET LE RÉVEIL

Hier j'ai vérifié ma pendule et mon réveil : je les ai mis à l'heure. La pendule retarde de 2 minutes et le réveil avance d'une minute par heure.

Aujourd'hui ils se sont arrêtés, les ressorts n'étant pas remontés. Les aiguilles indiquent 7 h sur le cadran de la pendule, et 8 h, sur celui du réveil.

A quelle heure ai-je vérifié les montres hier?

QUELLE HEURE EST-IL ?

— Où vous dépêchez-vous?

— Je dois prendre le train de six heures. Combien me reste-t-il de minutes avant son départ?

— Il y a 50 minutes, qu'il y avait quatre fois plus de minutes, si l'on compte après trois heures.

Que veut dire cette réponse étrange?

Quelle heure était-il?

QUAND LES AIGUILLES SE RENCONTRENT-ELLES ?

A 12 h une des aiguilles couvre l'autre. Mais vous avez certainement remarqué que ce n'est pas le seul moment où les aiguilles se rencontrent ; elles se rejoignent plusieurs fois par jour.

Pouvez-vous indiquer tous les moments où cela se produit?

Fig. 216

QUAND LES AIGUILLES SONT-ELLES OPPOSÉES?

A 6 heures, au contraire, les aiguilles sont en opposition. Mais est-ce que cela a lieu à 6 heures seulement ou y a-t-il d'autres moments où les aiguilles sont disposées ainsi?

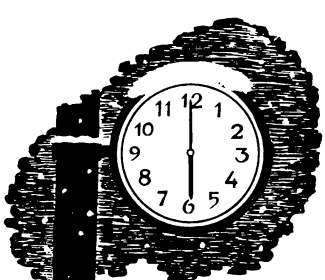


Fig. 217

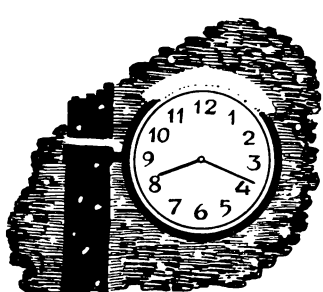


Fig. 218

DES DEUX CÔTÉS DU CHIFFRE SIX

Je regardai la montre et je vis que les aiguilles étaient à une égale distance du 6. A quelle heure cela avait-il lieu?

À QUELLE HEURE?

A quelle heure l'aiguille des minutes est en avant de celle des heures de la distance que cette dernière devance le chiffre 12 sur le cadran?

Peut-être y a-t-il plusieurs de ces moments durant la journée ou n'y en a-t-il pas du tout?

SITUATION INVERSE

Si vous observez attentivement une montre, peut-être avez-vous remarqué une position des aiguilles inverse de celle qui vient d'être décrite, soit une situation où c'est l'aiguille des heures qui est en avant de celle des minutes d'autant que celle-ci devance le chiffre 12.

Quand cela a-t-il lieu?

TROIS ET SEPT

La pendule sonne trois heures ; pendant qu'elle sonne, il se passe 3 secondes. Combien de temps la pendule doit-elle sonner sept heures?

Je préviens tout de suite que ce n'est pas un problème-farce. Il n'y a aucune attrape.

LE TIC-TAC D'UNE MONTRE

Pour finir faites une petite expérience. Mettez votre montre de poche sur la table, éloignez-vous de trois ou quatre pas et écoutez le tic-tac. S'il n'y a pas de bruit dans la chambre, il vous semblera que votre montre marche avec des

interruptions. Tantôt elle marche un certain temps tantôt elle se tait quelques secondes, pour se remettre à marcher, etc.

Comment expliquer cette marche irrégulière?

RÉPONSES

LE CHIFFRE SIX

La majorité des gens non prévenus, en réponse à la question, dessinent le chiffre six de l'une des deux manières suivantes: 6 ou VI.

Ceci montre que l'on peut regarder 100 mille fois un objet et ne pas le connaître. Le fait est, que sur une montre de poche d'homme, le chiffre 6 est souvent absent, car c'est à cet endroit que se trouve le cadran de l'aiguille des secondes.

LES TROIS HORLOGES

Dans 720 jours. Pendant ce temps la seconde montre retardera de 720 minutes, c'est-à-dire 12 heures, et la troisième avancera d'autant. Les trois horloges indiqueront alors la même heure que le I-er janvier, c'est-à-dire l'heure exacte.

LA PENDULE ET LE RÉVEIL

Le réveil avance de 3 minutes en une heure par rapport à la pendule. En 20 heures il avancera d'une heure, c'est-à-dire de 60 minutes. Mais pendant ces 20 heures, le réveil a devancé le temps exact de 20 minutes. Donc, les aiguilles étaient remises à l'heure il y a 19 h 20 mn, c'est-à-dire à 11 h 40 mn.

QUELLE HEURE EST-IL ?

Entre 3 et 6 heures il y a 180 minutes. Il est facile de comprendre que le nombre de minutes qui restent jusqu'à 6 heures sera obtenu si on divise 180 — 50, c'est-à-dire 130, en deux parties, telles que l'une soit quatre fois plus grande que l'autre. Il faut donc trouver la cinquième partie de 130. Ainsi, il était 6 heures moins 26 minutes.

En effet, 50 minutes avant, il restait jusqu'à six heures 26 + 50 = 76 minutes et donc il s'est écoulé depuis 3 heures 180 — 76 = 104 minutes ; c'est quatre fois plus qu'il n'en reste jusqu'à six heures.

QUAND LES AIGUILLES SE RENCONTRENT-ELLES?

Commençons à observer le mouvement des aiguilles à 12 heures. En ce moment, elles sont l'une sur l'autre. L'aiguille des heures se déplace 12 fois plus lentement que celle des minutes (elle fait un tour en 12 heures et celle des minutes en 1 heure). Cela signifie que pendant l'heure qui suit, elles ne pourront se rencontrer. Mais une heure a passé, l'aiguille des heures est sur le chiffre 1 ayant fait 1/12 de tour et celle des minutes, ayant fait un tour complet, se trouve sur le 12, à 1/12 de tour en arrière de celle des heures. A présent, les conditions de la course ne sont plus les mêmes qu'avant. L'aiguille des heures se déplace toujours plus lentement que celle des minutes, mais elle est en avant et celle des minutes doit la rejoindre. Si la course durait une heure entière, alors dans ce temps l'aiguille des minutes aurait fait un tour complet, et celle des heures, 1/12 de tour, c'est-à-dire celle des minutes aurait fait 11/12 de tour de plus. Mais

l'aiguille des minutes doit franchir pour atteindre celle des heures seulement plus de ce 1/12 de tour qui les sépare. Pour cela il faudra non pas une heure entière, mais autant de fois moins que 1/12 est plus petit que 11/12, c'est-à-dire, 11 fois. Donc, les aiguilles se rencontreront au bout de 1/11 d'heure ou 60 : 11 = 5 mn 5/11.

Ainsi, les aiguilles se rejoindront après 5 mn 5/11 que l'heure sera passé ou 1 h 5 mn 5/11.

Quant à la seconde rencontre, il est facile de comprendre qu'elle aura lieu 1 h 5 mn 5/11 plus tard, c'est-à-dire à 2 h 10 mn 10/11 ; la suivante, encore dans 1 h 5 mn 5/11 ou à 3 h 16 mn 4/11, etc.

Il y aura en tout 11 rencontres. La 11-ème aura lieu dans 1 h 1/11 × 11 = 12 heures après la première, c'est-à-dire à 12 heures; autrement dit, elle se confond avec celle-ci et les rencontres suivantes se répéteront aux mêmes moments.

Voici toutes les rencontres:

1-ère	rencontre	à 1 h 5 mn 5/11
2-ème	»	à 2 h 10 mn 10/11
3-ème	»	à 3 h 16 mn 4/11
4-ème	»	à 4 h 21 mn 9/11
5-ème	»	à 5 h 27 mn 3/11
6-ème	»	à 6 h 32 mn 8/11
7-ème	»	à 7 h 38 mn 2/11
8-ème	»	à 8 h 43 mn 7/11
9-ème	»	à 9 h 49 mn 1/11
10-ème	»	à 10 h 54 mn 6/11
11-ème	»	à 12 h

QUAND LES AIGUILLES SONT-ELLES OPPOSÉES?

Ce problème se résout d'une manière analogue au précédent. Commençons à nouveau à 12 h, quand les deux aiguilles concordent. Calculons

combien de temps il nous faudra pour que l'aiguille des minutes dépasse celle des heures de 1/2 de tour: dans ce cas les aiguilles seront opposées. Nous savons déjà (voir le problème précédent) que pendant une heure, l'aiguille des minutes fait 11/12 de tour de plus que celle des heures. Pour faire un demi-tour, il faudra donc moins d'une heure et ceci d'autant de fois que 1/2 est plus petit que 11/12, c'est-à-dire il faudra en tout 6/11 d'heure. Donc, après midi, les aiguilles seront opposées après 6/11 d'heure ou 32 mn 18/11. Regardez la montre à 12 heures 32 mn 8/11 et vous verrez que les aiguilles sont en opposition.

Est-ce le seul moment où les aiguilles sont en opposition? Bien sûr que non. Les aiguilles occupent une telle position 32 mn 8/11 après chaque rencontre. Nous savons déjà qu'il y a 11 rencontres en 12 heures; donc, les aiguilles seront aussi opposées 11 fois.

Il n'est pas difficile de trouver ces moments:
12 h + 32 mn 8/11 = 12 h 32 mn 8/11
1 h 5 mn 5/11 + 32 mn 8/11 = 1 h 38 mn 2/11
2 h 10 mn 10/11 + 32 mn 8/11 = 2 h 43 mn 7/11
3 h 16 mn 4/11 + 32 mn 8/11 = 3 h 49 mn 1/11, etc.

Calculez les autres moments vous-mêmes.

DES DEUX CÔTÉS DU CHIFFRE SIX

Ce problème se résout comme le précédent. Imaginons que les deux aiguilles se trouvaient ensemble sur le 12. Celle des heures s'est ensuite déplacée du 12 d'une certaine partie de tour, que nous désignerons par x. L'aiguille des minutes a tourné pendant ce temps de 12 x. S'il ne s'est pas écoulé plus d'une heure, alors pour satisfaire aux conditions du problème, il faut que l'aiguille des minutes ait parcouru après la

fin du tour complet la partie du tour que celle des heures a eu le temps de parcourir, autrement dit :

$$1 - 12\ x = x,$$

d'où $1 = 13\ x$ (parce que $13\ x - 12\ x = x$).

Par conséquent, $x = 1/13$ de tour complet. L'aiguille des heures le fait en 12/13 d'heure, c'est-à-dire indique 12 h 55 mn 5/13. L'aiguille des minutes a parcouru pendant ce temps une distance 12 fois plus grande, c'est-à-dire 12/13 d'un tour complet. Comme vous le voyez, les deux aiguilles sont à égale distance du 6 sur les deux côtés.

Nous avons trouvé une des possibilités, celle qui se réalise pendant la première heure. Pendant la seconde heure, une telle position revient encore une fois. Nous la trouvons en raisonnant comme avant à partir de l'égalité :

$$1 - (12x - 1) = x \quad \text{ou} \quad 2 - 12x = x,$$

d'où $2 = 13x$ (parce que $13x - 12x = x$) et, par conséquent, $x = 2/13$ d'un tour complet. Les aiguilles seront dans la position recherchée au bout de 1 h 11/13 ou à 1 h 50 mn 10/13.

La troisième fois la position sera obtenue quand l'aiguille des heures sera éloignée du 12 de 3/13 de tour, c'est-à-dire à 2 h 10/13, etc.

Il y a en tout 11 positions, en tenant compte qu'après 6 heures les aiguilles changent de place: l'aiguille des heures occupe la place qu'occupait auparavant celle des minutes, et celle des minutes occupe la place de celle des heures.

À QUELLE HEURE ?

Commençons à observer les aiguilles juste à 12 h : la position cherchée ne se produira pas pendant la première heure. Pourquoi? Parce que

l'aiguille des heures décrit 1/12 de ce que parcourt celle des minutes et retarde, par conséquent, sur celle-ci beaucoup plus que ne l'exige la position cherchée. Quel que soit l'angle avec le 12, dont se déplacera l'aiguille des minutes, celle des heures tournera de 1/12 de cet angle, et non de 1/2 comme il nous faudrait. Mais une heure est passée. A présent, l'aiguille des minutes est au 12 et celle des heures sur le 1, à 1/12 de tour en avant de celle des minutes.

Voyons, si la position recherchée des aiguilles peut avoir lieu pendant la seconde heure. Admettons que ce moment arrive quand l'aiguille des heures a dépassé le chiffre 12 d'une fraction de tour que nous désignerons par x. L'aiguille des minutes a le temps de faire 12 fois plus de chemin, soit 12 x. Si l'on en retranche un tour complet, la différence $12x - 1$ doit être deux fois plus grande que x, c'est-à-dire égale à $2x$. Nous voyons, par conséquent, que $12x - 1 = 2x$; d'où il suit, qu'un tour complet est égal à $10x$ (en effet, $12x - 10x = 2x$). Si c'est le cas, $x = 1/10$ de tour.

Voici donc la solution du problème : l'aiguille des heures a dépassé le chiffre 12 de 1/10 de tour complet, ce qui demande 12/10 d'heure ou 1 h 12 mn. A ce moment, l'aiguille des minutes sera deux fois plus éloignée du 12, c'est-à-dire à une distance égale à 1/5 de tour ; ce qui correspond à $60 : 5 = 12$ mn, comme cela doit être.

Nous avons trouvé une solution du problème. Mais il y en a d'autres : les aiguilles se disposeront ainsi plusieurs fois. Essayons de trouver les autres cas possibles.

Dans ce but, attendons que la montre indique deux heures, l'aiguille des minutes est sur le 12, celle des heures, sur le 2. En raisonnant de la manière que nous venons de faire, nous obtenons

l'égalité :

$$12x - 2 = 2x,$$

d'où deux tours complets sont égaux à $10x$ et $x = 1/5$ de tour complet. Ceci correspond au moment : $12/5 = 2$ h 24 mn.

Vous pouvez facilement calculer les autres moments vous-mêmes. Vous trouverez, que les aiguilles répondent aux conditions du problème dans les 10 moments suivants :

1 h 12 mn	7 h 12 mn
2 h 24 mn	8 h 24 mn
3 h 36 mn	9 h 36 mn
4 h 48 mn	10 h 48 mn
6 h	12 h

Les réponses 6 h et 12 h peuvent sembler inexactes, mais seulement à première vue. En effet, à 6 h l'aiguille des heures est sur le chiffre 6, celle des minutes, sur le 12, c'est-à-dire deux fois plus loin. A 12 h l'aiguille des heures est éloignée de 12 de zéro, et celle des minutes si vous voulez de 2 fois zéro (or deux fois zéro équivaut à un zéro) : dans ce cas la condition du problème est donc satisfaite.

SITUATION INVERSE

Après les explications que l'on vient de donner, il est facile de résoudre ce problème. En raisonnant comme précédemment, on voit que la position exigée des aiguilles sera, pour la première fois, déterminée par l'égalité :

$$12x - 1 = \frac{x}{2},$$

d'où $1 = 11^1/_2 x$ ou $x = 2/23$ de tour complet, soit $1^1/_{23}$ d'heure après 12. Donc, à 1 h 21 mn

4/23, les conditions du problème seront remplies. En effet, l'aiguille des minutes doit se trouver au milieu, entre 12 et 1 h 1/23, soit à 12/23 d'heure, ce qui correspond à 1/23 de tour complet (celle des heures aura alors accompli 2/23 de tour).

La seconde fois, les aiguilles se disposeront de la manière exigée, au moment déterminé par l'égalité : $12x - 2 = \frac{x}{2}$, d'où $2 = 11\,{}^1/_2 x$ et $x = 4/23$; le moment cherché est 2 h 5 mn 5/23.

Le troisième moment cherché est 3 h 7 mn 19/23, etc.

TROIS ET SEPT

Ordinairement on répond : « 7 secondes ». Mais une telle réponse est fausse, comme on le verra.

Quand la pendule sonne 3 heures, nous avons deux intervalles :

1) entre le premier et le second coup ;
2) entre le second et le troisième coup.

Les deux intervalles durent 3 secondes, donc chacun dure 2 fois moins, soit 1 s 1/2.

Quand la pendule sonne 7 fois, il y a 6 intervalles. 6 fois $1\,{}^1/_2 = 9$. Par conséquent, la pendule sonne 7 heures durant 9 secondes.

LE TIC-TAC D'UNE MONTRE

Les interruptions énigmatiques du tic-tac de la montre sont simplement dues à la fatigue de notre oreille. Elle devient ainsi moins sensible pour quelques secondes et pendant celles-ci nous n'entendons pas le tic-tac. Au bout d'un court instant, la fatigue disparaît et nous distinguons à nouveau le tic-tac. Ensuite la fatigue se fait sentir à nouveau, etc.

LE VOL ALLER ET RETOUR

Un avion franchit la distance entre la ville *A* et la ville *B* en 1 h 20 mn. Cependant il effectue le vol de retour en 80 mn.

Comment l'expliquez-vous?

DEUX LOCOMOTIVES

Vous avez certainement vu deux locomotives remorquer un train lourd; l'une en avant du train, l'autre, derrière. Avez-vous pensé à ce qui se produit avec les attelages et les tampons? La première locomotive ne tire les wagons que lorsque les attelages sont tendus, mais alors les tampons ne sont pas en contact. A l'inverse, la locomotive de queue pousse les wagons, les tampons appuient les uns sur les autres; mais de ce fait les attelages ne sont pas tendus et il semble ainsi que le travail de la locomotive de tête est inutile.

Il en résulte que les deux locomotives ne peuvent simultanément prendre part au déplacement du train, seule une des locomotives fonctionne utilement. Pourquoi dans ces conditions attelle-t-on deux locomotives?

LA VITESSE DU TRAIN

Vous êtes assis dans un wagon et vous voulez savoir la vitesse à laquelle roule le train.

Pouvez-vous la déterminer par le bruit des roues?

DEUX TRAINS

Deux trains sont partis simultanément de deux stations à la rencontre l'un de l'autre. Le premier a atteint la station de destination 1 heure après leur croisement, le second, 2 h 15 mn après celui-ci.

De combien de fois la vitesse de l'un des trains est supérieure à celle de l'autre?

Le problème peut être résolu oralement.

LA RÉGATE

Deux voiliers prennent part à une régate: ils doivent franchir 24 km aller et retour dans le temps le plus court. Le premier voilier franchit la distance à une vitesse uniforme de 20 km/h, le second avait à l'aller une vitesse de 16 km/h, et au retour, de 24 km/h.

Le premier voilier gagna la régate, bien qu'il semble que le second voilier doive retarder à l'aller exactement de la même distance qu'il le devance au retour et, par conséquent, doive arriver en même temps que le premier.

Pourquoi est-il arrivé en retard?

DE LA VILLE DE *N* À LA VILLE DE *X*

En descendant le courant de la rivière, un navire a une vitesse de 20 km/h et en le remontant, de 15 km/h seulem nt. Pour franchir la distance de la ville de *N* à la ville de *X*, il met 5 heures de moins qu'au retour.

Quelle est la distance entre ces villes?

RÉPONSES

LE VOL ALLER ET RETOUR

Dans ce problème il n'y a rien à expliquer. L'avion vole dans les deux sens le même temps, car 80 mn = 1 h 20 mn.

Le problème consiste à attraper le lecteur inattentif, qui arrive à penser qu'entre 1 h 20 mn et 80 mn il y a une différence. Il est extraordinaire que beaucoup de gens tombent dans ce piège. Et il y en a plus parmi ceux habitués à faire des calculs que parmi ceux qui en font peu. Le problème est fondé sur cette erreur psychologique.

DEUX LOCOMOTIVES

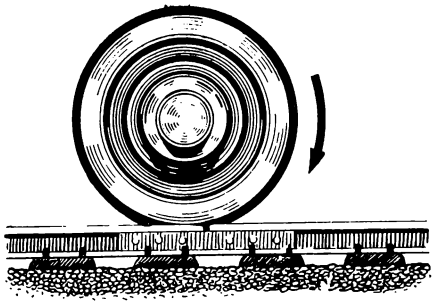
Cette question casse-tête se résout très facilement. La locomotive de tête ne tire pas tout le train, mais seulement une partie, environ la moitié des wagons. Les autres sont poussés par la locomotive de queue. Dans la première partie du train, les attelages des wagons sont tendus, dans la seconde, ils sont libres, et les wagons sont poussés tampons contre tampons.

LA VITESSE DU TRAIN

Vous avez sûrement remarqué qu'en train vous ressentez tout le temps des chocs régulièrement répétés qu'aucun ressort n'est capable d'absorber. Ils se produisent par suite des chocs des roues à la jointure des rails entre eux (fig. 219), qui sont transmis à tout le wagon.

Ces chocs désagréables qui agissent d'une façon destructive sur les rails et les wagons peuvent être utilisés pour calculer la vitesse du train. Il suffit de compter combien de chocs subit le

Fig. 219



wagon à la minute, pour savoir combien de km est passé le train. Il ne reste plus qu'à multiplier ce nombre par la longueur de chaque rail et vous obtiendrez la distance parcourue par le train en une minute.

La longueur ordinaire d'un rail est d'environ 15 m *. Comptant, montre en main, le nombre de chocs à la minute, vous multipliez ce nombre par 15 et ensuite par 60 et vous divisez par 1000. Vous obtenez alors la vitesse en km/h :

$$\frac{(\text{nombre de chocs}) \times 15 \times 60}{1000} = ?\ \text{km/h}.$$

DEUX TRAINS

Le train le plus rapide a franchi jusqu'au point de croisement une distance plus longue que celle du train le plus lent, d'autant de fois que sa vitesse est supérieure. Après avoir croisé le train lent, il ne reste au train rapide qu'à parcourir jusqu'à la station la distance que l'autre a déjà franchi et inversement. Autrement dit, le

* En descendant du wagon à l'arrêt, dans une station, vous pouvez mesurer la longueur des rails avec vos pas. On peut estimer que 7 pas équivalent à 5 m.

train rapide doit alors franchir une distance autant de fois plus courte que sa vitesse est de fois plus grande.

Si l'on désigne le rapport des vitesses par x, alors pour aller de l'endroit où ils se sont croisés jusqu'à la station, le train rapide mettra x^2 moins de temps que le train lent. D'où, $x^2 = 2\ 1/4$ et $x = 1\ 1/2$, c'est-à-dire que la vitesse d'un des trains est une fois et demie supérieure à celle de l'autre.

LA RÉGATE

Le second voilier est arrivé en retard parce qu'il se déplaçait en moins de temps avec une vitesse de 24 km/h qu'avec une vitesse de 16 km/h. Effectivement, à 24 km/h, il se déplaçait $24 : 24 = 1$ h, et à 16 km/h, $24 : 16 = 1$ h 1/2. C'est pourquoi, il a perdu à l'aller plus de temps qu'il n'a gagné au retour.

DE LA VILLE DE *N* À LA VILLE DE *X*

En descendant le courant, le navire fait 1 km en 3 minutes, en le remontant 1 km en 4 minutes.

Sur chaque km le navire gagne une minute; comme sur tout le parcours il a gagné 5 h ou 300 mn, cela signifie que la distance da la ville de N à la ville de X est de 300 km.

En effet, $\frac{300}{15} - \frac{300}{20} = 20 - 15 = 5$.

LE VERRE DE PETITS POIS

Vous avez certainement souvent vu des petits pois et tenu dans la main un verre. Les dimensions des uns et de l'autre vous sont, bien sûr, connues. Représentons-nous un verre plein jusqu'au bord de petits pois. Enfilons tous ces pois sur un fil, comme pour un collier.

Quelle longueur aura approximativement ce fil?

L'EAU ET LE VIN

Dans une bouteille il y a un litre de vin, dans une autre, un litre d'eau. De la première on verse dans la seconde une cuillerée de vin et ensuite, de la seconde dans la première, une cuillerée du mélange obtenu.

Qu'y a t-il maintenant de plus : de l'eau dans la première bouteille ou du vin dans la seconde?

LE DÉ À JOUER

Voici un dé à jouer (fig. 220) : un cube avec des points sur ses faces de 1 à 6.

Pierre parie, que si l'on jette le dé quatre fois de suite, le dé retombera obligatoirement une fois et une seule avec le un vers le haut.

Fig. 220

Jean assure, lui, qu'en quatre fois le un soit ne sortira pas du tout, soit sortira, mais plus d'une fois.

Qui a le plus de chances de gagner?

LA SERRURE DE SÛRETÉ

Bien que la serrure de sûreté soit connue depuis longtemps (elle a été inventée en 1865), peu de gens savent comment elle est construite. C'est pourquoi nombreux sont ceux qui doutent de la possibilité de l'existence d'un grand nombre de combinaisons de ces serrures et de leurs clés. Il suffit de prendre connaissance avec le mécanisme astucieux de ces serrures pour se convaincre qu'il est possible de les varier presqu'à l'infini.

La figure 221 montre dans sa partie gauche la face de la serrure de sûreté, inventée par l'Américain Yale. Vous voyez autour du trou de la serrure un petit cercle. C'est la base d'un cylindre qui passe à travers toute la serrure. Ouvrir la serrure consiste à faire tourner ce cylindre; mais c'est justement ce qui est difficile. Le cylindre est maintenu dans une position déterminée par cinq tiges courtes en acier (fig. 221, à droite). Chacune de ces tiges est sciée en deux, et on ne peut tourner le cylindre seulement si on les

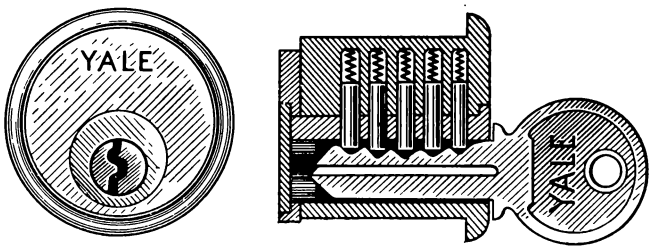


Fig. 221

dispose de manière que leur fente se trouve sur la limite du cylindre.

Cette disposition indispensable est donnée aux tiges au moyen d'une clé ayant des saillies correspondantes. Il suffit de la placer dans le trou de la serrure pour que les tiges occupent la seule position possible pour ouvrir la serrure.

Maintenant, on peut facilement comprendre que les combinaisons des serrures de ce type peuvent être effectivement très nombreuses. Tout dépend du nombre de manières de couper chaque tige en deux parties ; ce nombre n'est pas infini, mais il est quand même très élevé.

Supposez que chaque tige peut être coupée de dix manières différentes seulement et essayez de calculer le nombre de combinaisons de serrures que l'on peut faire.

COMBIEN DE PORTRAITS ?

Dessinez un portrait sur un carton et découpez-le en bandes, par exemple en 9, comme il est montré sur la figure 222.

Si vous savez un peu dessiner, il vous sera facile de faire encore d'autres bandes qui représenteront différentes parties du visage, de manière

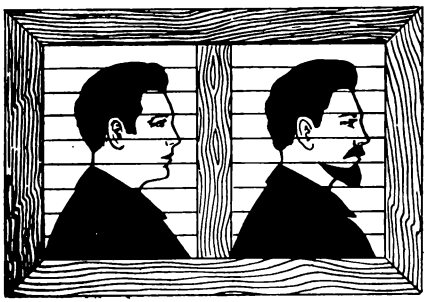


Fig. 222

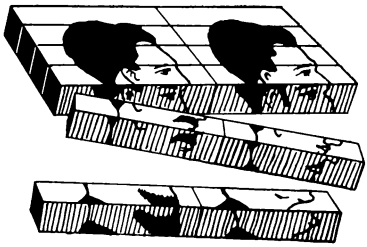


Fig. 223

à ce que deux bandes voisines appartenant à des portraits différents puissent être appliquées l'une à l'autre sans discontinuité. Si vous avez fait 4 bandes * pour chaque partie du visage vous aurez en tout 36 bandes avec lesquelles vous pourrez, en les arrangeant par 9, composer différents portraits.

On vendait autrefois dans les magasins des jeux de bandes (ou de barres à section carrée) pour composer de tels portraits (fig. 223). Les vendeurs affirmaient qu'avec 36 bandes, on pouvait composer mille visages différents.

Est-ce exact?

SUR LE BOULIER

Vous savez évidemment compter sur un boulier et pour vous poser 25 roubles avec les boules sur le boulier est très facile.

Mais le problème devient plus compliqué si l'on vous demande de le faire en utilisant non plus 7 boules, mais 25.

Essayez donc.

Bien sûr dans la réalité on ne fait pas ainsi, mais le problème est résoluble et la réponse assez curieuse.

---

* Le plus commode est de les coller sur les côtés d'une barre en bois à section carrée.

LES FEUILLES DE L'ARBRE

Si vous arrachez toutes les feuilles d'un vieil arbre, par exemple un tilleul et que vous les placez en long l'une à côté de l'autre sans intervalle, quelle serait approximativement la longueur de cette rangée? Pourrait-on entourer avec, par exemple, une grande maison?

UN MILLION DE PAS

Vous savez très bien ce que c'est qu'un million, et vous vous représentez aussi sans doute la longueur de votre pas. Si vous connaissez l'un et l'autre, il vous sera facile de répondre à la question: quelle distance parcourez-vous en faisant un million de pas? Plus ou moins de 10 km?

UN MÈTRE CUBE

En classe, l'instituteur pose une question: quelle hauteur aurait une colonne formée par tous les millimètres cubes inclus dans un mètre cube et placés les uns sur les autres?

— Ell serait plus haute que la tour Eiffel, s'exclama un des écoliers.

— Et même plus haute que le mont Blanc (près de 5 km), répondit un autre écolier.

Qui est le plus près de la vérité?

QUI A COMPTÉ LE PLUS?

Deux personnes ont compté pendant une heure tous les gens qui passaient sur le trottoir. L'une se tenait près du portail de la maison et l'autre se promenait sur le t ottoir d'un bout à l'autre du pâté de maisons.

Quelle est celle des deux qui a compté le plus de passants?

LE VERRE DE PETITS POIS

En résolvant ce problème à vue d'œil, on se trompera sûrement et même grossièrement. Il faut faire un calcul approximatif.

Un petit pois a un diamètre d'environ 0,5 cm. Dans un cm^3 il y a place pour $2 \times 2 \times 2 = 8$ (s'ils sont tassés, on peut en mettre un peu plus). Dans un verre de 250 cm^3, le nombre de pois sera d'au moins $8 \times 250 = 2000$. Enfilés, ils s'allongeront sur $0{,}5 \times 2000 = 1000$ cm, c'est-à-dire sur 10 mètres.

L'EAU ET LE VIN

En résolvant ce problème il est facile de se tromper, si l'on ne tient pas compte du fait que le volume du liquide dans les bouteilles après le transvasement est égal au volume initial.

Raisonnons de la manière suivante: après transvasement, dans la seconde bouteille il y a n cm^3 de vin, et, par conséquent, $(1000 - n)$ cm^3 d'eau. Où sont passés les n cm^3 d'eau qui manquent? Ils sont évidemment dans la première bouteille. Donc, après transvasement, il y a dans le vin autant d'eau que de vin dans l'eau.

LE DÉ À JOUER

Lors de quatre coups, le nombre de positions possibles du dé est égal à $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$. Admettons que le premier coup a été joué et que le un est sorti. Alors aux trois autres coups, le nombre de toutes les positions favorables à Pierre, c'est-à-dire pour que tombe n'importe

quel nombre de points sauf le un, est $5 \times 5 \times 5 = 125$. De la même manière, sont possibles 125 positions favorables à Pierre, si le un sort au deuxième, troisième ou quatrième coups. Ainsi, il existe $125 + 125 + 125 + 125 = 500$ différentes possibilités pour que le un sorte seulement une et seule fois. Les possibilités défavorables sont au nombre $1296 - 500 = 796$, car tous les autres cas le sont.

Nous voyons que Jean a plus de chances de gagner que Pierre: 796 contre 500.

LA SERRURE DE SÛRETÉ

Il est facile de trouver que le nombre des différentes combinaisons de la serrure est $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$; à chacune de ces 100 000 combinaisons correspond une clé, la seule avec laquelle il est possible d'ouvrir la serrure.

L'existence de 100 000 combinaisons (et clés) différentes protège le possesseur le la serrure, car le voleur n'a qu'une chance sur 100 000 de posséder la clé qui convienne.

Notre calcul est approximatif; il est basé sur la supposition que chaque tige ne peut être sciée en deux que de dix manières. En réalité, il est probablement possible de le faire avec un plus grand nombre de manières, ce qui augmente le nombre des combinaisons. D'où l'avantage des serrures de sûreté (bien faites) sur les serrures ordinaires: dans une douzaine de ces dernières, on en rencontre une ou deux identiques.

COMBIEN DE PORTRAITS ?

Le nombre de portraits est sensiblement supérieur à mille. On peut les dénombrer de la manière

suivante. Désignons les neuf parties des portraits par des chiffres romains I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX; pour chacune d'elles, il y a quatre bandes que nous numérotons en chiffres arabes 1, 2, 3, 4.

Prenons la bande I, 1. On peut lui assembler les bandes II, 1; II, 2; II, 3; II, 4.

En tout, par conséquent, quatre combinaisons sont possibles. Mais la partie de la tête I peut être représentée par quatre bandes (I, 1; I, 2; I, 3; I, 4) et chacune d'elles peut être réunie avec la partie II de quatre manières différentes; les deux parties supérieures de la tête peuvent ainsi admettre $4 \times 4 = 16$ combinaisons différentes. Chacune de celles-ci peut être réunie avec la partie III par 4 images différentes. Donc, avec les trois premières parties du visage, on peut composer $16 \times 4 = 64$ combinaisons.

De la même manière, nous trouvons qu'avec les parties I, II, III, IV on peut avoir $64 \times 4 = 256$ combinaisons; avec I, II, III, IV, V, 1024; avec I, II, III, IV, V, VI, 4096, etc. Et enfin avec toutes les neuf parties du portrait, on peut composer $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 262\ 144$ combinaisons.

Ainsi, avec nos 9 barres, on peut créer non pas mille, mais plus d'un quart de million de portraits différents.

Ce problème est très sentencieux; il nous explique pourquoi on rencontre si rarement deux visages identiques. Déjà dans « Les sentences » de Monomach s'exprime l'étonnement, que malgré le grand nombre d'êtres humains sur la terre, chacun a sa physionomie propre. Mais nous sommes à présent convaincus que si le visage humain n'était caractérisé que par 9 traits différents en admettant pour chacun 4 variantes, alors il pourrait exister 260 000 personnes différentes.

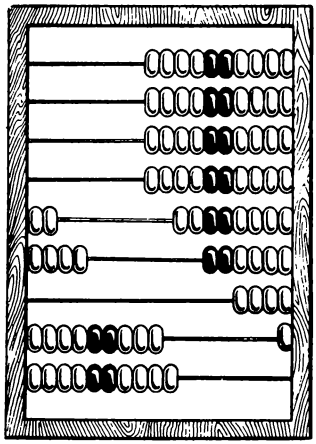


Fig. 224

En réalité, il existe plus de 9 traits dans le visage humain et ils possèdent chacun plus de quatre variantes. Ainsi, pour 20 traits avec 10 variantes chacun, nous aurions 10^{20} ou 100 000 000 000 000 000 000.

C'est beaucoup plus qu'il n'y a de gens sur la Terre.

SUR LE BOULIER

25 roubles peuvent être mis sur le boulier de la manière suivante (fig. 224).

En effet, il est mis 20 roubles + 4 roubles + + 90 kopecks + 10 kopecks = 25 roubles.

Le nombre de boules que l'on utilise est $2 + 4 + 9 + 10 = 25$.

LES FEUILLES DE L'ARBRE

Les feuilles d'un seul arbre disposées en une rangée pourraient entourer non seulement une

maison, mais même une petite ville. Une telle rangée en effet aurait une douzaine de km!

Il y a sur un vieil arbre au moins 200 à 300 mille feuilles. Si l'on s'arrête au chiffre de 250 mille et que l'on considère que chaque feuille a 5 cm de largeur, la rangée aura une longueur de 1 250 000 cm ou 12 500 m ou 12 km 500 m.

UN MILLION DE PAS

Un million de pas est beaucoup plus que 10 km, et même plus que 100 km. Si la longueur du pas est d'environ 3/4 de mètre, alors 100 000 pas font 750 km. Comme de Moscou à Léningrad il y a en tout 640 km, alors en faisant de Moscou un million de pas vers Léningrad, vous vous trouverez sensiblement plus loin.

LE MÈTRE CUBE

Les deux réponses sont loin de la vérité. La colonne obtenue serait en effet 100 fois plus haute que la montagne la plus élevée de la Terre. En effet, un mètre cube contient $1000 \times \times 1000 \times 1000$, soit 1 milliard de mm^3. Mis les uns sur les autres ils formeront une colonne de 1 000 000 000 mm ou 1 000 000 m ou 1000 km.

QUI A COMPTÉ LE PLUS?

Tous les deux ont compté le même nombre de passants. En effet, si celui qui se tient près du portail compte les passants dans les deux sens, celui qui marche, voit par contre deux fois plus de gens rencontrés.

LE MAÎTRE ET LE DISCIPLE

Ce qui suit c'est passé, dit-on, dans la Grèce antique. Le philosophe Protagoras accepta d'apprendre au jeune homme l'art de plaider. Entre le maître et l'élève fut conclu un accord suivant lequel le disciple s'engageait à rémunérer son maître après son premier succès, c'est-à-dire après son premier procès gagné.

Le jeune élève a terminé ses études. Protagoras attend son argent, mais son élève ne se presse pas de plaider au tribunal. Que faire? Pour recevoir son dû, Protagoras lui intente un procès. Il pense ainsi : si le procès est gagné par le plaideur, l'argent sera payé par décision du juge ; si le plaideur perd et que par conséquent le défendeur gagne, l'argent sera quand même payé suivant l'accord conclu avec le jeune élève qui stipule que le payement des études doit avoir lieu après le premier procès gagné.

Néanmoins, le disciple considérait le procès intenté par Protagoras absolument désespéré et raisonnait ainsi : si on l'obligeait à payer, alors il ne doit pas le faire suivant l'accord conclu, car il a perdu son premier procès ; si la sentence est prononcée en faveur du défendeur, alors il ne doit pas payer en se référant sur le jugement.

Le jour du jugement arriva. Le juge était perplexe. Cependant, après de mûres réflexions, il trouva une solution et rendit son arrêt, qui sans transgresser les conditions de l'accord entre le maître et le disciple donnait la possibilité au maître de recevoir sa rémunération.

Quelle était la sentence?

L'HÉRITAGE

Voici encore un très ancien problème que les législateurs de Rome antique aimaient poser.

Une veuve doit partager 3500 pièces d'or héritées de son mari avec l'enfant qui doit naître. Si c'est un fils, la mère, suivant la loi romaine, recevra la moitié de sa part. Si c'est une fille, la mère recevra le double. Mais il advint qu'elle mit au monde deux jumeaux : un fils et une fille.

Comment doit-on diviser l'héritage pour satisfaire aux exigences de la loi?

LE TRANSVASEMENT

Vous avez une cruche de 4 litres de lait, que vous devez partager entre deux amis ; mais pour cela vous ne disposez que de deux autres cruches, vides, l'une de 2 l 1/2, l'autre de 1 l 1/2. Comment partager les 4 l de lait au moyen de ces seuls récipients?

Il vous faudra certainement transvaser plusieurs fois le lait d'une cruche dans l'autre.

Mais comment ferez-vous?

COMMENT LES LOGER TOUS ?

L'administrateur d'un hôtel se trouva un jour fort embarrassé. Il arriva en même temps 11 voyageurs, désirant chacun une chambre séparée ; or, il n'y en avait que 10 libres. Les arrivants insistaient beaucoup, il fallait à tout prix loger 11 personnes dans dix chambres de manière à n'avoir qu'une personne par chambre. C'était certainement absolument impossible. Mais l'administrateur réussit quand même à résoudre ce casse-tête. Voici comment il s'y prit : dans la première

chambre, il logea le premier arrivant et lui demanda la permission d'y laisser provisoirement, pour cinq minutes, le 11-ème voyageur. Quand ces deux personnes furent logées, il plaça :

le 3-ème	voyageur	dans la	2-ème	chambre
le 4-ème	»	»	3-ème	»
le 5-ème	»	»	4-ème	»
le 6-ème	»	»	5-ème	»
le 7-ème	»	»	6-ème	»
le 8-ème	»	»	7-ème	»
le 9-ème	»	»	8-ème	»
le 10-ème	»	»	9-ème	»

Comme vous voyez, la chambre n° 10 était libre. Il y logea le 11-ème voyageur, provisoirement laissé dans la première chambre à la grande satisfaction de toute la compagnie et certainement au grand étonnement de nombreux lecteurs de ce livre.

En quoi consiste le secret de sa tromperie?

LES DEUX BOUGIES

Tout à coup la lumière électrique s'éteignit dans l'appartement, les fusibles venaient de sauter. J'allumai deux bougies qui se trouvaient pourparer à toute éventualité sur mon bureau et je continuai à travailler jusqu'à ce que le réseau fût réparé.

Le lendemain, il fut nécessaire de savoir combien de temps l'appartement était resté privé de courant. Je n'avais pas noté l'heure à laquelle la lumière s'était éteinte, ni à laquelle elle s'était rallumée. Je ne connaissais pas non plus la longueur initiale des bougies. Je me rappelais seulement qu'elles étaient de même longueur, mais de grosseur différente. La plus grosse était de celles qui brûlent en 5 heures et la plus fine, de

celles qui brûlent en 4 heures. J'avais allumé ces deux bougies pour la première fois.

Je ne trouvai plus les restes des bougies que mes familiers avaient jetés.

— Ils étaient petits, m'expliqua-t-on, ça ne valait pas la peine de les conserver.

— Mais vous rappelez-vous au moins de quelle longueur ils étaient?

— L'un était quatre fois plus long que l'autre.

Je ne pus rien savoir d'autre. Il fallut donc me limiter aux renseignements obtenus et déterminer d'après eux la durée de la combustion des bougies.

Comment vous en seriez-vous sorti?

TROIS CHASSEURS

Trois chasseurs se trouvaient dans un cas aussi embarrassant; ils devaient passer sur la rive opposée de la rivière en l'absence de pont. Il est vrai que deux gamins se promenaient dans un canot, ils étaient prêts à rendre service aux chasseurs, mais le canot était tellement petit, qu'il ne pouvait supporter que le poids d'un seul chasseur; même si un garçonnet montait avec un chasseur, ils risquaient de couler; de plus, les chasseurs ne savaient pas nager.

Il semble que dans de telles conditions, la rivière ne puisse être franchie que par un seul chasseur. Mais bientôt tous les 3 hommes se trouvèrent sans dommage sur la rive opposée et rendirent le canot aux gamins.

Comment ont-ils fait?

LE TROUPEAU DE VACHES

Voici l'une des variantes d'un très vieux problème, fort curieux.

Un père distribua à ses fils un troupeau de vaches. A l'aîné, il donna une vache plus 1/7 de celles qui restaient, au second, deux vaches et 1/7 de celles qui restaient, au troisième, 3 vaches et 1/7 de celles qui restaient, au quatrième, 4 vaches et 1/7 de celles qui restaient, etc.

Ainsi, le troupeau fut partagé sans reste entre les fils.

Combien de fils avait-il et quel était le nombre de vaches?

LE MÈTRE CARRÉ

Quand Alexis entendit pour la première fois qu'un mètre carré contenait un million de mm^2, il ne voulut pas le croire.

— D'où vient-il qu'il y en a tant? s'étonna-t-il. J'ai un morceau de papier millimétrique de 1 m de long et de 1 m de large. Est-ce possible qu'il y ait dans ce carré un million de petits carrés d'un mm? Je n'y crois pas.

— Compte-les tous, lui conseilla-t-on.

Alexis résolut de le faire. Il se leva de bon matin et se mit à la besogne en marquant soigneusement par un point au crayon les carrés comptés. Il comptait 1 case à la seconde et le travail avançait vite.

Alexis travaillait sans relâche. Mais croyez-vous qu'il a pu s'assurer le jour même qu'il y avait un million de mm^2 dans un m^2?

LE CENT DE NOIX

Il faut distribuer un cent de noix entre 25 personnes de manière à ce qu'aucune d'elles n'en ait un nombre pair.

Pouvez-vous le faire?

COMMENT PARTAGER?

Deux amis se préparèrent une bouillie. L'un mit dans la marmite 200 g de gruau et l'autre, 300 g. Quand la bouillie fut prête, un passant s'unit à eux pour la manger. En partant, il leur laissa 50 kopecks. Comment les amis doivent-ils partager l'argent reçu?

LE PARTAGE DES POMMES

Il faut partager 9 pommes entre 12 écoliers de façon à ne pas couper une pomme en plus de 4 morceaux.

Le problème paraît insoluble, mais celui qui connaît les fractions, saura le résoudre sans difficultés.

Ayant trouvé la solution, il sera facile de résoudre cet autre problème : partager 7 pommes entre 12 petits garçons de manière à ne pas couper une pomme en plus de quatre morceaux.

COMMENT PARTAGER LES POMMES?

Cinq amis viennent voir Michel. Son père voulut leur offrir, à tous les six, des pommes. Mais il n'en avait que cinq. Que faire? Il ne voulait chagriner personne. Il lui fallait bien sûr couper les pommes. Mais les couper en petits morceaux, ce n'est pas convenable. Le père ne voulait pas le faire en plus de trois morceaux.

Voilà le problème : partager de manière égale cinq pommes entre six garçons, de manière à ne pas couper une pomme en plus de 3 morceaux.

Comment le père de Michel le résolut-il?

UN CANOT POUR TROIS

Trois amateurs de canotage possèdent un bateau en commun. Ils veulent que chacun d'eux

puisse à tout moment se servir du canot, mais qu'aucune personne étrangère ne puisse le voler. Pour cela, ils l'attachent avec une chaîne fermée par trois cadenas. Chacun d'eux n'a qu'une seule clé, qui n'est à même que d'ouvrir un seul cadenas mais peut pourtant se promener en canot, sans attendre ses amis avec leurs clés.

Comment ont-ils fait pour que tout s'arrange si bien?

EN ATTENDANT LE TRAMWAY

Trois frères revenaient du théâtre. Ils arrivèrent à l'arrêt de tramway pour prendre le premier qui passerait. Depuis longtemps, il n'y avait pas de tramway en vue; l'aîné proposa d'attendre.

— Au lieu d'attendre ici, répondit le second frère, rapprochons-nous plutôt de la maison. Quand le tramway nous rejoindra, nous sauterons dedans; une partie de la distance sera ainsi franchie et nous arriverons plus vite.

— S'il faut marcher, retorqua le cadet, ce n'est pas en avant, mais en arrière, nous rencontrerons alors le tramway plutôt et reviendrons plus vite à la maison.

Comme les trois frères ne pouvaient se mettre d'accord, chacun fit comme il le voulait: l'aîné resta à attendre à l'arrêt, le second partit en avant et le cadet, en arrière. Quel est le plus raisonnable des trois?

RÉPONSES

LE MAÎTRE ET LE DISCIPLE

La sentence était la suivante: débouter le maître de ses prétentions, mais lui donner le

droit d'entamer un nouveau procès en se basant sur ce que le disciple a gagné son premier procès. Le second doit donner gain de cause au plaideur.

L'HÉRITAGE

La veuve doit recevoir 1000 pièces d'or, le fils 2000 et la fille 500. Alors la volonté du testateur sera accomplie parce que la veuve recevra deux fois moins que son fils et deux fois plus que sa fille.

LE TRANSVASEMENT

Il faudra faire les sept transvasements, indiqués dans le tableau suivant :

	4*l*	1*l* 1/2	2*l* 1/2
1-er transvasement	$1^1/_2$	—	$2^1/_2$
2-ème »	$1^1/_2$	$1^1/_2$	1
3-ème »	3	—	1
4-ème »	3	1	—
5-ème »	1/2	1	$2^1/_2$
6-ème »	1/2	$1^1/_2$	2
7-ème »	2	—	2

COMMENT LES LOGER TOUS?

Le secret consiste en ce qu'il n'y a pas de chambre pour le 2-ème voyageur : après le 1-er et le 11-ème on est passé directement au 3-ème, en oubliant le 2-ème. D'où il a été possible de réaliser l'impossible répartition.

LES DEUX BOUGIES

Pour résoudre ce problème il faut composer une équation simple. Désignons le nombre d'heures de combustion des bougies par x. Chaque heure, il brûlait 1/5 (en longueur) de la grosse bougie et 1/4 de la fine. Donc, la longueur du reste de la grosse bougie s'exprimera (en fractions de longueur d'une bougie entière) par $1 - \frac{x}{5}$; celle de la fine, par $1 - \frac{x}{4}$. Nous savons que les bougies avaient une longueur initiale identique et que la quadruple longueur du bout de la grosse bougie était égale à la longueur du bout de la fine :

$$4\left(1 - \frac{x}{5}\right) = 1 - \frac{x}{4}.$$

En résolvant cette équation nous trouvons que $x = 3\ 3/4$. Les bougies ont donc brûlé pendant 3 h 45 mn.

LES TROIS CHASSEURS

Il a fallu faire les six voyages suivants :

1-er voyage. Les deux gamins abordent sur l'autre rive, l'un d'eux y reste et l'autre ramène le canot aux chasseurs.

2-ème voyage. Le gamin qui a amené le canot en descend et le premier chasseur s'y assied et aborde sur la rive opposée. Le gamin qui y était resté revient avec le canot.

3-ème voyage. Les deux gamins abordent sur l'autre rive et l'un d'eux revient avec le canot.

4-ème voyage. Le second chasseur aborde sur l'autre rive. Le canot revient avec le gamin.

5-ème voyage. Répétition du troisième.

6-ème voyage. Le troisième chasseur rejoint ses deux camarades. Le canot revient avec le gamin. Les deux enfants continuent leur promenade sur la rivière.

Et les chasseurs tous les trois sont passés sur l'autre rive.

LE TROUPEAU DE VACHES

On peut résoudre ce problème par l'arithmétique, si l'on commence par la fin.

Le fils cadet a reçu autant de vaches qu'il y avait de fils; il ne pouvait recevoir 1/7 du troupeau restant, car après lui il n'y avait plus de reste.

Ensuite: le fils précédent à reçu une vache de moins qu'il y avait de fils et 1/7 du troupeau restant. Donc, le fils cadet a reçu les 6/7 de ce restant. D'où il suit, que le nombre de vaches reçu par le fils cadet doit se diviser par six, sans reste.

Essayons d'admettre que ce fils cadet a reçu six vaches et voyons si cette supposition est valable. Si le cadet a reçu six vaches, il était le sixième fils et il y en avait six. Le cinquième a reçu cinq vaches et encore 1/7 de 7, c'est-à-dire en tout six vaches. Les deux derniers fils ont ainsi reçu $6 + 6 = 12$ vaches, qui sont les 6/7 restant après que le quatrième ait obtenu sa part. Le restant total est égal à $12 : \frac{6}{7} = 14$ vaches; donc, le quatrième fils a reçu $4 + \frac{14}{7} = 6$ vaches.

Calculons le restant du troupeau après la distribution au troisième fils: $6 + 6 + 6$, c'est-à-dire 18 est les 6/7 de ce restant; le restant total

est de $18 : \frac{6}{7} = 21$. Le troisième fils a reçu $3 + \frac{21}{7} = 6$ vaches.

De la même manière nous apprenons que le second et le premier fils ont aussi reçu 6 vaches chacun.

Notre hypothèse, s'est confirmée : il y avait en tout six fils et un troupeau de 36 vaches.

N'y a-t-il pas d'autres solutions? Admettons qu'il y avait 12 fils, il se trouve que cette supposition ne vaut rien ; le nombre 18 de même n'est pas satisfaisant. Ensuite il est inutile d'essayer : il ne pouvait avoir 24 et plus de fils.

LE MÈTRE CARRÉ

Un seul jour n'a pu en aucun cas suffire à Alexis pour s'en assurer. Même s'il avait travaillé 24 heures sans s'arrêter, il n'aurait dénombrer que 86 400 cases, car il n'y a en 24 heures que 86 400 secondes. Il lui aurait fallu compter sans interruption presque 12 jours, et en ne travaillant que 8 heures par jour, un mois entier pour dénombrer un million de mm^2.

LE CENT DE NOIX

Beaucoup de gens se plongent dans de longues recherches qui ne mènent à rien et essayent en vain différentes combinaisons. Il suffit cependant de réfléchir un peu pour comprendre l'inutilité de tels efforts.

Si 100 était divisible en 25 nombres impairs, il n'y aurait qu'un nombre impair de nombres impairs qui donnerait au total 100, qui est un nombre pair : c'est évidemment impossible.

En effet : nous avons 12 paires de nombres impairs et un nombre impair ; chaque paire de nombres impairs donne en total un nombre pair. Par l'addition de 12 nombres pairs, on doit obtenir un nombre pair ; si l'on y ajoute un nombre impair, nous obtiendrons un résultat impair ; le nombre 100 ne peut en aucun cas se composer de tels termes.

COMMENT PARTAGER?

La plupart des gens qui résolvent ce problème répondent que celui qui a versé 200 g de gruau doit recevoir 20 kopecks et celui ayant versé 300 gr — 30 kopecks. Un tel partage est dénué de fondement.

Il faut raisonner ainsi : 50 kopecks ont été payés pour la part d'un mangeur. Comme il y en avait trois, le prix de la bouillie (500 g) était égal à 1 rouble 50 kopecks. Celui qui a versé 200 g de gruau a apporté en argent 60 kopecks (parce que 100 g coûtent alors 150 : 5 = 30 kopecks). Il a mangé pour 50 kopecks ; il doit donc recevoir : 60 — 50 = 10 kopecks.

Celui qui a versé 300 g (en argent 90 kopecks) doit recevoir 90 — 50 = 40 kopecks.

Ainsi, des 50 kopecks, on en doit à l'un 10 kopecks, et à l'autre, 40.

LE PARTAGE DES POMMES

Il est parfaitement possible de partager, équitablement 9 pommes entre 12 écoliers, sans en couper une seule en plus de quatre morceaux.

Il faut faire ainsi :

Couper six pommes en deux : on aura ainsi 12 moitiés. Les trois autres pommes seront coupées en quatre parties égales : nous obtiendrons alors

12 quarts. Maintenant on peut donner à chaque écolier 1/2 et 1/4 de pomme, en tout 3/4 de pomme.

Chaque écolier recevra 3/4 de pomme, parce que 9 : 12 = 3/4. De la même manière on peut partager sept pommes entre 12 écoliers de manière à ce que chacun reçoive une part égale et qu'aucune pomme ne soit coupée en plus de 4 morceaux. Dans ce cas, chacun doit recevoir 7/12 de pomme. Nous savons que : 7/12 = 3/12 + 4/12 = 1/4 + + 1/3. Pour cela, nous divisions trois pommes en quatre parties et les quatre autres pommes, en trois parties chacune. Nous obtenons 12 quarts et 12 tiers.

Donc, on peut donner un quart et un tiers à chacun, soit en tout 7/12.

COMMENT PARTAGER LES POMMES?

Le père a partagé les pommes de la manière suivante. Il en a coupé trois en deux ce qui fait six moitiés qu'il a donné aux enfants. Il a coupé les deux autres pommes en trois parties égales, et a obtenu six tiers de pomme qu'il a distribué aussi aux enfants.

Chaque garçon a reçu, par conséquent, une moitié et un tiers de pomme.

Et comme vous le voyez, aucune pomme n'a été coupée en plus de trois morceaux.

UN CANOT POUR TROIS

Les cadenas doivent être passés l'un dans l'autre, comme il est montré sur la figure 225. Il est facile de voir que chaque propriétaire peut ouvrir et fermer avec sa clé cette chaîne de trois cadenas.

Fig. 225

EN ATTENDANT LE TRAMWAY

Le cadet, qui allait en arrière, vit le tramway venant à sa rencontre et sauta dedans. Quand il arriva à l'arrêt où attendait le frère aîné, celui-ci monta dedans. Un instant plus tard, le tramway rejoignit le second frère qui le prit aussi. Les trois frères se retrouvèrent tous dans le même wagon et arrivèrent bien sûr en même temps à la maison.

Cependant le frère aîné s'était avéré le plus raisonnable, qui, en attendant à l'arrêt, se fatigua moins que les autres.

PROBLÈMES TIRÉS DES « VOYAGES DE GULLIVER »

Les pages les plus étonnantes des « Voyages de Gulliver » dans certains pays lointains sont sans aucun doute celles où sont décrites ses aventures extraordinaires chez les lilliputiens et les géants. Dans le pays des lilliputiens, les dimensions — hauteur, largeur, épaisseur de tous les gens, animaux et végétaux — étaient 12 fois moindres que chez nous. Dans le pays de géants, au contraire, tout était 12 fois plus grand. Pourquoi l'auteur des « Voyages » a-t-il choisi précisément le nombre 12? C'est facilement compréhensible, si l'on se souvient que 12 est exactement le rapport du pied au pouce dans le système anglais des mesures (l'auteur Jonathan Swift est Irlandais). 12 fois plus petits ou 12 fois plus grands ne sont pas, semble-t-il, des diminutions ou des agrandissements très sensibles. Cependant, la différence de la nature et de l'environnement de la vie de ces pays fantastiques avec ceux auxquels nous sommes habitués s'est trouvée frappante. Souvent cette différence inattendue nous étonne tellement, qu'elle permet de formuler des problèmes compliqués. Nous voulons proposer ici au lecteur une dizaine de tels casse-tête.

LES ANIMAUX DU PAYS DES LILLIPUTIENS

« On avait acheminé mille cinq cent des plus grands chevaux pour me transporter dans la capitale », raconte Gulliver à propos de ses aventures au pays des lilliputiens.

Ne vous semble-t-il pas que 1500 chevaux, c'est exagéré, même si l'on tient compte des dimensions relatives de Gulliver et des chevaux lilliputiens?

Sur les vaches, bœufs et moutons des lilliputiens, Gulliver raconte, chose non moins étonnante, qu'en partant, il les mit simplement dans sa poche.

Est-ce possible?

UN LIT DUR

Sur la façon, dont les lilliputiens avaient préparé un lit pour leur hôte géant, nous lisons ce qui suit dans les « Voyages de Gulliver »: « On avait apporté sur des chariots six cents matelas de dimensions ordinaires lilliputiennes dans le local où je me trouvais et les tailleurs se mirent à l'œuvre. De 150 matelas cousus ensemble, ils en firent un sur lequel je pouvais librement me disposer en longueur et en largeur. Quatre matelas identiques étaient disposés les uns sur les autres, mais en dépit de tout cela, dormir sur ce lit était pour moi aussi inconfortable que sur de la pierre. »

Pourquoi ce lit était-il si dur pour Gulliver?

Et le calcul cité ici est-il exact?

LE CANOT DE GULLIVER

Gulliver quitta le pays de lilliputiens sur un canot échoué par hasard sur le rivage. Ce canot semblait aux lilliputiens un navire monstrueux, dépassant de loin les dimensions des plus grands navires de leur flotte.

Pourriez-vous calculer approximativement combien de tonnes lilliputiennes déplacerait ce canot, en partant du fait qu'il pouvait transporter une charge de 300 kg *.

---

* Le déplacement d'eau d'un navire est égal à la charge qu'il peut porter (y compris le poids du navire). 1 tonne = 1000 kg.

LE TONNEAU ET LE SEAU
DES LILLIPUTIENS

« Ayant mangé, raconte ensuite Gulliver dans son voyage au pays des lilliputiens, je montrai par gestes qui je voulais boire. Les lilliputiens

Fig. 226

élevèrent avec beaucoup d'adresse jusqu'au niveau de mon corps un tonneau de vin de la dimension la plus grande, le roulèrent jusqu'à ma main et le défoncèrent. Je bus tout le tonneau d'une seule gorgée. On me roula un second tonneau que j'asséchai comme le premier. J'en demandai encore, mais ils n'en avaient plus. »

Dans un autre endroit, Gulliver raconte que les seaux des lilliputiens n'étaient pas plus grands qu'un grand dé à coudre.

Pouvait-il y avoir des seaux et des tonneaux si petits dans un pays où les objets n'étaient tous diminués que de 12 fois?

LA RATION ET LE DÎNER DE GULLIVER

Les lilliputiens, lisons-nous dans « Les voyages », établirent pour Gulliver les normes sui-

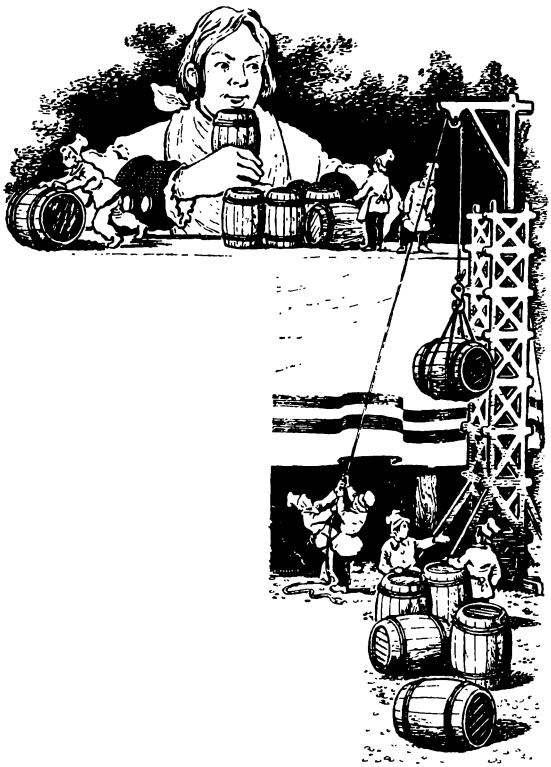


Fig. 227

vantes de ravitaillement : « On lui donnera quotidiennement une ration de produits alimentaires et des boissons en quantité suffisante pour nourrir 1728 citoyens lilliputiens. »

« Trois cents cuisiniers, raconte Gulliver dans un autre endroit, préparaient les mets qui m'étaient destinés. Autour de ma maison étaient construites des huttes où s'effectuait la cuisine et où habitaient les cuisiniers avec leurs familles. Quand le temps du dîner approchait, je prenais dans les mains une vingtaine de serviteurs et je les plaçais sur la table, tandis qu'une centaine me servait du plancher : les uns servaient les mets, les autres apportaient les tonneaux de vin et différentes boissons sur des bâtons disposés sur leurs épaules. Ceux qui étaient en haut montaient tout cela, au fur et à mesure, au moyen de cordes passées dans un palan. »

En se basant sur quels calculs, les lilliputiens avaient-ils établi une ration si importante? Et pourquoi fallait-il un tel nombre de serviteurs pour nourrir un seul homme? Sa taille n'était que de douze fois plus haute que celle des lilliputiens. Une telle ration et un tel appétit sont-ils proportionnels à la grandeur relative de Gulliver et des lilliputiens?

TROIS CENTS TAILLEURS

« On m'avait envoyé trois cents tailleurs lilliputiens avec ordre de me coudre un costume à la mode locale. »

Est-il possible qu'une telle armée de tailleurs soit nécessaire pour coudre un seul costume pour un homme qui n'est que douze fois plus grand que les lilliputiens?

LES POMMES ET LES NOISETTES GÉANTES

« Une fois, lisons-nous dans les «Voyages de Gulliver au pays de géants Brobdingnag», le nain de la cour alla avec moi dans le jardin. Ayant

Fig. 228

guetté le moment où je me trouvai sous un arbre, il saisit une branche et la secoua au-dessus de ma tête. Une grêle de pommes de la dimension d'un bon tonnelet tomba avec bruit sur le sol ; l'une d'elles me frappa sur le dos et me renversa. »

Une autre fois, « un écolier farceur me jeta à la tête une noisette, qui me manqua de justesse. Mais elle était lancée avec une telle force, qu'elle m'aurait broyé la tête, car elle était de la dimension d'une petite citrouille. »

Combien pensez-vous que pèsent approximativement les pommes et les noisettes des géants?

L'ANNEAU DES GÉANTS

Au nombre des objets emportés par Gulliver du pays des géants figurait selon ses dires « un anneau d'or, dont la reine elle-même, dit-il, m'avait fait cadeau, l'enlevant de son petit doigt et me le passant au cou comme un collier ».

Est-il possible que l'anneau du petit doigt, même d'une géante, puisse servir à Gulliver comme collier?

Et combien devrait peser un tel anneau?

LES LIVRES DES GÉANTS

Sur les livres du pays des géants, Gulliver donne les détails suivants:

« On m'avait permis de prendre des livres dans la bibliothèque, mais pour que je puisse les lire, il fallut échafauder tout un dispositif. Le menuisier me fit une échelle que l'on pouvait transporter de place en place. Elle avait 25 pieds de hauteur et chaque échelon était long de 50 pieds. Quand j'exprimais le désir de lire, on installait mon échelle à une dizaine de pieds du mur en retournant les échelons vers celui-ci. On plaçait le livre sur le sol en l'appuyant au mur. Je grimpais sur l'échelon supérieur et commençais à lire à partir de la première ligne en marchant de gauche à droite et inversement 8 à 10 pas, suivant la longueur des lignes. Au fur et à mesure que ma lecture avançait et que les lignes se trouvaient de plus en plus bas au-dessous du niveau de mes yeux, je descendais peu à peu sur le second échelon, puis sur le troisième, etc.

Quand j'avais lu la page jusqu'au bout, je remontais en haut et j'en recommençais une nouvelle de la même manière. Je tournais les pages avec mes deux mains, ce qui n'était pas

trop difficile, car le papier sur lequel on imprimait les livres chez eux, n'était pas plus épais que notre carton et les livres les plus grands ne dépassaient pas 18-20 pieds de longueur.»

Les dimensions, dont nous parle Gulliver, sont-elles proportionnelles?

LES COLS DES GÉANTS

En conclusion, arrêtons-nous sur un problème du même genre, mais qui n'est pas extrait des voyages de Gulliver.

Vous ne savez peut-être pas que le n° du col n'est autre chose que la longueur de sa circonférence. Si la circonférence de votre cou est 38 cm, seul un col n° 38 fera votre affaire. Un col d'un n° plus petit sera étroit et un col d'un n° plus grand, trop large. Le tour du cou d'un homme adulte est en moyenne de près de 40 cm.

Si Gulliver avait voulu commander à Londres un lot de cols pour les habitants du pays des géants, quel n° aurait-il dû commander?

RÉPONSES

LES ANIMAUX DU PAYS DES LILLIPUTIENS

Dans la réponse au récit « La ration et le dîner de Gulliver » (page 343), il a été calculé que le volume du corps de Gulliver est plus grand que celui des lilliputiens de 1728 fois. Evidemment, il était autant de fois plus lourd. Transporter son corps avec les chevaux des lilliputiens était aussi difficile que de transporter 1728 lilliputiens adultes. On s'explique ainsi pour quelle raison a-t-il fallu atteler au chariot tant de chevaux lilliputiens.

Fig. 229

Les animaux du pays lilliputien étaient aussi 1728 fois plus petits et, donc, d'autant plus légers.

Notre vache a une hauteur de 1 m 50 et pèse, disons, 400 kg. La vache des lilliputiens était 12 cm de haut et pesait $\frac{400}{1728}$, c'est-à-dire moins de 1/4 de kg. On comprend qu'une telle vache-jouet peut trouver place dans une poche!

« Les chevaux et bœufs les plus grands, raconte fort judicieusement Gulliver, ne dépassaient pas 4-5 pouces en hauteur, les moutons étaient à peu près de 1 pouce 1/2, les oie , de la grandeur de notre moineau, etc., jusqu'aux plus petits animaux qui étaient presque invisibles à mes yeux. Je voyais le cuisinier plumer une a ouette de la d mension d'une mouche ordinaire, sinon moins. Une autre fois une jeune fille enfilait un fil invisible dans une aiguille invisible.»

LE LIT DUR

Le calcul est fait tout à fait exact. Si le matelas des lilliputiens est douze fois moins long, il est évidemment 12 fois plus étroit, et sa surface sera $12 \times 12 = 144$ fois moindre que celle de nos matelas ordinaires : pour que Gulliver puisse s'allonger il faut 144 matelas (en arrondissant, 150) lilliputiens. Mais ces matelas sont très minces, 12 fois plus minces que les nôtres. A présent, on comprend que même 4 couches de tels matelas ne forment pas une couche trop moelleuse : on obtenait une épaisseur trois fois plus mince que celle de notre matelas ordinaire.

LE CANOT DE GULLIVER

On sait de l'ouvrage, que le canot de Gulliver pouvait transporter 300 kg, c'est-à-dire que son déplacement d'eau était d'environ 1/3 de tonne. Comme toutes les mesures linéaires des lilliputiens sont 12 fois moindres que les nôtres, les volumes sont 1728 fois plus petits. On peut facilement calculer que 1/3 de notre m^3 correspond environ à 575 m^3 lilliputiens et que le canot de Gulliver avait en conséquence un déplacement d'eau de 575 t ou à peu près, pour autant que nous prenons le nombre 300 kg arbitrairement.

De nos jours, quand les navires de dizaines de milliers de tonnes sillonnent les océans, un bateau de cette dimension n'étonne personne, mais il faut tenir compte du fait qu'au temps où les « Voyages de Gulliver » ont été écrits (au début du XVIIIe siècle), des navires de 500 à 600 t étaient encore très rares.

LE TONNEAU ET LE SEAU DES LILLIPUTIENS

Si les tonneaux et les seaux des lilliputiens avaient la même forme que les nôtres, ils devaient être plus petits de 12 fois non seulement en hauteur, mais en largeur et longueur, et leur volume, par conséquent, moindre de $12 \times 12 \times \times 12 = 1728$ fois. Donc, en comptant que dans notre seau, il y a environ 60 verres, nous en déduisons facilement que celui des lilliputiens contenait seulement $\frac{60}{1728}$, ou en arrondissant, environ 1/30 de verre, ce qui ne dépasse pas la contenance d'une petite cuillère ou celle d'un grand dé à coudre.

Si un seau lilliputien était l'équivalent d'une petite cuillère, cela signifie que la capacité d'un tonneau d'une contenance de 10 seaux ne dépassait pas un demi-verre. Il n'est pas étonnant que Gulliver n'ait pu étancher sa soif avec deux tels tonneaux!

LA RATION ET LE DÎNER DE GULLIVER

Le calcul est tout à fait exact. Il ne faut pas oublier que les lilliputiens étaient des copies exactes, mais diminuées, d'êtres humains ordinaires, conservant toutes les proportions des parties du corps. Par conséquent, le volume de leur corps était $12 \times 12 \times 12 = 1728$ fois moindre que celui de Gulliver. Et pour assurer la vie d'un tel corps il faut d'autant plus de nourriture. Voilà pourquoi les lilliputiens ont calculé que pour Gulliver il fallut une ration qui suffisait à nourrir 1728 lilliputiens.

Maintenant, nous voyons pourquoi il faut tant de cuisiniers. Pour préparer 1728 dîners, il faut au moins 300 cuisiniers, en considérant que chaque cuisinier lilliputien peut préparer une

demi-douzaine de dîners lilliputiens. De même un plus grand nombre de serviteurs est indispensable pour élever un tel poids sur la table de Gulliver qui avait, comme il est facile de calculer, la hauteur d'une maison de quatre étages lilliputienne.

TROIS CENTS TAILLEURS

La surface du corps de Gulliver n'était pas 12 fois plus grande que celle des lilliputiens, mais l'était de $12 \times 12 = 144$ fois. Pour le comprendre, il suffit que nous nous représentions qu'à chaque pouce carré de la surface d'un lilliputien correspond un pied carré de la surface du corps de Gulliver. Il devait donc être fourni pour le costume de Gulliver 144 fois plus de drap que pour celui d'un lilliputien, et par conséquent, autant de travail en plus. Si un tailleur peut coudre un costume en deux jours, cela veut dire que pour faire en un jour 144 costumes (ou un costume de Gulliver), il faut près de 300 tailleurs.

LES POMMES ET LES NOISETTES GÉANTES

On peut facilement calculer, qu'une pomme qui pèse chez nous près de 100 g, doit peser dans le pays des géants, en concordance avec son volume, 1728 fois plus, c'est-à-dire près de 173 kg *. Une telle pomme, tombée de l'arbre et frappant un homme sur le dos, le laissera sûrement sans vie. Gulliver s'en est tiré heureusement, sans être écrasé par un tel poids.

Les noisettes du pays des géants devraient peser près de 3-4 kg, si l'on prend un poids de

* Il existe des pommes d'un poids de 500 g et plus. Une telle pomme devrait peser au pays des géants 864 kg!

2 g pour nos noisettes. Une telle noisette géante devrait avoir un diamètre de 10 cm. Un objet pesant 3 kg, lancé avec la force d'une noisette, doit sans aucun doute casser la tête d'un homme aux dimensions normales. Et quand dans un

Fig. 230

autre endroit, Gulliver raconte qu'une grêle, ordinaire dans le pays des géants, l'avait instantanément jeté à terre et que les grêlons lui battaient durement le dos, les côtés et tout le corps, comme si c'était des boules de croquet en bois, c'est très vraisemblable, parce que chaque grêlon du pays des géants devait peser au moins un kg.

L'ANNEAU DES GÉANTS

Le diamètre du petit doigt d'un être humain normal est d'environ 1 cm 1/2. En multipliant par 12, nous obtenons un diamètre de 1 cm 1/2 × × 12 = 18 cm ; anneau d'un tel diamètre a une circonférence de près de 56 cm.

C'est une dimension suffisante pour qu'on puisse le passer au cou d'un homme de dimension

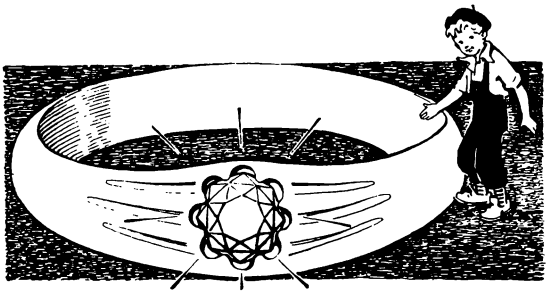


Fig. 231

normale (il est facile de s'en assurer en mesurant avec une ficelle le tour de la tête à l'endroit le plus large).

En ce qui concerne le poids d'un tel anneau, si un anneau ordinaire pèse, par exemple, 5 g, celui du même genre dans le pays des géants devrait peser 8 kg 1/2!

LES LIVRES DES GÉANTS

Si l'on considère les dimensions des livres modernes de format ordinaire (environ 25 cm de long et 12 de large), alors ce qui est décrit par Gulliver est quelque peu exagéré. Pour lire un livre de moins de 3 m de haut et de 1 m 50 de large, on peut se passer d'échelle et il n'y a aucune nécessité de marcher à droite et à gauche 8-10 pas. Mais au temps de Swift, au début du XVIIIe siècle, le format ordinaire des livres (in-folio) était beaucoup plus grand que maintenant. L'in-folio de « L'arithmétique » de Magnitsky, paru au temps de Pierre le Grand, avait près de 30 cm de haut et de 20 cm de large. En augmentant de 12 fois, cela donne pour les livres des géants des dimensions plus imposantes;

Fig 232

360 cm (presque 4 m) de hauteur et 240 cm en largeur (2 m 40). Lire un livre de 4 m sans échelle est impossible. Et encore ce n'est pas encore un vrai in-folio, ayant les dimensions d'une feuille de journal. Néanmoins, un tel in-folio modeste devait peser chez les géants 1728 fois plus, c'est-à-dire près de 3 t. En comptant qu'il avait 500 pages, nous obtenons pour chaque page d'un livre des géants un poids de 6 kg environ, ce qui est vraiment accablant pour les doigts.

LES COLS DES GÉANTS

Le tour du cou des géants était autant de fois supérieur à celui d'un homme ordinaire que son diamètre était plus grand, c'est-à-dire 12 fois. Si pour un homme normal il faut un col de la dimension 40, il faudra alors pour le géant un col de la dimension $40 \times 12 = 480$.

Nous voyons que Swift a soigneusement calculé les images de sa fantaisie. Pouchkine, en

réponse à certains critiques d'« Eugène Onéguine », a indiqué que dans son roman le temps avait été calculé suivant le calendrier. De la même façon, Swift aurait été en droit de dire que toutes ses images avaient été soigneusement calculées suivant les règles de la géométrie *.

---

* Mais non suivant les règles de la mécanique. On peut reprocher à Swift certaines choses à ce propos (voir mon livre « La mécanique récréative »).

LA RÉCOMPENSE

Ce qui suit s'est passé, d'après la légende, il y a très longtemps dans la Rome antique *.

I

Sur ordre de l'empereur, le général Térence accomplit une campagne victorieuse ; il revint à Rome chargé de trophées. Arrivé dans la capitale, il demanda audience à l'empereur.

L'empereur reçut amicalement le général, le remercia pour ses succès militaires et promit en récompense une haute position au Sénat.

Mais Térence voulait autre chose. Il dit :

— J'ai remporté beaucoup de victoires, ô mon empereur, pour élever ta puissance et couvrir ton nom de gloire. Je n'ai pas peur de la mort et si j'avais pu avoir plusieurs vies, je te les aurais sacrifiées, mais je suis las de combattre, ma jeunesse n'est plus, le sang circule plus lentement dans mes veines. Le temps est venu de me reposer et de jouir des plaisirs de la vie familiale dans la maison de mes aïeux.

— Que voudrais-tu de moi, Térence, demanda l'empereur.

— Ecoute-moi avec indulgence, Souverain ! Pendant de longues années de vie militaire, j'ai teint mon glaive de sang mais je n'ai pu assurer ma fortune. Je suis pauvre, mon Souverain...

* Ce récit est une traduction libre d'un vieux manuscrit latin conservé dans une bibliothèque privée en Angleterre.

— Continue, brave Térence.

Encouragé par ces mots, le général poursuivit :

— Si tu veux récompenser ton fidèle serviteur, que ta générosité m'aide à vivre en paix et sans souci dans mon foyer. Je ne cherche pas les honneurs, ni une haute position dans le Sénat tout puissant. Je voudrais m'éloigner du pouvoir et de la vie publique pour me reposer. Mon Souverain, donne-moi de l'argent pour assurer le restant de mes jours.

L'empereur, selon la légende, ne se distinguait pas par une large générosité. Il aimait amasser l'argent dans ses coffres, mais ne le distribuait que parcimonieusement aux autres. La demande du général lui donna à réfléchir.

— Quelle somme, Térence, considérerais-tu comme suffisante pour toi? demanda-t-il.

— Un million de deniers, mon Souverain.

L'empereur plongea à nouveau dans ses pensées. Le général attendait, la tête basse.

Enfin, l'empereur dit :

— Vaillant Térence, tu es un brave guerrier et tes glorieux exploits méritent d'être récompensés avec générosité ! Je te donnerai la richesse. Demain à midi tu apprendras ma décision.

Térence s'inclina et sortit.

II

Le lendemain, à l'heure indiquée, le général se présenta au palais de l'empereur.

— Je te salue, brave Térence, dit l'empereur.

Térence inclina la tête avec humilité.

— Je suis venu, mon Souverain, pour entendre ta décision. Tu as promis avec bienveillance de me récompenser.

L'empereur répondit :

— Je ne veux pas qu'un guerrier aussi noble que toi reçoive une récompense indigne de ses exploits. Ecoute-moi. Dans ma trésorerie se trouvent 5 millions d'as de cuivre. Tu t'y rendras et tu prendras une pièce dans ta main, tu reviendras ici et tu la mettras à mes pieds. Le lendemain, tu iras à nouveau dans la trésorerie et tu prendras une pièce de 2 as, que tu mettras à côté de la première. La troisième fois tu en apporteras une de 4 as, le quatrième jour, une de 8 as, le cinquième, une de 16 as, en doublant chaque fois la valeur de la pièce. Je donnerai l'ordre d'exécuter pour toi des pièces de valeur correspondante. Et jusqu'à ce que tu aies la force de les porter, tu pourras les sortir de ma trésorerie. Personne n'aura le droit de t'aider, tu ne devras compter que sur tes seules forces. Et tu t'arrêteras, quand tu ne pourras plus emporter la pièce de monnaie. Alors notre accord cessera. Mais tu garderas toutes les pièces que tu auras pu emporter ; ce sera ta récompense.

Térence buvait avec avidité les paroles de l'empereur. Il voyait une énorme quantité de pièces de monnaie, l'une plus grande que l'autre, qu'il emportait hors de la trésorerie de l'Etat.

— Je suis satisfait de ta générosité, mon Souverain, répondit-il avec un sourire de satisfaction. Ta récompense est magnifique !

III

Les visites quotidiennes de Térence commencèrent. La trésorerie se trouvait non loin de la salle de réception de l'empereur. Et les premiers voyages avec les pièces de monnaie ne demandèrent pas beaucoup d'efforts à Térence.

Le premier jour, il rapporta de la trésorerie un seul as. C'était une petite pièce de monnaie de 21 mm de diamètre et d'un poids de 5 g.

Les second, troisième, quatrième, cinquième et sixième jours, c'était tout aussi facile. Il emporta des pièces de poids double, triple, puis 8 fois, 16 fois et 32 fois supérieur.

La septième pièce pesait, en unités modernes, 320 g et avait un diamètre de 8 cm 1/2 (exactement, 84 mm) *.

Le huitième jour, Térence prit dans la trésorerie une pièce de 128 as; elle pesait 640 g et son diamètre était d'environ 10 cm 1/2.

Le neuvième jour, Térence dut porter jusqu'à la salle impériale une pièce de 256 as. Elle était large de 13 cm et pesait plus de 1 kg 1/4.

Le 12-ème jour, la pièce de monnaie atteignait un diamètre de presque 27 cm et pesait 10 kg 1/4.

L'empereur, qui avait regardé jusqu'ici le général avec bienveillance, ne cachait plus son triomphe. Après 12 voyages, il n'avait été retiré la trésorerie qu'un peu plus de 2000 as.

Le 13-ème jour le brave Térence porta une pièce de 4096 as; elle avait une largeur de près de 34 cm et pesait 20 kg 1/2.

Le 14-ème jour, Térence sortit de la trésorerie une lourde pièce de monnaie de 41 kg et d'un diamètre de près de 42 cm.

— N'es-tu pas fatigué, mon brave Térence? demanda l'empereur en se retenant de sourire.

— Non, mon Souverain, répondit-il l'air maussade, en essuyant la sueur de son front.

---

* Si la pièce de monnaie est d'un volume 64 fois plus grand que celle ordinaire, son diamètre et son épaisseur ne seront que quatre fois plus grands, parce que $4 \times 4 \times 4 = 64$. On doit en tenir compte plus loin, lors du calcul des dimensions des pièces dont on parle dans le récit.

Le 15-ème jour arriva. La charge de Térence était lourde ce jour-là. Il se traînait lentement vers l'empereur en portant une énorme pièce de 16 384 as de 53 cm de largeur. Elle pesait 80 kg : le poids d'un guerrier adulte.

Le 16-ème jour, le dos du général fléchissait sous le poids de la charge. C'était une pièce de 32 768 as pesant 164 kg. Son diamètre atteignait 67 cm.

Le général était sans force et respirait avec peine. L'empereur souriait.

Le lendemain, quand Térence apparut dans la salle d'audience de l'empereur, il fut accueilli par un fou rire. Il ne pouvait plus porter sa pièce de monnaie et la roulait devant soi. Elle avait un diamètre de 84 cm, un poids de 328 kg et une valeur de 65 536 as.

Le 18-ème jour fut le dernier de l'enrichissement de Térence. Par la suite il cessa de fréquenter la trésorerie et de voyager avec sa charge dans la salle impériale. Il lui fallut ce jour-là amener une pièce valant 131 072 as. Elle avait un diamètre de plus de 1 m et pesait 655 kg. En utilisant son pieux comme levier, Térence avec une grande tension de ses forces, la roula avec peine dans la salle. Avec un grand bruit, cette énorme pièce tomba aux pieds de l'empereur.

Térence était tout à fait épuisé.

« Je n'en peux plus. C'est assez », souffla-t-il.

L'empereur cachait avec peine son rire de satisfaction devant le plein succès de sa malice. Il ordonna au trésorier de compter le nombre d'as apportés par Térence dans la salle des audiences.

Le trésorier s'exécuta et dit :

— Mon Souverain, grâce à ta largesse, le glorieux Térence a reçu une récompense de 262 143 as.

Ainsi, l'empereur avare n'avait pas donné au général la somme demandée, qui était d'un million de deniers *.

* * *

Vérifions le calcul du trésorier et en même temps le poids des pièces. Térence avait emporté :

Le	1-er	jour	1	as d'un poids de	5g
»	2-ème	»	2	» »	10g
»	3-ème	»	4	» »	20g
»	4-ème	»	8	» »	40g
»	5-ème	»	16	» »	80g
»	6-ème	»	32	» »	160g
»	7-ème	»	64	» »	320g
»	8-ème	»	128	» »	640g
»	9-ème	»	256	» »	1kg280g
»	10-ème	»	512	» »	2kg560g
»	11-ème	»	1024	» »	5kg120g
»	12-ème	»	2048	» »	10kg240g
»	13-ème	»	4096	» »	20kg480g
»	14-ème	»	8192	» »	40kg960g
»	15-ème	»	16384	» »	81kg920g
»	16-ème	»	32768	» »	163kg840g
»	17-ème	»	65536	» »	327kg680g
»	18-ème	»	131072	» »	655kg360g

Voici comment calculer facilement la somme des nombres d'un tel rang : pour la seconde colonne elle est égale à 262 143, suivant la règle existante**. Térence avait demandé à l'empereur

* 1 denier ≈ 10 as.

** Chaque nombre de ce rang est égal au total de tous les autres plus 1. C'est pourquoi, quand il faut additionner tous les nombres, par exemple de 1 à 32 768, alors nous ajoutons au dernier nombre, soit 32 768, la somme de tous les précédents ; autrement dit, nous lui ajoutons ce même nombre moins 1 (32 768—1). Nous obtenons alors 65 535.

un million de deniers, c'est-à-dire 10 millions d'as. Donc, il n'a reçu que 10 000 000 : 262 143 = = 38 fois moins que la somme demandée.

LA LÉGENDE DE L'ÉCHIQUIER

I

Les échecs sont l'un des jeux les plus anciens. Ils existent depuis de nombreux siècles et il n'est pas étonnant que beaucoup de légendes y soient liées, dont la véracité n'a pu être vérifiée depuis la nuit des temps.

Je veux vous raconter une légende de ce genre. Pour la comprendre, il n'est nécessaire de savoir jouer aux échecs ; il suffit de savoir que le jeu se déroule sur un échiquier divisé en 64 cases alternativement noires et blanches.

Le jeu des échecs a été inventé aux Indes. Quand le roi indien en fit la connaissance, il s'émerveilla de son ingéniosité et de la variété des combinaisons possibles. Ayant appris que ce jeu avait été inventé par un de ses sujets, le roi le fit appeler afin de récompenser personnellement pour cette remarquable invention.

Le brahmane se présenta devant le roi. C'était un savant, habillé modestement, n'ayant pour vivre que ce qu'il recevait de ses élèves.

— Je veux te récompenser pour l'admirable jeu que tu as inventé.

Le sage s'inclina.

— Je suis suffisamment riche pour satisfaire ton désir le plus audacieux, continua le roi. Indique-moi la récompense que tu souhaites et tu la recevras.

Le brahmane se taisait.

— Ne sois pas timide, le rassura le roi. Exprime ton désir. Je n'épargnerai rien pour le satisfaire.

— Grande est ta bonté, ô Souverain, mais laisse-moi le temps de méditer ma réponse. Demain, quand j'aurai mûrement réfléchi, je te ferai savoir ma demande.

Quand le lendemain, le sage se présenta devant les marches du trône, il étonna le roi par l'incroyable modestie de sa demande.

— Mon Souverain, dit le brahmane, fais-moi donner un grain de froment pour la première case de l'échiquier.

— Un simple grain de froment ? s'étonna le roi.

— Oui, mon Souverain. Pour la seconde case, fais-moi donner 2 grains, pour la troisième, quatre, pour la quatrième, 8, pour la cinquième, 16, pour la sixième, 32...

— Assez, l'interrompit le roi avec humeur. Tu recevras tes grains pour toutes les 64 cases, suivant ta demande : pour chaque case suivante, deux fois plus que pour la précédente. Mais sache que ta demande n'est pas digne de ma générosité. En demandant une si faible récompense, tu me manques de respect en dédaignant ma bienveillance. En vérité, en tant que Maître, tu pourrais montrer un meilleur exemple d'estime pour la bonté de ton Souverain ! Va ! Mes serviteurs t'apporteront un sac de froment.

Le sage sourit et quitta la salle.

II

Au dîner, le roi se rappela l'inventeur des échecs et envoya savoir si ce fou de brahmane avait emporté sa maigre récompense.

— Souverain, fut la réponse, ton ordre s'exécute. Les mathématiciens de la cour calculent le nombre de grains à donner au brahmane.

Le front du roi s'assombrit. Il n'était pas habitué à une exécution si lente de ses ordres.

Le soir, avant de se coucher, le roi demanda encore une fois si le brahmane avait quitté le palais avec son sac de froment.

— Souverain, lui répondit-on, tes mathématiciens travaillent sans relâche et espèrent finir le calcul avant l'aube.

— Pourqoui met-on si longtemps à cette affaire, s'exclama le roi furieux. Demain, avant mon réveil, que tous les grains soient donnés au sage. Je n'ordonne pas deux fois!

Le matin, on fit savoir au roi que le doyen des mathématiciens de la cour demandait à être entendu pour une communication importante.

Le roi ordonna de le faire entrer.

— Avant de me parler de ton affaire, dit le roi, je voudrais savoir si ce brahmane a enfin touché sa maigre récompense.

— C'est à cause de cela que je me suis permis de venir devant toi si tôt, répondit le vieillard. Nous avons scrupuleusement calculé toute la quantité de grains que voudrait recevoir le sage. Cette quantité est tellement grande...

— Si grande soit-elle, dit avec humeur le roi, mes greniers ne se videront pas. La récompense a été promise, elle doit être donnée.

— Ce n'est pas en ton pouvoir, Souverain, d'exécuter de telles demandes. Dans tous tes greniers il n'y a pas la quantité de grains demandée par le sage. Il n'y a pas cette quantité dans les greniers de tout ton royaume ; il ne se trouvera pas une telle quantité de grains sur toute la terre. Et si tu veux absolument donner la récompense promise, donne l'ordre de transformer tous les royaumes de la Terre en champs de blé ; donne l'ordre d'assécher les mers et les océans, donne l'ordre de faire fondre les neiges et les glaces recouvrant les lointaines régions nordiques. Et tout ce qui naîtra sur ces champs, donne

l'ordre de le donner au sage. Alors il recevra sa récompense.

Le roi entendit avec étonnement les paroles du sage.

— Dix-huit quintillions quatre cent quarante-six quatrillions sept cent quarante-quatre trillions soixante-treize billions sept cent neuf millions cinq cent cinquante et un mille six cent quinze, ô Souverain!

III

Telle est la légende. On ne sait pas si ce qui a été raconté ici a réellement eu lieu. Mais que la récompense dont parle la légende doive s'exprimer par un tel nombre est exact ; vous pouvez vous en assurer vous-même par un calcul patient, en commençant par l'unité il faut additionner les nombres 1, 2, 4, 8, etc. Le résultat de la 63-ème multiplication par deux montrera, combien de grains devait recevoir l'inventeur pour la 64-ème case de l'échiquier.

Faisons comme il a été indiqué page 354; nous trouvons sans difficulté la somme de tous les grains à recevoir, si l'on double le dernier nombre et que l'on retranche 1. Cela signifie que le calcul consiste simplement à multiplier 64 fois 2 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$, etc.

Pour simplifier, divisons ces 64 facteurs en six groupes de 10 fois 2 dans chaque groupe, et un dernier groupe, de quatre fois 2. Le produit de dix 2, comme il est facile de le voir, est égal à 1024, et de quatre 2, à 16. Le résultat sera : $1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 16$.

Multiplions $1\,024 \times 1\,024$, nous obtenons 1 048 576. Maintenant il reste à trouver $104\,857 \times 104\,857 \times 104\,857 \times 16$ à soustraire l'unité,

et nous aurons le nombre de grains cherché : 18 446 744 073 709 551 615.

Si vous voulez vous représenter l'immensité de ce nombre, supputez la grandeur du grenier nécessaire pour contenir une telle quantité de grains. Nous savons, qu'un m^3 de froment contient 15 millions de grains. Donc, la récompense de l'inventeur des éches devait occuper environ un volume de 12 000 000 000 000 m^3 ou 12 000 km^3. Pour une hauteur de 4 m et une largeur de 10 m le grenier devait s'allonger sur 300 000 000 de km, c'est-à-dire 2 fois plus que de la Terre au Soleil.

Le roi indien n'était pas en état de donner une telle récompense. Mais il pouvait facilement se débarrasser de cette dette si encombrante. Pour cela il aurait fallu proposer au sage de compter lui-même grain par grain toute la quantité de froment promise.

En effet, si l'inventeur s'était alors mis à la besogne sans arrêt, nuit et jour, à raison d'un grain par seconde, il n'aurait atteint le premier jour que 86 400 grains. Pour en compter un million, il lui aurait fallu 10 jours. Il aurait atteint 1 m^3 en six mois environ. S'il avait travaillé sans arrêt pendant 10 ans, il n'aurait rassemblé qu'à peu près 16 tonnes de froment.

Vous voyez qu'en se livrant à cette tâche tout le restant de sa vie, le sage n'aurait reçu qu'une partie insignifiante de la récompense demandée.

UNE REPRODUCTION RAPIDE

Une tête de pavot mûre est pleine de petites graines. De chacune d'elles peut pousser une plante entière. Combien aura-t-on de pavots si toutes les graines sans exception germent ? Pour le savoir, il faut compter les graines d'une tête. Occupation fastidieuse, mais le résultat est telle-

ment intéressant, qu'il faut prendre patience et le faire jusqu'à la fin. Il se trouve qu'une tête de pavot contient approximativement 3 000 graines.

Qu'est-ce qu'il en découle? Il s'ensuit que si autour de notre pavot il y a une superficie de terre convenable et suffisante, chaque graine germera, et l'été suivant, sur ce terrain il y aura 3 000 pavots.

Voyons ce qui se passera ensuite. Chacun des 3 000 plantes donnera au moins une tête (souvent plusieurs) qui contiendra 3 000 graines. Si elles germent toutes, cela donnera 3 000 nouvelles plantes et, par conséquent, la seconde année nous aurons $3\,000 \times 3\,000 = 9\,000\,000$ de plantes.

Il est facile de calculer que la troisième année les descendants de notre unique pavot seront:

$$9\,000\,000 \times 3\,000 = 27\,000\,000\,000,$$

et la quatrième année,

$$27\,000\,000\,000 \times 3\,000 = 81\,000\,000\,000\,000.$$

La cinquième année, les pavots seront à l'étroit sur globe terreste; le nombre de plantes sera en effet égal à:

$$81\,000\,000\,000\,000 \times 3\,000 = \\ = 243\,000\,000\,000\,000\,000.$$

La surface émergée de toute la terre, c'est-à-dire celle des continents et des îles de notre planète n'est que de 135 millions de km² ou 135 000 000 000 000 m², est environ 2 000 fois moins qu'il n'aura poussé de plants de pavots.

Vous voyez donc que si toutes les graines de pavot germaient, la descendance d'une seule plante pourrait en cinq ans couvrir toute la surface de la terre à raison de 2 000 plantes

par m². Voilà quel est le géant numérique qui se cache dans une minuscule graine de pavot!

Faisant un calcul analogue pour une plante donnant moins de graines que le pavot, nous aurions le même résultat ; il faudrait seulement un peu plus de temps pour que sa descendance recouvre la terre. Prenons, par exemple, le pissenlit qui donne annuellement près de 100 graines ; si elles germaient toutes, nous aurions :

la première année		1	plante
la 2-ème	»	100	plantes
la 3-ème	»	10 000	»
la 4-ème	»	1 000 000	»
la 5-ème	»	100 000 000	»
la 6-ème	»	10 000 000 000	»
la 7-ème	»	1 000 000 000 000	»
la 8-ème	»	100 000 000 000 000	»
la 9-ème	»	10 000 000 000 000 000	»

C'est 70 fois de plus qu'il y a de m² toute la terre. Par conséquent, la neuvième année, il y aurait 70 plantes sur chaque m² émergé du globe terrestre.

Pourquoi n'observons-nous pas dans la réalité cette multiplication formidablement rapide? Parce que la majorité des graines périssent sans germer, soit qu'elles tombent sur un sol aride, soit qu'à peine germées elles soient envahies par les plantes adventices ou simplement mangées par les animaux.

Ce qui vient d'être dit est également pour ces derniers. Que la mort n'existe pas et n'importe quel couple animal, à plus ou moins brève échéance envahirait toute la terre. Les armées de sauterelles qui recouvrent totalement des étendues immenses peuvent donner une certaine représentation de ce qu'il adviendrait si la mort n'empêchait pas la multiplication des êtres

vivants. En quelques deux à trois dizaines d'années les continents seraient recouverts de forêts et de steppes inextricables où grouilleraient des millions d'animaux luttant entre eux pour l'espace vital. L'océan serait tellement rempli par les poissons, que toute navigation serait impossible. L'air serait obscurci par d'innombrables oiseaux et insectes.

Pour terminer, nous citerons quelques cas véridiques de multiplication d'animaux placés dans des conditions favorables.

En Amérique, il n'y avait d'abord pas de moineaux. Cet oiseau, si répandu chez nous a été importé aux Etats-Unis dans le but de détruire les insectes nuisibles. Comme on le sait, le moineau mange avec avidité les chenilles et les autres insectes nuisibles des jardins et des potagers. Les moineaux trouvèrent à leur goût leur nouveau domicile. En Amérique il n'y avait pas les carnassiers qui détruisent cet oiseau et les moineaux se multiplièrent à profusion. La quantité d'insectes nuisibles diminua sensiblement, mais les moineaux étaient devenus si nombreux, que par suite d'absence de nourriture, ils se mirent à manger les végétaux et s'attaquèrent aux champs ensemencés *. Il fallut entamer la lutte contre les moineaux: cette lutte coûta tellement cher aux Américains, qu'une loi fut votée pour interdire l'importation d'animaux quels qu'ils soient.

Un second exemple. En Australie, il n'y avait pas de lapins quand les Européens l'ont découverte. Ces rongeurs y ont été importés à la fin du XVIIIe siècle et en l'absence d'animaux féroces ils se multiplièrent extrêmement rapidement. Bientôt, des armées de lapins envahirent

* Dans les îles d'Hawaï ils ont entièrement supplanté les autres petits oiseaux.

toute l'Australie, causant d'énormes dégâts à l'agriculture et provoquant un véritable désastre. Pour lutter contre ce fléau, il fut assigné des sommes énormes et seules des mesures énergiques permirent de limiter les dégâts. A peu près la même chose avec les lapins s'est passée en Californie.

Une troisième histoire instructive a eu pour cadre l'île de la Jamaïque. Il y avait là-bas beaucoup de serpents venimeux. Pour s'en débarrasser, on résolut d'importer le serpentaire, grand destructeur des serpents venimeux. La quantité de ces derniers diminua effectivement, mais les rats d'eau, dévorés auparavant par les serpents, se multiplièrent à foison. Les rats faisaient tant de dégâts aux plantations de canne à sucre, qu'on fut obligé de songer sérieusement à les détruire. Il est connu, que l'ennemi des rats est la mangouste des Indes. On résolut d'importer quatre paires de ces animaux et de les laisser se multiplier librement. Les mangoustes s'acclimatèrent rapidement dans leur nouvelle patrie et très vite envahirent l'île. Il ne passa pas dix ans que presque tous les rats furent détruits. Mais, hélas, ayant mangé tous les rats, les mangoustes s'attaquèrent aux jeunes chiens, porcelets, chevreaux, oiseaux domestiques et leurs œufs. S'étant encore multipliées, elles s'attaquèrent aux arbres fruitiers, aux champs de blé, aux plantations. Les habitants se mirent alors à détruire leurs récents alliés ; mais ils ne purent que limiter les dégâts commis par les mangoustes.

LE DÎNER GRATUIT

10 jeunes gens résolurent de fêter la fin de leurs études secondaires par un repas amical au restaurant. Quand tout le monde se fut assemblé et qu'avait apporté le potage, ils se mirent à

discuter sur la façon de s'asseoir. Les uns proposaient de se placer par ordre alphabétique, les autres suivant l'âge, les troisièmes, suivant les notes obtenues, les quatrièmes, par ordre de taille, etc.

La discussion s'éternisait, le potage refroidissait et personne ne s'asseyait.

Ce fut le maître d'hôtel qui les mit d'accord en leur disant :

— Mes jeunes amis, laissez vos discussions, asseyez-vous n'importe comment et écoutez-moi.

Tous s'assirent et le maître d'hôtel continua :

— Que l'un de vous écrive dans quel ordre vous vous êtes assis aujourd'hui. Demain vous reviendrez ici et vous vous disposerez dans un autre ordre. Après-demain, vous changerez encore de place, et ainsi de suite, jusqu'à ce que toutes les combinaisons possibles soient essayées. Quand reviendra votre tour de vous asseoir comme vous êtes aujourd'hui, je vous promets solennellement de vous servir gratuitement quotidiennement les plats les plus délicats.

Cette proposition plut à tout le monde. Il fut résolu de se rassembler chaque jour dans ce restaurant et d'essayer toutes les combinaisons possibles pour pouvoir commencer à dîner gratuitement.

Cependant, ils ne purent atteindre ce jour. Non parce que le maître d'hôtel n'avait pas tenu parole, mais parce que le nombre de dispositions possibles était trop grand. Il est égal, ni plus, ni moins, à 3 628 800. Un tel nombre de jours correspond comme il est facile de calculer à environ 10 mille ans. Il vous semblera peut-être invraisemblable que 10 personnes puissent se placer d'un si grand nombre de manières. Avant tout, il faut déterminer le nombre de permutations possibles. Pour simplifier, commençons le

calcul avec un petit nombre d'objets : trois. Appelons-les A, B, C.

Nous voulons savoir à combien de permutations de l'un à la place de l'autre peut-on procéder. Raisonnons ainsi : si on met de côté provisoirement l'objet C, les deux autres objets ne peuvent alors être disposés que de deux manières. A présent, ajoutons l'objet C à chacune de ces paires. Nous pouvons le faire trois fois :

1) placer C derrière la paire ;
2) placer C devant la paire ;
3) placer C entre les objets de la paire.

D'autres positions que ces trois sont évidemment impossibles pour C. Comme nous avons deux paires AB et BA, les différents placements des objets seront au nombre de $2 \times 3 = 6$.

Allons plus loin : faisons le calcul pour quatre objets A, B, C, D. Mettons-en un encore de côté, par exemple D, et avec les trois autres faisons toutes les permutations possibles. Nous savons que ce nombre est six. Par combien de façons peut-on unir le quatrième objet à chacune des permutations des trois autres?

Evidemment, on peut :

1) placer D derrière les trois ;
2) placer D devant les trois ;
3) placer D entre le premier et le second objet ;
4) placer D entre le second et le troisième objet.

En tout, nous obtiendrons par conséquent, $6 \times 4 = 24$ permutations. Comme $6 = 2 \times 3$ et $2 = 1 \times 2$, le nombre de toutes les permutations peut être représenté sous la forme du produit $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$.

Raisonnant de même pour le cas de 5 objets, nous apprenons que le nombre de leurs permutations est égal à $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$; pour 6 objets, $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$, etc.

Retournons maintenant à nos 10 jeunes dîneurs. Le nombre de permutations est déterminé, pour celui qui se donne la peine de compter, par le produit $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times \times 9 \times 10$.

On obtient alors le nombre indiqué plus haut : 3 628 800.

Le calcul serait plus compliqué si parmi les dix dîneurs il y avait 5 jeunes filles qui auraient voulu s'asseoir entre les jeunes hommes. Bien que le nombre de permutations soit ici beaucoup moindre, il est un peu plus difficile de le calculer.

Que l'un des jeunes gens s'assied à la table n'importe comment, les quatre autres doivent s'asseoir, en laissant entre eux des chaises vides pour les jeunes filles, de $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = = 24$ manières différentes. Comme il y a dix chaises, le premier jeune homme peut s'asseoir de 10 façons différentes, donc le nombre de toutes les permutations possibles pour les jeunes gens est 240.

De combien de manières peuvent s'asseoir les jeunes filles sur les chaises vides? Evidemment, $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ manières. En combinant chacune des 240 positions des jeunes gens avec chacune des positions des jeunes filles, nous obtenons le nombre de permutations possibles : $240 \times 120 = 28\,800$.

Ce nombre est sensiblement moindre que le précédent et n'exigerait que 79 ans environ. Restés vivants jusqu'à 100 ans, les jeunes dîneurs auraient pu attendre un repas gratuit, sinon de ce maître d'hôtel, du moins, de ses héritiers.

Connaissant le calcul des permutations, nous pouvons déterminer combien de positions peuvent prendre les pions du « jeu des 15 ». Autrement dit, nous pouvons calculer le nombre de problè-

mes que peut nous proposer ce jeu. On comprend facilement que le calcul consiste à déterminer le nombre de permutations de 15 objets. Nous savons que pour cela, il faut multiplier

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \ldots \times 14 \times 15.$$

Le calcul donne le résultat : 1 307 674 365 000, c'est-à-dire plus de un trillion.

De ce nombre formidable de problèmes la moitié est irrésoluble. Il existe donc plus de 600 milliards de positions irrésolubles dans ce jeu. D'où on comprend l'engouement irrésistible pour le « jeu des 15 » ; les gens qui y étaient gagnés ne soupçonnaient pas un si grand nombre de cas irrésolubles. Remarquons, que si l'on pouvait en pensée donner chaque seconde une nouvelle position aux pions pour essayer toutes les possibilités, il faudrait travailler sans arrêt plus de 40 mille ans.

Pour terminer notre conversation sur les permutations, résolvons un problème de la vie de l'école.

Il y a dans une classe 25 écoliers. De combien de manières peut-on les placer derrière les pupitres?

Résoudre ce problème est très simple (pour ceux qui ont compris ce qui a été dit auparavant) ; il suffit de multiplier les 25 nombres suivants : $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times \ldots \times 23 \times 24 \times \times 25$.

Les mathématiques connaissent un grand nombre de procédés pour alléger de nombreux calculs, mais elles ne sachent pas le faire pour des opérations comme celle-ci. Il n'existe pas d'autre procédé de multiplier consciencieusement ces nombres. Ce n'est qu'en réussissant à grouper des multiplicateurs que l'on peut diminuer un peu le temps du calcul. Le résultat est un nombre

de 26 chiffres, dont notre imagination ne peut se représenter la grandeur.

Le voici : 15 511 210 043 330 985 984 000 000.

De tous les nombres immenses que nous avons rencontrés jusqu'ici, c'est sûrement le plus grand et il mérite le droit de s'appeler « immense ». Le total de gouttes d'eau dans les océans et mers de la planète est modeste par rapport à ce nombre grandiose.

AVEC SEPT CHIFFRES

Ecrivez consécutivement sept chiffres de 1 à 7 : 1 2 3 4 5 6 7. Il est facile de les réunir par les signes plus et moins, de manière à obtenir 40 :

$$12 + 34 - 5 + 6 - 7 = 40.$$

Essayez de combiner autrement ces mêmes chiffres pour obtenir 55 au lieu de 40.

NEUF CHIFFRES

Ecrivez consécutivement neuf chiffres : 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Vous pouvez sans changer leur ordre intercaler entre eux les signes plus et moins de manière à ce que le total soit exactement 100.

Il n'est pas difficile, en intercalant les plus et les moins, six fois, d'obtenir 100 de cette manière :

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100.$$

En ne plaçant les plus et les moins que quatre fois, on peut aussi obtenir 100 :

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100.$$

Essayez cependant d'obtenir 100, en n'utilisant les plus et les moins que trois fois seulement.

C'est beaucoup plus difficile. Et cependant c'est possible ; il suffit de chercher avec patience.

AVEC LES DIX CHIFFRES

Exprimez 100 en utilisant tous les dix chiffres.

Par combien de procédés peut-on le faire? Il en existe au moins quatre.

LE UN

Exprimez le un en utilisant tous les 10 chiffres.

AVEC CINQ 2

Vous avez cinq 2 à votre disposition et n'importe quels signes opératoires. Vous devez au moyen de ces seuls chiffres, en les utilisant entièrement exprimer avec les signes opératoires les nombres suivants : 15, 11, 12 321.

ENCORE UNE FOIS AVEC CINQ 2

Peut-on avec cinq 2 exprimer le nombre 28?

AVEC QUATRE 2

Ce problème est plus compliqué que les précédents. Il faut avec quatre 2 exprimer le nombre 111. Est-ce possible?

AVEC CINQ 3

Vous savez sûrement qu'avec cinq 3 et les signes opératoires on peut écrire le nombre 100 ainsi :

$$33 \times 3 + \frac{3}{3} = 100.$$

Mais peut-on écrire le 10 avec cinq 3? Qu'en pensez-vous?

LE NOMBRE 37

Ecrivez de la même manière le nombre 37, en n'utilisant que cinq 3 et les signes opératoires.

PAR QUATRE PROCÉDÉS

Par quatre procédés différents, exprimez 100 avec cinq chiffres identiques.

AVEC QUATRE 3

Il est très facile d'exprimer le nombre 12 avec quatre 3 :

$$12 = 3 + 3 + 3 + 3.$$

Il est un peu plus compliqué d'exprimer de la même manière avec quatre 3 les nombres 15 et 18 :

$$15 = (3 + 3) + (3 \times 3);$$
$$18 = (3 \times 3) + (3 \times 3).$$

Mais s'il vous fallait exprimer de la même manière, toujours avec quatre 3, le nombre 5, vous ne devineriez pas immédiatement que $5 = \frac{3+3}{3} + 3$.

Essayez maintenant vous-même de rechercher les procédés d'exprimer, avec quatre 3, les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (autrement dit, tous les nombres de 1 à 10). La façon d'exprimer le nombre 5 a été montrée.

AVEC QUATRE 4

Si vous êtes venu à bout du problème précédent et vous avez le désir de résoudre de tels casse-tête, essayez de composer tous les nombres de 1 à 10 avec quatre 4. Ce n'est pas plus difficile que d'exprimer ces mêmes nombres avec les 3.

AVEC QUATRE 5

Il faut exprimer le nombre 16 avec quatre 5, en les unissant par des signes opératoires.

Comment faire?

AVEC CINQ 9

Exprimez le nombre 10 avec cinq 9. Indiquez au moins deux façons.

VINGT-QUATRE

Il est très facile d'exprimer le nombre 24 avec trois $8 + 8 + 8$. Ne pouvez-vous faire de même en utilisant non des 8, mais trois autres chiffres identiques? Le problème possède plusieurs solutions.

TRENTE

Il est facile d'exprimer le nombre 30 par trois $5 : 5 \times 5 + 5$.

Il est plus difficile de le faire avec trois autres chiffres identiques. Essayez. Peut-être trouverez-vous plusieurs solutions?

MILLE

Pouvez-vous exprimer le nombre 1000 avec huit chiffres identiques? En plus des chiffres, il est permis d'utiliser les signes opératoires.

COMMENT OBTENIR VINGT?

Vous voyez ici trois nombres écrits l'un au-dessous de l'autre :

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 7 & 7 & 7 \\ 9 & 9 & 9 \end{matrix}$$

Le problème consiste à barrer six chiffres de manière à ce que les chiffres qui resteront forment ensemble le nombre 20.

Pouvez-vous le faire?

BARRER NEUF CHIFFRES

La colonne suivante de 5 lignes comprend 15 chiffres impairs:

1	1	1
3	3	3
5	5	5
7	7	7
9	9	9

Le problème consiste à barrer 9 chiffres en les choisissant de manière à ce qu'en additionnant les colonnes formées par des chiffres qui resteront on obtienne au total 1111.

DANS LA GLACE

Quelle est l'année du siècle dernier qui augmente de 4 fois 1/2, si on la regarde dans la glace?

QUELLE ANNÉE?

Est-ce qu'il y a dans notre siècle une année telle qu'elle ne change pas, si on la met « la tête en bas »?

QUELS NOMBRES?

Quels sont les deux nombres qui en se multipliant donnent 7?

N'oubliez pas qu'ils doivent être entiers et qu'à cause de cela, des réponses, comme 3 1/2 × 2 ou 2 1/3 × 3, ne conviennent pas.

ADDITIONNER ET MULTIPLIER

Quels sont les deux nombres entiers qui additionnés donnent plus que multipliés?

AUTANT

Quels sont les deux nombres entiers qui multipliés donnent autant qu'additionnés?

UN NOMBRE PREMIER PAIR

Vous savez certainement quels sont les nombres qui sont appelés premiers : ce sont ceux qui ne se divisent que par eux-mêmes et par l'unité ; les autres nombres sont des nombres composés.

Croyez-vous que tous les nombres pairs sont composés ou bien il existe des nombres premiers pairs?

TROIS NOMBRES

Quels sont les trois nombres entiers qui donnent autant si on les multiplie que si on les additionne?

L'ADDITION ET LA MULTIPLICATION

Sans aucun doute, vous avez remarqué la curieuse propriété des égalités :

$$2 + 2 = 4,$$
$$2 \times 2 = 4.$$

C'est le seul exemple, quand la somme et le produit de deux nombres entiers égaux sont les mêmes.

Vous ne savez peut-être pas qu'il existe des nombres inégaux qui ont la même propriété,

c'est-à-dire d'avoir une somme égale au total et au produit.

Essayez de trouver des exemples de tels nombres. Pour que vous ne pensiez pas que vos efforts resteront vains, je dois vous dire qu'il y a une grande quantité de tels nombres, mais qu'ils ne sont pas tous des nombres entiers.

LA MULTIPLICATION ET LA DIVISION

Quels sont les deux nombres entiers dont la division du plus grand par le plus petit donne autant que leur produit?

LE NOMBRE À DEUX CHIFFRES

Si un nombre donné de deux chiffres est divisé par la somme de ces chiffres, alors on obtiendra à nouveau la somme des chiffres du dividende.

Trouvez ce nombre.

DIX FOIS PLUS!

Les nombres 12 et 60 ont une curieuse propriété: si on les multiplie entre eux, on obtient exactement 10 fois plus que si on les additionne:

$$12 \times 60 = 720, \qquad 12 + 60 = 72.$$

Essayer de trouver 2 nombres qui ont la même propriété. Et peut-être aurez-vous la chance de trouver encore d'autres?

PAR DEUX CHIFFRES

Quel est le plus petit nombre entier que l'on puisse exprimer avec deux chiffres?

LE PLUS GRAND NOMBRE

Quel est le plus grand nombre que l'on puisse exprimer avec quatre 1?

LES FRACTIONS EXTRAORDINAIRES

Prêtez attention à la fraction $\frac{6729}{13458}$. Elle est écrite avec tous les neuf chiffres. Cette fraction, comme on peut se l'assurer, est égale à $\frac{1}{2}$.

Pouvez-vous de la même façon composer avec ces neuf chiffres les fractions suivantes : $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$?

QUEL EST LE MULTIPLICATEUR?

Un écolier effectua une multiplication ; il effaça ensuite du tableau la plus grande partie des chiffres, il ne resta que la premiere ligne de chiffres et deux chiffres dans la dernière. L'inscription avait cette forme :

$$\begin{array}{r} \times\ 235 \\ ** \\ \hline **** \\ +\ **** \\ \hline **56* \end{array}$$

Pouvez-vous rétablir le multiplicateur?

LES CHIFFRES MANQUANTS

Dans cet exemple de multiplication, plus de la moitié des chiffres est remplacée par des

astérisques :

$$\begin{array}{r} \times\ {*1*} \\ \underline{3*2} \\ {*3*} \\ +\ 3*2* \\ \underline{*2*5} \\ 1*8*30 \end{array}$$

Pouvez-vous rétablir les chiffres manquants?

QUELS NOMBRES?

Voici encore un problème du même genre. On doit rétablir les nombres qui sont multipliés :

$$\begin{array}{r} \times\ {**5} \\ \underline{1**} \\ 2**5 \\ +13*0 \\ \underline{***} \\ 4*77* \end{array}$$

DE DRÔLES DE MULTIPLICATIONS

Voyez un tel cas de miltiplication de deux nombres :

$$48 \times 159 = 7632.$$

Cette multiplication est remarquable par le fait qu'elle contient tous les 9 chiffres, une fois chacun.

Pouvez-vous trouver encore quelques exemples identiques?

S'ils existent, combien y en a-t-il?

UNE DIVISION ÉNIGMATIQUE

Ce qui est représenté ici n'est autre chose qu'une division d'un nombre de plusieurs chif-

fres, dans laquelle tous les chiffres sont représentés par des points :

```
.........|...
..       |-----
-------  |.....
  ....
  ...
  -----
    ...
    ...
    -----
    ....
    ....
```

On ne vous donne aucun chiffre du dividende et du diviseur. On sait seulement que l'avant-dernier chiffre du quotient est 7. On doit déterminer le résultat de cette division.

Tous les nombres sont ici décimaux.

Il ne peut y avoir qu'une réponse à ce problème.

QU'A-T-ON DIVISÉ?

Rétablissez les chiffres manquants dans un tel exemple de division :

```
*2*5* | 325
***   | 1**
-----
*0**
*9**
-----
  *5*
  *5*
-----
```

LA DIVISION PAR 11

Ecrivez un nombre quelconque de 9 chiffres, tous différents, et qui se divise sans reste par 11.

Ecrivez le plus grand de ces nombres.

Ecrivez le plus petit de ces nombres.

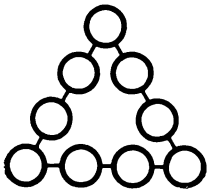


Fig. 233

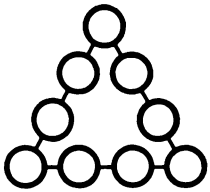


Fig. 234

LE TRIANGLE NUMÉRIQUE

Dans les ronds de ce triangle (fig. 233), placez tous les neuf chiffres (de 1 à 9) de manière à ce que leur somme sur chaque côté du triangle soit égale à 20.

ENCORE LE TRIANGLE NUMÉRIQUE

Placez dans les ronds de ce même triangle (fig. 234) les neuf chiffres de manière à ce que la somme de chaque côté soit égale à 17.

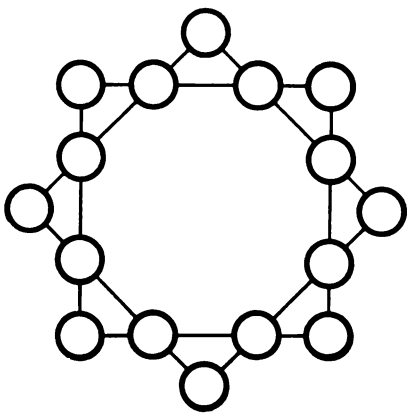


Fig. 235

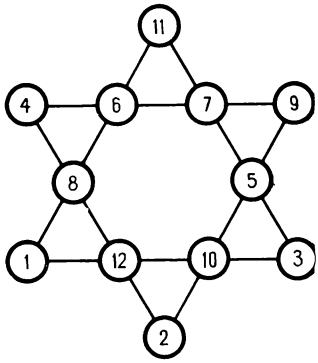


Fig. 236

L'ÉTOILE À HUIT BRANCHES

On doit placer les nombres de 1 à 16 dans les points d'intersection des lignes du dessus de la figure 235, de manière à ce que la somme des nombres sur le côté de chaque carré soit 34, et leur somme sur les sommets de chaque carré soit également 34.

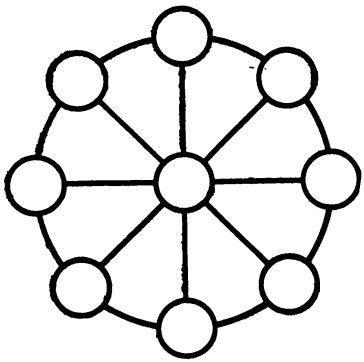


Fig. 237

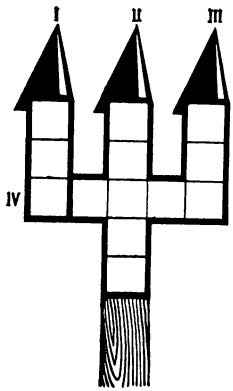


Fig. 238

L'ÉTOILE MAGIQUE

L'étoile numérique à six branches montrée sur la figure 236 possède une propriété magique : les six rangs de nombres y ont tous la même somme :

$$4 + 6 + 7 + 9 = 26, \quad 11 + 6 + 8 + 1 = 26,$$
$$4 + 8 + 12 + 2 = 26, \quad 11 + 7 + 5 + 3 = 26,$$
$$9 + 5 + 10 + 2 = 26, \quad 1 + 12 + 10 + 3 = 26.$$

Mais la somme des nombres disposés sur les sommets de l'étoile, est différente :

$$4 + 11 + 9 + 3 + 2 + 1 = 30.$$

Ne pourriez-vous améliorer cette étoile en plaçant dans les ronds les nombres de manière à ce que non seulement chaque rang donne une somme identique (26), mais que la même somme (26), soit obtenue par les nombres disposés sur les sommets de l'étoile ?

LA ROUE NUMÉRIQUE

Disposez les chiffres de 1 à 9 sur la figure 237 de manière à ce que l'un des chiffres soit au centre du rond, les autres aux extrémités du diamètre, et que la somme de chaque rang de 3 chiffres soit égale à 15.

LE TRIDENT

Il faut disposer dans les carrés du trident représenté sur la figure 238 les nombres de 1 à 13, de manière à ce que la somme des chiffres dans chacun des trois rangs verticaux (I, II, III) et dans le rang horizontal (IV) soit la même.

Essayez de le faire.

AVEC SEPT CHIFFRES

Le problème n'a pas une, mais trois solutions différentes. Les voici :

$$123 + 4 - 5 - 67 = 55;$$
$$1 - 2 - 3 - 4 + 56 + 7 = 55;$$
$$12 - 3 + 45 - 6 + 7 = 55.$$

NEUF CHIFFRES

Voici de quelle façon on peut obtenir 100 avec une rangée de 9 chiffres et trois signes plus et moins :

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100.$$

C'est la seule solution, aucune autre combinaison des neuf chiffres avec les signes employés trois fois ne donne en résultat 100.

Obtenir ce résultat, en utilisant les signes plus et moins, moins de trois fois est impossible.

AVEC LES DIX CHIFFRES

Voici quatre solutions :

$$70 + 24\frac{9}{18} + 5\frac{3}{6} = 100;$$
$$80\frac{27}{54} + 19\frac{3}{6} = 100;$$
$$87 + 9\frac{4}{5} + 3\frac{12}{60} = 100;$$
$$50\frac{1}{2} + 49\frac{38}{76} = 100.$$

LE UN

Il faut représenter le un comme la somme des deux fractions :

$$\frac{148}{296}+\frac{35}{70}=1$$

Ceux qui connaissent l'algèbre, peuvent donner d'autres réponses : $123\,456\,789^0$; $234\,567^{9-8-1}$, etc., car un nombre à la puissance 0 est égal à l'unité.

AVEC CINQ 2

On peut écrire le nombre 15 ainsi :

$$(2+2)^2-\frac{2}{2}=15\,; \qquad \frac{22}{2}+2\times 2=15\,;$$

$$(2\times 2)^2-\frac{2}{2}=15\,; \qquad \frac{22}{2}+2^2 \quad =15\,;$$

$$2^{(2+2)}-\frac{2}{2}=15\,; \qquad \frac{22}{2}+2+2=15.$$

Le nombre 11 :

$$\frac{22}{2}+2-2=11.$$

Le nombre 12321 : à première vue, il semble impossible d'écrire un tel nombre de cinq chiffres avec cinq chiffres identiques. Voici pourtant la solution :

$$\left(\frac{222}{2}\right)^2=111^2=111\times 111=12\,321.$$

ENCORE UNE FOIS AVEC CINQ 2

$$22+2+2+2=28.$$

AVEC QUATRE 2

$$\frac{222}{2}=111.$$

AVEC CINQ 3

Voici la solution du problème :

$$\frac{33}{3} - \frac{3}{3} = 10.$$

Il est remarquable que ce problème pourrait également être résolu absolument de la même manière s'il avait fallu exprimer le nombre 10 non pas avec cinq 3, mais avec cinq 1, cinq 4, cinq 7, cinq 9, c'est-à-dire avec n'importe quels chiffres.

En effet :

$$\frac{11}{1} - \frac{1}{1} = \frac{22}{2} - \frac{2}{2} = \frac{44}{4} - \frac{4}{4} = \frac{99}{9} - \frac{9}{9}, \text{ etc,}$$

Il y a encore d'autres moyens de résoudre ce problème :

$$\frac{3 \times 3 \times 3 + 3}{3} = 10,$$

$$\frac{3^3}{3} + \frac{3}{3} = 10.$$

LE NOMBRE 37

Il y a deux solutions :

$$33 + 3 + \frac{3}{3} = 37;$$

$$\frac{333}{3 \times 3} = 37.$$

PAR QUATRE PROCÉDÉS

Le nombre 100 peut être exprimé par cinq chiffres identiques, en utilisant les 1, 3 et plus simplement les 5 :

$$111 - 11 = 100;$$

$$33 \times 3 + \frac{3}{3} = 100;$$

$$5 \times 5 \times 5 - 5 \times 5 = 100;$$

$$(5 + 5 + 5 + 5) \times 5 = 100.$$

AVEC QUATRE 3

$1 = \frac{33}{33}$ (il y a d'autres moyens) ;

$$2 = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} ;$$

$$3 = \frac{3+3+3}{3} ;$$

$$4 = \frac{3 \times 3 + 3}{3} ;$$

$$6 = (3+3) \times \frac{3}{3} .$$

Nous n'avons indiqué ici que les solutions jusqu'au six, inventez les autres vous-même. De plus, pour celles que nous avons données on peut composer d'autres combinaisons de 3.

AVEC QUATRE 4

$$1 = \frac{44}{44}, \text{ ou } \frac{4+4}{4+4}, \text{ ou } \frac{4 \times 4}{4 \times 4}, \text{ etc.}$$

$$2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4}, \text{ ou } \frac{4 \times 4}{4+4} ;$$

$$3 = \frac{4+4+4}{4}, \text{ ou } \frac{4 \times 4 - 4}{4} ;$$

$$4 = 4 + 4 \times (4 - 4) ;$$

$$5 = \frac{4 \times 4 + 4}{4} ;$$

$$6 = \frac{4+4}{4} + 4 ;$$

$$7 = 4 + 4 - \frac{4}{4}, \text{ ou } \frac{44}{4} - 4 ;$$

$$8 = 4 + 4 + 4 - 4 ; \text{ ou } 4 \times 4 - 4 - 4 ;$$

$$9 = 4 + 4 + \frac{4}{4} ;$$

$$10 = \frac{44 - 4}{4} .$$

AVEC QUATRE 5

Il n'existe qu'un seul moyen :

$$\frac{55}{5} + 5 = 16.$$

AVEC CINQ 9

Il y a deux moyens :

$$9 + \frac{99}{99} = 10,$$

$$\frac{99}{9} - \frac{9}{9} = 10.$$

Ceux qui connaissent l'algèbre peuvent ajouter encore quelques solutions ; par exemple :

$$\left(9\,\frac{9}{9}\right)^{\frac{9}{9}} = 10,$$

$$9 + 99^{9-9} = 10.$$

VINGT-QUATRE

Voici deux solutions :

$$22 + 2 = 24 ; \quad 3^3 - 3 = 24.$$

TRENTE

Nous indiquons trois solutions :

$$6 \times 6 - 6 = 30 ; \quad 3^3 + 3 = 30 ; \quad 33 - 3 = 30.$$

MILLE

$$888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000.$$

COMMENT OBTENIR VINGT?

Voici comment il faut faire (les chiffres barrés sont remplacés par des 0)

$$\begin{array}{c} 011 \\ 000 \\ 009 \end{array}$$

En effet, $11 + 9 = 20$.

BARRER NEUF CHIFFRES

Le problème admet plusieurs solutions. Nous en indiquons quatre, en remplaçant les chiffres barrés par des zéros :

100	111	011	101
000	030	330	303
005	000	000	000
007	070	770	707
999	900	000	000
1111	1111	1111	1111

DANS LA GLACE

Les seuls chiffres qui ne se déforment pas dans la glace sont 1,0 et 8. Donc, l'année cherchée ne peut comporter que ces chiffres. De plus, nous savons, que c'est une des années du XIX siècle, c'est-à-dire que les deux premiers chiffres sont 18.

Il est maintenant facile de comprendre quelle est cette année : 1818. Dans la glace 1818 se transforme en 8181 ; c'est exactement 4 fois 1/2 plus grand que 1818 :

$$1818 \times 4\ 1/2 = 8181.$$

Le problème n'a pas d'autres solutions.

QUELLE ANNÉE?

Il n'y a qu'une seule année qui convienne au XXe siècle: 1961.

QUELS NOMBRES?

La réponse est simple: 1 et 7. Il n'existe pas d'autres nombres.

ADDITIONNER ET MULTIPLIER

De tels nombres sont très nombreux, il y a autant que l'on veut:

$$3 \times 1 = 3; \qquad 3 + 1 = 4;$$
$$10 \times 1 = 10; \qquad 10 + 1 = 11;$$

et, en général, toute paire de nombres formée avec 1.

Ça s'explique par le fait que si on lui additionne 1, le nombre augmente, et si on le multiplie par 1, il reste sans changement.

AUTANT

Ces nombres sont 2 et 2. Il n'y a pas d'autres nombres avec de telles propriétés.

UN NOMBRE PREMIER PAIR

Il existe un seul nombre premier pair: le 2. Il ne se divise que par lui-même (et par l'unité).

TROIS NOMBRES

1, 2 et 3 donnent la même chose à la multiplication et à l'addition:

$$1 + 2 + 3 = 6; \qquad 1 \times 2 \times 3 = 6.$$

L'ADDITION ET LA MULTIPLICATION

Il existe une quantité incalculable de paires de tels nombres. Voici quelques exemples :

$3+1\ 1/2 = 4\ 1/2$,	$3\times 1\ 1/2 = 4\ 1/2$,
$5+1\ 1/4 = 6\ 1/4$,	$5\times 1\ 1/4 = 6\ 1/4$,
$9+1\ 1/8 = 10\ 1/8$,	$9\times 1\ 1/8 = 10\ 1/8$,
$11+1{,}1 = 12{,}1$,	$11\times 1{,}1 = 12{,}1$,
$21+1\ 1/20 = 22\ 1/20$,	$21\times 1\ 1/20 = 22\ 1/20$,
$101+1{,}01 = 102{,}01$,	$101\times 1{,}01 = 102{,}01$, etc.

LA MULTIPLICATION ET LA DIVISION

Il y a beaucoup de tels nombres. Par exemple :

$2:1 = 2$,	$2\times 1 = 2$,
$7:1 = 7$,	$7\times 1 = 7$,
$43:1 = 43$,	$43\times 1 = 43$.

LE NOMBRE À DEUX CHIFFRES

Il est évident que le nombre cherché doit être exactement un carré. Comme parmi les nombres à deux chiffres il y a six carrés, on trouve facilement par élimination la seule solution possible (81) :

$$\frac{81}{8+1} = 8+1.$$

DIX FOIS PLUS

Voici encore quatre paires de tels nombres :

11 et 110 ; 14 et 35 ; 15 et 30 ; 20 et 20.

Effectivement :

$11\times 110 = 1210$;	$11+110 = 121$;
$14\times 35 = 490$;	$14+35 = 49$;
$15\times 30 = 450$;	$15+30 = 45$;
$20\times 20 = 400$;	$20+20 = 40$.

Le problème n'a pas d'autres solutions. Il est assez fastidieux de chercher les solutions à l'aveuglette. La connaissance des éléments de l'algèbre facilite le travail et permet, non seulement de trouver toutes les solutions, mais aussi de constater qu'il n'y a pas plus de cinq solutions du problème.

PAR DEUX CHIFFRES

Le plus petit nombre entier que l'on puisse écrire avec deux chiffres, n'est pas 10, comme le pensent certains lecteurs, mais le 1 exprimé de la manière suivante :

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \text{ etc. jusqu'à } \frac{9}{9}.$$

Ceux qui connaissent l'algèbre y ajouteront :

$$1^0, 2^0, 3^0, 4^0, \text{ etc. jusqu'à } 9^0,$$

parce que tout nombre à la puissance zéro est égal à 1 *.

LE PLUS GRAND NOMBRE

D'habitude à cette question, on répond 1111. Mais ce n'est pas le plus grand, de loin. Beaucoup plus grand (de 250 millions de fois) est un le nombre 11^{11}.

Bien qu'il soit exprimé par quatre 1, il contient plus de 285 milliards de 1!

---

* Les expressions $\frac{0}{0}$ ou 0^0 sont inexactes et n'ont pas de sens.

Le problème possède plusieurs solutions. Voici l'une d'elles :

$$\frac{1}{3}=\frac{5823}{17469}\,; \qquad \frac{1}{4}=\frac{3942}{15768}\,;$$

$$\frac{1}{5}=\frac{2697}{13485}\,; \qquad \frac{1}{6}=\frac{2943}{17658}\,;$$

$$\frac{1}{7}=\frac{2394}{16758}\,; \qquad \frac{1}{8}=\frac{3187}{25496}\,;$$

$$\frac{1}{9}=\frac{6381}{57429}\,.$$

Il existe beaucoup de variantes ; surtout pour la fraction $\frac{1}{8}$ qui peut en avoir 40.

QUEL EST LE MULTIPLICATEUR?

Raisonnons ainsi. Le chiffre 6 est obtenu par l'addition d'une colonne de deux chiffres, dont le chiffre du bas peut être soit 0, soit 5. Si c'est 0, celui du haut est un 6. Mais peut-il être égal à 6? Essayons. Il se trouve que quel que soit le second chiffre du multiplicateur, on n'obtient en aucun cas 6 à l'avant-dernière place de la première multiplication partielle. Donc, le chiffre inférieur de l'avant-dernière colonne doit être 5 ; au-dessus se trouve alors un 1.

A présent il est facile de rétablir les chiffres effacés :

$$\begin{array}{rr} & 235 \\ \times & ** \\ \hline & **1* \\ + & \\ & ***5 \\ \hline & **56* \end{array}$$

Le dernier chiffre du multiplicateur doit être supérieur à 4, autrement le premier produit partiel ne se composera pas de quatre chiffres. Ce ne peut pas être 5 puisque ainsi on n'obtient pas 1 à l'avant-dernier chiffre. Essayons le 6; il convient. Nous avons alors:

$$\begin{array}{r} 235 \\ \times \quad *6 \\ \hline 1410 \\ + \; ***5 \\ \hline **560 \end{array}$$

En raisonnant de la même manière, nous trouvons que le multiplicateur est égal à 96.

LES CHIFFRES MANQUANTS

Les chiffres manquants se rétablissent peu à peu, si l'on suit les raisonnements suivants.

Pour la commodité, numérotons les lignes:

$$\begin{array}{rrl} & *1* & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{I} \\ \times & 3*2 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{II} \\ \hline & *3* & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{III} \\ & 3*2* & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{IV} \\ + & & \\ & *2*5 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{V} \\ \hline & 1*8*30 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{VI} \end{array}$$

Il est facile de comprendre que le dernier astérisque dans la ligne III est un 0, parce que 0 se trouve à la fin de la ligne VI.

On détermine alors la valeur du dernier astérisque de la ligne I: c'est un chiffre qui, multiplié par 2, donne un nombre se terminant par 0, et multiplié par 3, un nombre se terminant par 5 (ligne V). Ce chiffre ne peut être que 5.

Il est facile de deviner ce qui se cache sous l'astérisque de la ligne II : c'est un 8, parce que ce n'est que multiplié par 8, que le nombre 15 donne un résultat se terminant par 20 (ligne IV).

Enfin, la valeur du premier astérisque de la ligne I devient claire : c'est 4, parce qu'il n'y a que 4 qui miltiplié par 8, donne un résultat commençant par 3 (ligne IV).

Trouver les autres chiffres inconnus ne présente plus de difficultés ; il suffit de multiplier les nombres des deux premières lignes, que l'on a déjà déterminés.

En résultat, nous obtenons une telle multiplication :

$$\begin{array}{r} 415 \\ \times\ 382 \\ \hline 830 \\ +\ 3320 \\ 1245 \\ \hline 158530 \end{array}$$

QUELS NOMBRES?

Avec les raisonnements déjà utilisés (voir ci-dessus), nous trouvons la valeur des astérisques.

Nous obtenons :

$$\begin{array}{r} 325 \\ \times\ 147 \\ \hline 2275 \\ +\ 1300 \\ 325 \\ \hline 47775 \end{array}$$

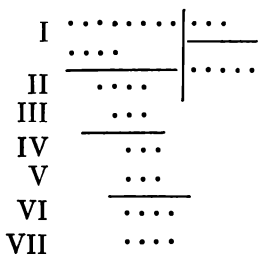
DE DRÔLES DE MULTIPLICATIONS

Le lecteur patient peut trouver neuf cas de telles multiplications. Les voici :

$12 \times 483 = 5796$,	$48 \times 159 = 7632$,
$42 \times 138 = 5796$,	$28 \times 157 = 4396$,
$18 \times 297 = 5346$,	$4 \times 1738 = 6952$,
$27 \times 198 = 5346$,	$4 \times 1963 = 7852$.
$39 \times 186 = 7254$,	

UNE DIVISION ÉNIGMATIQUE

Pour la commodité, numérotons les rangs de points de la façon suivante :



En examinant le rang II, nous concluons, que le second chiffre du quotient est 0 ; il nous a fallu en effet rapporter successivement deux chiffres du dividende. Désignons l'ensemble du diviseur par x. Les rangs IV et V montrent que le nombre $7x$ (produit de l'avant-dernier chiffre du quotient sur le diviseur), étant soustrait d'un nombre n'excédant pas 999, donne une différence, d'au moins 100. Il est clair que $7x$ ne peut dépasser 999-100, c'est-à-dire 899, d'où x n'est pas supérieur à 128.

Ensuite nous voyons que le nombre du rang III est supérieur à 900, autrement quand on l'a soustrait d'un nombre à quatre chiffres, on n'aurait pas obtenu un reste de deux chiffres. Mais alors le troisième chiffre du quotient doit être supérieur à 900 : 128, c'est-à-dire à 7,03 et, donc, égal soit à 8, soit à 9. Comme les nombres des rangs I et VII sont à quatre chiffres, il est évident, que le troisième chiffre du quotient est 8 et de dernier, 9.

Le problème est ainsi reçu, car le quotient est trouvé : 90879.

Il n'y a aucune nécessité d'aller plus loin et de chercher le dividende et le diviseur. Le problème ne consistait qu'à trouver le résultat de la division, c'est-à-dire le quotient. Le problème n'exige pas de déchiffrer toute l'inscription. Cela dit, il existe 11 paires de nombres satisfaisant à la division, selon cette disposition des points, qui donne le chiffre 7 à la quatrième place du quotient.

Voici ces nombres :

$$\left.\begin{array}{l}
10360206:114 \\
10451085:115 \\
10541964:116 \\
10632843:117 \\
10723722:118 \\
10814601:119 \\
10905480:120 \\
10996359:121 \\
11087238:122 \\
11178117:123 \\
11268996:124
\end{array}\right\} = 90879.$$

QU'A-T-ON DIVISÉ?

Voici la division cherchée:

$$\begin{array}{r|l} 52650 & 325 \\ \cline{2-2} -\underline{325} & 162 \\ 2015 & \\ -\underline{1950} & \\ 650 & \\ -\underline{650} & \end{array}$$

LA DIVISION PAR 11

Pour résoudre ce problème, il faut connaître l'indice de la divisibilité par 11. Un nombre se divise par 11, si la différence entre la somme des chiffres se trouvant aux rangs pairs et la somme des chiffres se trouvant aux rangs impairs, se divise par 11 ou est égale à zéro.

Essayons par exemple, le nombre 23 658 904.

La somme des chiffres des rangs pairs est:

$$3 + 5 + 9 + 4 = 21.$$

La somme des chiffres des rangs impairs est:

$$2 + 6 + 8 + 0 = 16.$$

Leur différence (on doit retrancher le plus petit nombre du plus grand) est:

$$21 - 16 = 5.$$

Cette différence (5) ne se divise pas par 11, donc, le nombre pris ne se divise pas sans reste par 11.

Essayons un autre nombre, 7 344 535:

$$3 + 4 + 3 = 10;$$
$$7 + 4 + 5 + 5 = 21;$$
$$21 - 10 = 11.$$

11 se divise par 11; le nombre essayé se divise donc par 11. A présent, il est facile de comprendre dans quel ordre il faut écrire les neuf chiffres, pour obtenir un nombre multiple de 11 et satisfaisant aux conditions du problème.

Voici un exemple: 352 049 786.

Essayons:

$$3 + 2 + 4 + 7 + 6 = 22,$$
$$5 + 0 + 9 + 8 = 22.$$

La différence $22 - 22 = 0$, donc le nombre écrit par nous est multiple de 11.

Le plus grand de ces nombres est: 987 652 413.

Le plus petit: 102 347 586.

LE TRIANGLE NUMÉRIQUE

La solution est montrée sur la figure 239. Les chiffres situés au milieu de chaque rang peuvent être permutés et ainsi on peut obtenir encore d'autres solutions.

ENCORE UN TRIANGLE NUMÉRIQUE

La solution est montrée sur la figure 240. Les chiffres moyens de chaque rang peuvent être permutés ce qui permet d'obtenir encore d'autres solutions.

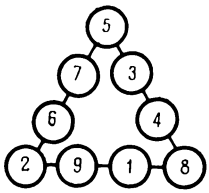


Fig. 239

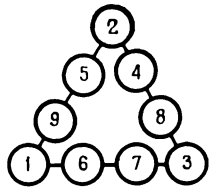


Fig. 240

La solution est indiquée sur la figure 241.

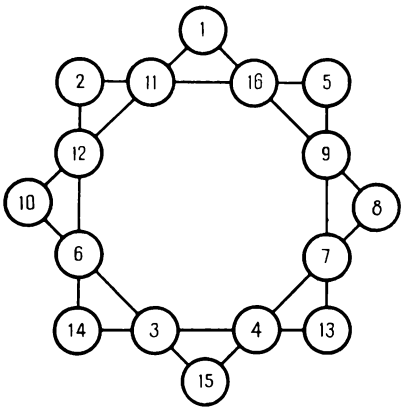


Fig. 241

L'ÉTOILE MAGIQUE

Pour se faciliter la recherche de la disposition nécessaire des chiffres, nous nous guiderons sur les considérations suivantes.

La somme des nombres sur les sommets de l'étoile est égale à 26; la somme de tous les nombres de l'étoile est 78. Donc, la somme des nombres de l'hexagone intérieur est égale à $78 - 26 = 52$.

Examinons maintenant un des grands triangles. La somme des nombres de chacun de ses côtés est égale à 26; additionnons les nombres des trois côtés, nous obtiendrons $26 \times 3 = 78$; chacun des nombres se trouvant sur les angles est ainsi compté deux fois. Comme la somme des nombres de l'hexagone intérieur doit, comme nous le savons, être égale à 52, la somme doublée

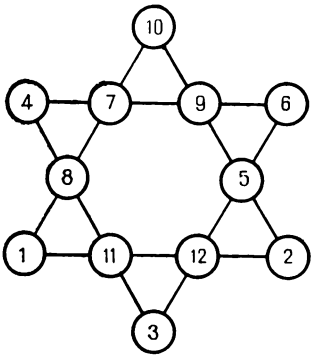


Fig. 242

des nombres sur les sommets de chaque triangle est donc égale à 78 — 52 = 26 ; la somme simple est égale à 13.

Le champ de nos recherches s'est maintenant sensiblement rétreci. Nous savons, par exemple que ni 11, ni 12 ne peuvent occuper les sommets de l'étoile (pourquoi?). Donc, on doit commencer à essayer le 10 ; ainsi il se détermine de suite les

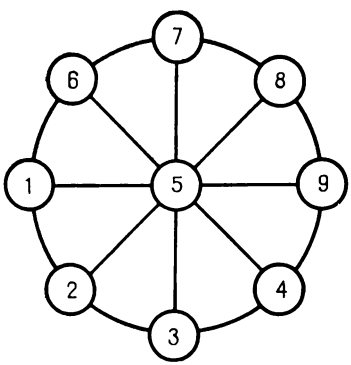


Fig. 243

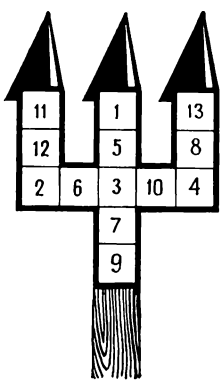


Fig. 244

nombres qui doivent occuper les autres sommets du triangle : 1 et 2.

En poursuivant de cette façon, nous trouvons enfin la disposition exigée telle qu'elle est sur la figure 242.

LA ROUE NUMÉRIQUE

La solution est indiquée sur la figure 243.

LE TRIDENT

Voici la disposition exigée des nombres (fig. 244). La somme des nombres dans chaque rang est égale à 25.

LA MULTIPLICATION SIMPLE

Si vous ne vous souvenez pas très fidèlement de la multiplication par 9, vos propres doigts peuvent vous tirer d'affaire.

Posez les deux mains sur la table. Vos 10 doigts vous serviront de machine à calculer.

Miltipliez 4 par 9.

Le quatrième doigt vous donne la réponse: à sa gauche il y a 3 doigts et à sa droite, 6; lisez: 36, donc, $4 \times 9 = 36$.

Autre exemple: que font 7×9? Prenez le septième doigt. A sa gauche, il y a 6 doigts, à sa droite, 3. La réponse est 63.

Et 9×9? Prenez le neuvième doigt. A sa gauche, il y a 8 doigts, à sa droite, un seul doigt. La réponse est 81.

Cette machine à calculer humaine vous aidera à vous rappeller à quoi est égal 6×9, à ne pas confondre 54 et 56. Le sixième doigt a à sa gauche 5 doigts et à sa droite, 4; la réponse est donc $6 \times 9 = 54$.

LES HIRONDELLES ET LES BÂTONS

(problème populaire)

Sont arrivées les hirondelles,
Se sont posées sur les bâtons.
Si sur chaque bâton
Se pose une hirondelle,
Pour l'une d'elles
Pas de bâton.
Si sur chaque bâton
Se posent deux hirondelles,
Un des bâtons

Sera sans elles,
Combien y a-t-il d'hirondelles?
Combien y a-t-il de bâtons?

FRÈRES ET SŒURS

J'ai autant de frères que de sœurs. Ma sœur a deux fois moins de sœurs que de frères. Combien sommes-nous?

COMBIEN D'ENFANTS

J'ai six fils. Chaque fils a une sœur. Combien ai-je d'enfants?

LE DÉJEUNER

Deux pères et deux fils ont mangé au déjeuner trois œufs; chacun d'eux a mangé un œuf entier. Comment expliquez-vous cela?

TROIS QUARTS D'HOMME

« Combien y a-t-il d'hommes dans ton équipe?» A cette question, son chef a répondu d'une manière assez compliquée:

— Nous avons peu de monde: trois quarts de nous et encore trois quarts d'homme.

Pouvez-vous deviner de combien d'hommes se compose l'équipe?

QUELS ÂGES ONT-ILS?

— Dis, grand-père, quel est l'âge de ton fils?

— Il a autant de semaines que mon petit-fils a de jours.

— Et quel âge a ton petit-fils?

— Il a autant de mois que j'ai d'années.

— Et toi, quel âge as-tu?

— A nous trois nous avons 100 ans. Devine quel est l'âge de chacun?

QUI EST LE PLUS ÂGÉ?

Dans deux ans mon garçon sera deux fois plus âgé qu'il était il y a deux ans. Ma fille dans trois ans sera trois fois plus âgée qu'il y a trois ans.

Qui est le plus âgé, le garçon ou la petite fille?

L'ÂGE DE MON FILS

Maintenant, mon fils est trois fois plus jeune que moi. Mais il y a cinq ans, il était cinq fois plus jeune que moi.

Quel est son âge?

LE CASSE-TÊTE

On demande à un amateur de casse-tête quel âge a-t-il. La réponse est compliquée.

— Prenez trois fois mon âge dans trois ans et retranchez trois fois celui que j'avais il y a trois ans; vous obtiendrez exactement mon âge.

Quel âge a-t-il à présent?

TROIS FILLES ET DEUX FILS

Un oncle rend visite à ses deux neveux et à ses trois nièces qu'il n'avait pas vu depuis longtemps.

Le petit Jean et sa sœur Julie vinrent les premiers à sa rencontre. Le garçonnet dit avec fierté à son oncle qu'il était deux fois plus âgé

que sa sœur. Ensuite accourut Nadine. Leur père dit alors que les deux fillettes ensemble étaient deux fois plus âgées que le garçonnet.

Quand Alexis revint de l'école, le père indiqua que les deux garçons ensemble étaient deux fois plus âgés que les deux fillettes ensemble.

Un peu plus tard rentra Lydie. En voyant le visiteur elle s'exclama joyeusement :

— Mon oncle, vous arrivez juste le jour de mon anniversaire. J'ai aujourd'hui 21 ans.

— Et, savez-vous, ajouta le père, je viens de me rappeler que mes trois filles ensemble étaient deux fois plus âgées que mes deux fils.

Quel est l'âge de chacun des enfants?

LES SYNDIQUÉS

Une conversation dans le tramway entre deux passagers :

— Tu es donc syndiqué depuis deux fois plus de temps que moi?

— Oui, exactement deux fois.

— Je me rappelle pourtant que tu me disais avant que tu l'étais depuis trois fois plus de temps.

— Trois fois, c'était il y a deux ans. Maintenant c'est seulement deux fois.

Depuis combien d'années, chacun d'eux est syndiqué?

COMBIEN DE PARTIES?

Trois personnes jouent aux dames. En tout, il a été joué trois parties. Combien chacune de ces personnes a joué de parties?

L'ESCARGOT

Un escargot décida de grimper au somm t d'un arbre de 15 m de haut. Chaque jour il montait de 5 m, mais la nuit, pendant son sommeil, il descendait de 4 m.

En combien de jours il atteindra le sommet de l'arbre?

EN TRAIN ET EN CHARIOT

Un paysan se rendit en ville. Il fit la moitié du chemin en train, soit 15 fois plus vite qu'à pied. Cependant il dut faire l'autre moitié dans un chariot traîné par des bœufs, soit deux fois plus lentement qu'à pied.

Il a été plus vite que s'il avait marché à pied. Mais de combien?

EN VÉLO

De la ville au village la route est accidentée. D'abord 8 km de montée et ensuite 24 km de descente. Michel se rendit en ville en vélo sans s'arrêter. Il mit 2 h 50 mn. Il revint également en vélo sans s'arrêter, mais il mit 4 h 30 mn.

Quelle était la vitesse de Michel en montée et en descente?

LES DEUX ÉCOLIERS

— Donne-moi une pomme et j'en aurai deux fois plus que toi, dit un écolier à un autre.

— Ce n'est pas juste. Donne-m'en plutôt une et alors nous en aurons également, répondit son camarade.

Pouvez-vous dire, combien chaque écolier avait de pommes?

LE PRIX DE LA RELIURE

Voici un problème simple, à la résolution duquel beaucoup de personnes se trompent. Un livre relié coûte 2 roubles 50 kopecks. Le livre coûte 2 roubles de plus que la reliure.

Combien coûte la reliure?

LE PRIX DE LA BOUCLE

Un ceinturon avec sa boucle coûte 68 kopecks. Le ceinturon coûte 60 kopecks de plus que la boucle.

Combien coûte la boucle?

LES TONNELETS DE MIEL

Dans un entrepôt, il reste sept tonnelets pleins de miel, sept tonnelets à moitié remplis de miel et sept tonnelets vides. Tout ceci a été acheté par 3 coopératives, entre lesquelles on doit répartir également le miel et les tonnelets.

On demande: comment effectuer le partage sans transvaser le miel d'un tonnelet dans un autre?

LES CHATONS DE MICHEL

Michel ne peut pas voir un chaton abandonné, sans l'emporter chez lui. Il élève ainsi plusieurs chatons. Mais de peur des moqueries il n'aimait pas dire à ses camarades combien il en avait. Et quand on lui demandait, combien il avait de chatons, il répondait:

— Pas beaucoup. Les trois quarts de leur nombre et encore 3/4 d'un chaton. C'est tout ce que j'ai.

Ses camarades croyaient qu'il plaisantait; Michel leur posait pourtant un problème facile à résoudre.

Essayez!

LES TIMBRES-POSTE

Une personne a acheté pour 5 roubles de timbres de valeur di férente: 50 kopecks, 10 kopecks et 1 kopeck, soit en tout 100 timbres.

Pouvez-vous di e combien cette personne a acheté de timbres de chaque valeur?

COMBIEN DE PIÈCES DE MONNAIE?

Une personne reçut la monnaie de ses achats — 4 roubles 65 kopecks en pièces de 1 rouble, 10 kopecks et 1 kopeck. On lui rendit en tout 42 pièces.

Combien de pièces de chaque valeur a-t-elle reçu?

Combien de solutions comporte ce problème?

LES CHAUSSETTES ET LES GANTS

Dans une boîte se trouvent 10 paires de chaussettes brunes et 10 paires de chaussettes noires; dans une autre boîte, 10 paires de gants bruns et 10 paires de gants noirs.

Combien suffit-il de prendre de chaussettes et combien de gants dans chaque boîte pour tirer une paire quelconque de chaussettes et de gants?

LE VER DES LIVRES

Il existe des insectes qui rongent les feuilles des livres et qui se frayent un passage à travers toute l'épaisseur du livre. Un tel ver des livres

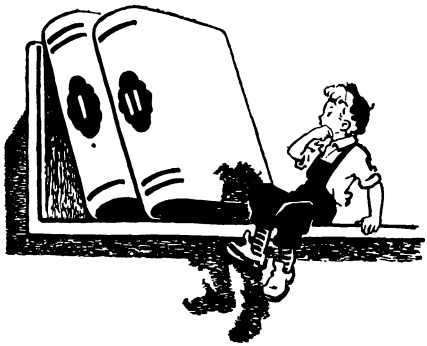


Fig. 245

s'est rongé un passage de la première page du premier volume jusqu'à la dernière du second volume. (Les deux volumes sont l'un à côté de l'autre comme sur le dessin.)

Chaque volume a 800 pages.

Combien de pages a rongé le ver?

Le problème n'est pas difficile, mais tout de même pas aussi simple que vous ne le croyez.

ARAIGNÉES ET SCARABÉES

Un écolier a rassemblé dans une boîte des araignées et des scarabées. Il y a en tout huit insectes et 54 pattes.

Combien la boîte contient-elle d'araignées et combien de scarabées?

SEPT AMIS

Un homme avait sept amis. Le premier lui rendait visite chaque soir, le second, un soir sur deux, le troisième, un soir sur trois, le qua-

trième, un soir sur quatre, etc., jusqu'au septième, qui venait une fois par semaine.

Arrivait-il souvent que les sept amis se rassemblent chez leur hôte un même soir?

RÉPONSES

LES HIRONDELLES ET LES BÂTONS

Cet ancien problème populaire se résout ainsi : demandons-nous combien il aurait fallu d'hirondelles de plus que la première fois pour occuper les places sur les bâtons, la seconde fois? Il est facile de le comprendre : dans le premier cas, il n'y avait pas de place pour une hirondelle, dans le second, toutes les hirondelles s'étaient posées et il en manquait encore deux. Donc, pour occuper toutes les places la seconde fois, il aurait fallu avoir 1 + 2, c'est-à-dire 3 hirondelles de plus que la 1-ère fois. Il se pose sur chaque bâton un oiseau de plus. Donc, il est clair qu'il y a trois bâtons. Sur chaque bâton, mettons un oiseau et ajoutons-en un ; nous aurons ainsi le nombre d'oiseaux : quatre.

Ainsi, la réponse à la question du problème est : quatre hirondelles et trois bâtons.

FRÈRES ET SŒURS

En tout, sept : quatre frères et trois sœurs. Chaque frère a trois sœurs et chaque sœur a quatre frères et deux sœurs.

COMBIEN D'ENFANTS?

En tout, sept enfants : six fils et une fille ; (on répond souvent qu'il y en a 12, mais dans ce cas chaque fils aura six sœurs au lieu d'une).

LE DÉJEUNER

C'est très simple. A table il n'y avait pas quatre personnes, mais seulement trois : le grand-père, son fils et son petit-fils. Le grand-père et le fils sont des pères, le fils et le petit-fils sont des fils.

TROIS QUARTS D'HOMME

Nous savons que les 3/4 de l'équipe et encore 3/4 d'homme forment toute l'équipe. Donc, ces 3/4 d'homme sont le 1/4 manquant de l'équipe. Il est facile de comprendre que toute l'équipe est quatre fois plus grande que 3/4 d'homme, c'est-à-dire qu'elle se compose de 3 hommes.

QUELS ÂGES ONT-ILS?

Il est facile de calculer l'âge de chacun. Il est clair que le fils est plus âgé que le petit-fils de sept fois et le grand-père, de 12 fois. Si le petit-fils avait 1 an, alors le fils aurait sept ans, le grand-père, 12 ans, et tous les trois ensemble, 20 ans, soit cinq fois moins qu'ils n'ont réellement. Le petit-fils a donc cinq ans, le fils, 35, et le grand-père, 60.

Vérifions : $5 + 35 + 60 = 100$.

QUI EST LE PLUS ÂGÉ?

Aucun d'eux n'est plus âgé que l'autre : il sont jumeaux et chacun a présentement six ans.

On trouve leur âge par un calcul simple : dans deux ans le garçon sera de quatre ans plus âgé qu'il ne l'était il y a deux ans ; et avec cela il sera deux fois plus âgé ; donc, il y a deux ans

il avait quatre ans ; par conséquent, il a en ce moment $4 + 2 = 6$ ans.

La fillette est du même âge.

L'ÂGE DE MON FILS

Si le fils est en ce moment trois fois plus jeune que le père, cela signifie que le père est plus vieux que son fils du double de son âge. Il y a cinq ans le père était toujours bien sûr plus âgé que le fils du double de l'âge actuel du fils. D'un autre côté, comme le père était alors quatre fois plus âgé que le fils, leur différence était de trois fois l'âge que le fils avait à ce moment. Par conséquent, le double de l'âge actuel du fils est égal au triple de son âge il y a 5 ans, ou, ce qui revient au même, le fils est à présent 1 fois 1/2 plus âgé qu'il n'était il y a cinq ans. Il est facile d'en déduire que la moitié de l'âge passé du fils est cinq ans ; il y a cinq ans le fils avait donc 10 ans et maintenant il en a 15.

Ainsi, le fils a maintenant 15 ans, le père 45. Il y a cinq ans, le père avait 40 ans et le fils 10, c'est-à-dire quatre fois moins.

LE CASSE-TÊTE

La solution arithmétique est assez embrouillée, mais le problème se résout facilement, si l'on recourt aux services de l'algèbre et si l'on compose une équation. Désignons par x le nombre d'années que l'on cherche. L'âge au bout de trois ans sera $x + 3$ et celui il y a trois ans, $x - 3$. Nous avons alors l'équation :

$$3(x + 3) - 3(x - 3) = x.$$

Résolvons-la, nous obtenons $x = 18$. L'âge actuel de l'amateur de casse-tête est 18 ans.

Vérifions : dans trois ans, il aura 21 ans, il y a trois ans il avait 15 ans. La différence entre 3 fois son âge actuel et 3 fois son âge passé est de

$$3 \times 21 - 3 \times 15 = 63 - 45 = 18.$$

Elle est égale à l'âge présent de l'amateur de casse-tête.

TROIS FILLES ET DEUX FILS

Nous savons que Jean est deux fois plus âgé que Julie et que Nadine et Julie sont ensemble deux fois plus âgées que Jean. Donc, Nadine et Julie le sont ensemble quatre fois plus que Julie. On en déduit directement que Nadine est plus âgée que Julie de trois fois.

Ensuite nous savons que la somme des âges d'Alexis et de Jean est deux fois plus grande que celle des âges de Nadine et de Julie. Mais l'âge de Jean est le double de celui de Julie, et ceux de Nadine et de Julie pris ensemble sont le quadruple de celui de Julie. Par conséquent, l'âge d'Alexis plus le double de celui de Julie sont égaux 8 fois l'âge de Julie. C'est-à-dire qu'Alexis est six fois plus âgé que Julie.

Enfin, nous savons que la somme des âges de Lydie, de Nadine et de Julie est égale à la somme des âges de Jean et d'Alexis.

Ayant devant les yeux le tableau suivant :

Lydie — 21 ans,
Nadine — trois fois plus âgée que Julie,
Jean — deux fois plus âgé que Julie,
Alexis — six fois plus âgé que Julie,

nous pouvons dire que 21 ans plus le triple de l'âge de Julie, plus son âge sont égaux au quadruple de son âge plus 12 fois son âge,

Ou bien : 21 ans plus 4 fois l'âge de Julie sont égaux 16 fois l'âge de Julie.

Donc, 21 ans sont égaux 12 fois l'âge de Julie et, par conséquent, Julie a 21/12 = 1 an 3/4.

Maintenant il est facile de trouver que Jean a 3 ans 1/2, Nadine, 5 ans 1/4, et Alexis, 10 ans 1/2.

LES SYNDIQUÉS

L'un est membre du syndicat depuis huit ans, l'autre depuis quatre ans. Il y a deux ans le premier l'était depuis six ans, le second, deux ans, c'est-à-dire trois fois moindre (le problème se résout facilement à l'aide d'une équation).

COMBIEN DE PARTIES?

Ordinairement, on répond que chacun a joué une fois, sans penser que trois personnes (et n'importe quel nombre impair de personnes) ne peuvent en aucun cas jouer chacune une seule fois : avec qui en effet jouera le troisième joueur? Dans chaque partie il doit y avoir deux partenaires. Si *A*, *B* et *C* jouaient et il y avait trois parties alors cela veut dire, que

A jouait avec *B*
A, avec *C*
B, avec *C*.

Il est facile de voir que chacun jouait non pas une fois, mais deux :

A jouait avec *B* et *C*
B, avec *A* et *C*
C, avec *A* et *B*.

La réponse exacte de ce casse-tête est donc : chacun des trois a joué deux fois, bien qu'il n'ait été joué que trois parties.

L'ESCARGOT

Dans 10 jours et une journée. Pendant les dix premiers jours l'escargot s'élevera de 10 m à raison d'un mètre par jour ; la journée suivante, il grimpera encore de 5 m, c'est-à-dire atteindra le sommet de l'arbre (ordinairement, la mauvaise réponse est : 15 jours).

EN TRAIN ET EN CHARIOT

Le paysan n'a pas gagné de temps, mais en a au contraire perdu. Il a fait la seconde moitié du chemin en autant de temps qu'il aurait fallu pour faire tout le chemin jusqu'à la ville à pied.

Il a perdu 1/15 du temps qu'il faut pour franchir à pied la moitié du chemin.

EN VÉLO

La solution de ce problème est la suivante :
24 km en montée et 8 km en descente : 4 h 30 mn.
8 km en montée et 24 km en descente : 2 h 50 mn.
En multipliant la seconde ligne par trois, nous avons :
24 km en montée et 72 km en descente : 8 h 30 mn.
D'où il est clair que 72 moins 8, c'est-à-dire 64 km en descente sont parcourus par le cycliste en 8 h 30 mn moins 4 h 30 mn, c'est-à-dire en 4 heures. Par conséquent, sa vitesse en descente est de 64 : 4 = 16 km à l'heure.

De la même manière nous trouvons, qu'en montée, sa vitesse est de 6 km à l'heure. Il est facile de vérifier la justesse des réponses.

LES DEUX ÉCOLIERS

Si le don d'une pomme égalise le nombre des pommes chez les deux écoliers, c'est que l'un d'eux en avait deux de plus que l'autre. Si du

plus petit nombre on retranche une pomme et qu'on l'ajoute au plus grand, la différence augmente encore de deux et devient égale à quatre. Nous savons qu'alors le plus grand nombre sera égal au double du plus petit. Donc, le plus petit nombre sera alors 4 et le plus grand, 8. Avant le don d'une pomme un des écoliers avait $8 - 1 = 7$, et l'autre, $4 + 1 = 5$ pommes.

Vérifions si les nombres deviennent égaux si l'on retranche du plus grand une pomme et qu'on l'ajoute au plus petit :

$$7 - 1 = 6; \quad 5 + 1 = 6.$$

Ainsi, l'un des écoliers avait 7 pommes, et l'autre, 5.

LE PRIX DE LA RELIURE

Ordinairement, on répond sans réfléchir que la reliure coûte 50 kopecks.

Mais le livre coûterait alors 2 roubles, c'est-à-dire qu'il serait plus cher que la reliure de 1 rouble 50 kopecks seulement.

La réponse juste est : le prix de la reliure est de 25 kopecks, le prix du livre, 2 roubles 25 kopecks ; alors le livre coûte plus cher que la reliure exactement de 2 roubles.

LE PRIX DE LA BOUCLE

Vous avez probablement trouvé que la boucle coûte 8 kopecks. Si c'est le cas, vous vous êtes trompé, car le ceinturon coûterait plus cher que la boucle non de 60 kopecks, mais de 52 seulement.

La réponse juste est : le prix de la boucle est de 4 kopecks, le ceinturon coûte alors $68 - 4 = 64$ kopecks, c'est-à-dire 60 kopecks de plus que la boucle.

LES TONNELETS DE MIEL

Le problème se résout facilement si l'on réfléchit que dans les 21 tonnelets achetés il y en avait 7 + 3 1/2, c'est-à-dire 10 1/2 de miel.

Donc, chaque coopérative doit recevoir sept tonnelets et le contenu en miel de 3 tonnelets 1/2.

Le partage peut être fait de deux manières. De la première, les coopératives reçoivent :

1-ère coopérative	3 pleins 1 à moitié plein 3 vides	Au total : 3 tonnelets 1/2 de miel
2-ième coopérative	2 pleins 3 à moitié pleins 2 vides	Au total: 3 tonnelets 1/2 de miel
3-ième coopérative	2 pleins 3 à moitié pleins 2 vides	Au total : 3 tonnelets 1/2 de miel

De la seconde manière, les coopératives reçoivent :

1-ère coopérative	3 pleins 1 à moitié plein 3 vides	Au total : 3 tonnelets 1/2 de miel
2-ième coopérative	3 pleins 1 à moitié plein 3 vides	Au total : 3 tonnelets 1/2 de miel
3-ième coopérative	1 plein 5 à moitié pleins 1 vide	Au total : 3 tonnelets 1/2 de miel

LES CHATONS DE MICHEL

Il est facile de comprendre que les 3/4 d'un chaton sont le quart de tous les chatons.

Donc, il y a quatre fois plus que 3/4 de chatons, c'est-à-dire qu'il y en a 3. En effet, 3/4 de 3 font 2 1/4 et il reste 3/4 de chaton.

LES TIMBRES-POSTE

Il n'y a qu'une solution à ce problème. La personne a acheté :

Timbres de 50 kopecks	1,
Timbres de 10 kopecks	39,
Timbres de 1 kopeck	60.

Effectivement, il y a en tout 1 + 39 + 60 = = 100 timbres. Et ils coûtent 50 + 39 + 60 = = 500 kopecks ou 5 roubles.

COMBIEN DE PIÈCES DE MONNAIE?

Le problème comporte quatre solutions. Les voici :

	Solution I	Solution II	Solution III	Solution IV
Pièces de 1 rouble	1	2	3	4
Pièces de 10 kopecks	36	25	14	3
Pièces de 1 kopeck	5	15	25	35
Total des pièces de monnaie	42	42	42	42

LES CHAUSSETTES ET LES GANTS

Il suffit de tirer trois chaussettes, car deux d'entre elles seront toujours de la même couleur. Mais pour les gants, ce n'est pas si facile, car ils se distinguent non seulement par la couleur,

mais aussi par le fait qu'une moitié des gants est « main droite » et l'autre, « main gauche ». Il faudra donc un minimum de 21 gants. En effet, si l'on en retire moins, par exemple 20, il peut se trouver que tous les 20 soient d'une seule main (10 « main gauche » bruns et 10 « main gauche » noirs).

LE VER DES LIVRES

On répond ordinairement que le ver a rongé 800 + 800 pages et en sus les deux couvertures de la reliure. Mais ce n'est pas ainsi. Placez côte à côte deux livres : le premier à gauche, le second à droite, comme il est montré sur la figure 245. Et alors regardez, combien il y a de pages entre la première du premier livre et la dernière du second volume.

Vous vous convaincrez alors qu'entre elles il n'y a que les deux couvertures de la reliure.

Donc, le ver de livres n'a abîmé que les reliures, sans toucher aux pages.

ARAIGNÉES ET SCARABÉES

Pour résoudre ce problème, il faut avant tout se souvenir des sciences naturelles. Combien les araignées et les scarabées ont-ils de pattes : les araignées en ont huit et les scarabées, six.

Sachant ceci, supposons qu'il n'y a dans la boîte que huit scarabées. Alors il n'y aurait alors que $6 \times 8 = 48$ pattes, soit six de moins qu'il n'est indiqué dans le problème. Essayons maintenant de remplacer un scarabée par une araignée. Le nombre de pattes augmentera de deux, puisque l'araignée a huit pattes.

Si nous remplaçons ainsi trois scarabées, nous aurons dans la boîte le nombre de pattes exigé,

soit 54. Au lieu de huit scarabées, il n'en restera que cinq, trois étant remplacés par des araignées.

Ainsi, il y a dans la boîte cinq scarabées et trois araignées.

Vérifions : cinq scarabées ont 30 pattes, trois araignées, 24 pattes ; en tout $30 + 24 = 54$, ce qui correspond aux conditions du problème.

On peut résoudre le problème autrement, en supposant que dans la boîte il y avait huit araignées ; on aurait alors $8 \times 8 = 64$ pattes, soit 10 de plus qu'il n'est indiqué dans le problème. En remplaçant une araignée par un scarabée, nous diminuons le nombre de pattes de deux. Il faut faire cinq remplacements semblables pour obtenir le nombre de pattes exigé, soit 54. Autrement dit, il ne faut laisser que trois araignées sur les huit et en remplacer cinq [illegible] des scarabées.

LES SEPT AMIS

Il est facile de comprendre que les sept amis ne peuvent se rencontrer qu'après un nombre de jours qui se divise par 2, 3, 4, 5, 6 et 7. Le plus petit nombre satisfaisant à cette condition est 420.

SAVEZ-VOUS COMPTER?

La question peut paraître outrageante à toute personne âgée de plus de trois ans. Qui ne sait pas compter en effet? Pour prononcer successivement un, deux, trois, il ne faut pas beaucoup de talent. Malgré tout, je suis certain que vous ne faites pas toujours de la meilleure manière cette opération si simple. Tout dépend de ce qu'il faut compter. Il n'est pas difficile de compter des clous dans une boîte, mais si les clous sont mélangés avec des vis? On doit déterminer, combien il y a des uns et des autres séparément. Comment faire alors? Trier les clous et les vis, les mettre en deux tas et les compter séparément ensuite?

Un tel problème se pose la ménagère quand elle se prépare pour la blanchisserie: elle trie d'abord son linge d'après sa nature: les chemises dans un tas, les serviettes de toilette dans un autre, les taies d'oreiller, dans un troisième, etc. Et ce n'est qu'après avoir terminé ce travail fastidieux qu'elle commencera à compter la quantité qu'il y a dans chaque tas.

C'est ce qui s'appelle ne pas savoir compter! Parce qu'une telle méthode pour dénombrer des objets hétérogènes est sans contredit incommode et souvent inemployable. Tout va bien si vous avez à compter des clous ou du linge, il est facile de les trier en tas. Mais mettez-vous à la place d'un sylviculteur qui a besoin de compter, combien il pousse sur un hectare de pins, de sapins, de bouleaux et de trembles. Ici, on ne peut plus trier les arbres et les grouper préalablement par espèces.

Quoi donc, vous allez compter d'abord les trembles, puis les sapins, ensuite les pins, pour terminer par les bouleaux ? Vous allez faire quatre fois le tour du terrain ?

N'y-a-t-il pas de moyen de ne passer qu'une seule fois sur le terrain ? Un tel moyen existe et est depuis longtemps utilisé en sylviculture. Je vais vous montrer en quoi il consiste sur l'exemple des clous et des vis.

Pour compter en une seule fois combien il y a de clous et combien de vis dans la boîte, sans les trier préalablement, prenez un crayon et du papier que vous diviserez ainsi :

Clous	Vis

Maintenant commencez à compter. Prenez dans la boîte le premier objet venu. Si c'est un clou, faites un trait dans la colonne des clous, si c'est une vis, un trait dans la colonne des vis. Prenez un second objet et faites de même. Prenez un troisième objet, etc., jusqu'à ce que la boîte soit vide. Sur le papier il y aura alors dans la colonne des clous autant de traits qu'il y avait de clous dans la boîte et autant de traits dans la colonne des vis qu'il y avait de vis. Il ne reste plus qu'à totaliser les traits.

On peut simplifier et accélérer le compte des traits, si au lieu de les faire l'un sous l'autre, on les groupe en cinq sous la forme montrée sur la figure 246.

Fig. 246

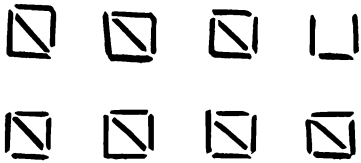


Fig. 247

Il est préférable de grouper les carrés de cette forme par paires, c'est-à-dire après les premiers 10 traits faire le 11-ème dans une nouvelle colonne; quand dans la seconde colonne il y a deux carrés, on commence le carré suivant dans une troisième colonne, etc. Les traits seront alors disposés à peu près comme il est montré sur la figure 247.

Il est très facile de compter les traits ainsi disposés: vous voyez de suite qu'il y a trois dizaines complètes, un cinq et encore trois traits, c'est-à-dire en tout 30 + 5 + 3 = 38.

On peut utiliser des dessins d'un autre genre, on utilise souvent des signes conventionnels tels que ceux de la figure 248, où chaque carré vaut 10.

Pour compter les arbres de différentes espèces sur un carré de forêt, vous devez agir absolument de la même manière; mais sur votre feuille de papier, vous aurez quatre colonnes au lieu de deux.

Fig. 248

Ici il est plus commode de disposer les colonnes horizontalement. Avant le compte, la feuille aura par conséquent un tel aspect :

Pins	
Sapins	
Bouleaux	
Trembles	

A la fin du compte vous aurez sur la feuille à peu près ce qui est représenté sur la figure 249 :

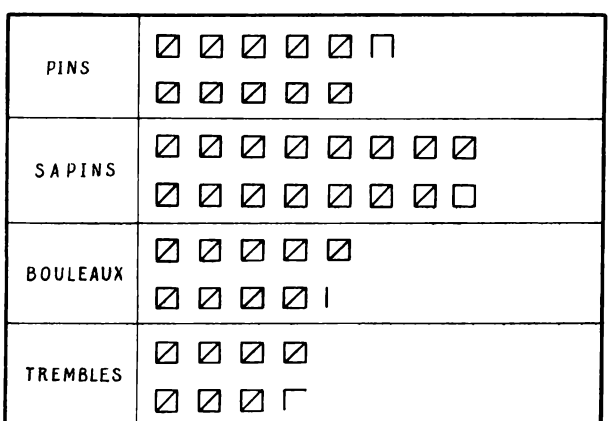


Fig. 249

Il est très facile ici de faire le total final :

Pins	53	Bouleaux	46
Sapins	79	Trembles	37

Le médecin fait la même chose quand il compte sous le microscope, combien il y a de globules rouges et de globules blancs dans un échantillon de sang.

S'il vous faut, par exemple, compter combien de plantes et de quelles espèces poussent sur une parcelle de pré, vous saurez résoudre ce problème dans le temps le plus bref.

Ecrivez sur une feuille de papier les noms des plantes remarquées, en laissant une colonne pour chacune et plusieurs colonnes libres pour les plantes que vous pouvez encore rencontrer. Vous commencerez le compte avec une feuille du genre de celle de la figure 249.

Ensuite vous faites comme pour le calcul dans un carré de forêt.

POURQUOI FAUT-IL COMPTER LES ARBRES DANS UNE FORÊT?

Au fond, pourquoi faut-il compter les arbres dans la forêt? Aux habitants des villes cela paraît même parfaitement irréalisable.

On compte les arbres dans la forêt pour déterminer, combien il y a dans celle-ci de m^3 de bois. On compte non les arbres de toute la forêt, mais d'une parcelle déterminée, d'un quart ou d'un demi-hectare, choisie de manière à ce que son épaisseur, sa composition, le diamètre et la hauteur des arbres puissent être pris comme une moyenne de la forêt donnée. Pour bien choisir une telle parcelle, il faut évidemment avoir un œil exercé. Le calcul ne doit pas seulement déterminer le nombre d'arbres de chaque espèce; il faut encore savoir, combien il y a de troncs de chaque épaisseur: de 25, de 30, de 35 cm, etc. Sur le papier, il n'y aura pas quatre colonnes

comme dans notre exemple simplifié, mais beaucoup plus.

Vous pouvez vous représenter maintenant, combien de fois il aurait fallu parcourir la forêt, si l'on comptait les arbres par la méthode ordinaire et non par celle que l'on vient d'expliquer.

Comme vous voyez, compter n'est une chose simple et facile que lorsque l'on compte des objets identiques. Si les objets sont nombreux et hétérogènes, on doit utiliser des méthodes spéciales que beaucoup de gens ne soupçonnent même pas.

LE CALCUL RAPIDE

(*Moyens simples de calcul mental*)

Ici sont rassemblés des procédés simples et facilement assimilables de calcul mental rapide. En utilisant ces procédés, on doit se souvenir que le succès de l'assimilation suppose une application tout à fait consciente et non mécanique des procédés, et de plus un entraînement plus ou moins prolongé. Mais si vous avez assimilé les conseils, vous pourrez rapidement calculer mentalement sans plus d'erreurs que par écrit.

MULTIPLICATION PAR UN NOMBRE À UN CHIFFRE

§ 1. Pour multiplier mentalement un nombre par un multiplicateur à un chiffre (par exemple 27×8), on ne commence pas l'opération par la multiplication des unités comme dans le calcul écrit, mais autrement : il faut multiplier d'abord les dizaines du multiplicande ($20 \times 8 = 160$), ensuite les unités ($7 \times 8 = 56$) et enfin additionner les deux résultats ($160 + 56 = 216$).

Encore des exemples :

$$34 \times 7 = 30 \times 7 + 4 \times 7 = 210 + 28 = 238,$$
$$47 \times 6 = 40 \times 6 + 7 \times 6 = 240 + 42 = 282.$$

§ 2. Il est utile de connaître par cœur la table de multiplication suivante :

	2	3	4	5	6	7	8	9
11	22	33	44	55	66	77	88	99
12	24	36	48	60	72	84	96	108
13	26	39	52	65	78	91	104	117
14	28	42	56	70	84	98	112	126
15	30	45	60	75	90	105	120	135
16	32	48	64	80	96	112	128	144
17	34	51	68	85	102	119	136	153
18	36	54	72	90	108	126	144	162
19	38	57	76	95	114	133	152	171

Connaissant cette table, on peut effectuer la multiplication, par exemple de 147×8, d'une manière mentale :

$$147 \times 8 = 140 \times 8 + 7 \times 8 = 1120 + 56 = 1176.$$

§ 3. Quand l'un des nombres multipliés se décompose en facteurs à un chiffre, il est parfois commode de multiplier successivement par ces facteurs. Par exemple :

$$225 \times 6 = 225 \times 2 \times 3 = 450 \times 3 = 1350.$$

MULTIPLICATION PAR UN NOMBRE À DEUX CHIFFRES

§ 4. On s'efforce d'alléger la multiplication mentale par un nombre à deux chiffres, en ramenant cette opération à une multiplication, plus habituelle, par un nombre à un chiffre.

Quand le multiplicande est à un chiffre, on permute en pensée les facteurs et on effectue l'opération, comme il est indiqué au § 1. Par exemple :

$$6 \times 28 = 28 \times 6 = 120 + 48 = 168.$$

§ 5. Si les deux facteurs sont à deux chiffres, on décompose mentalement l'un d'eux en dizaines et unités. Par exemple :

$$29 \times 12 = 29 \times 10 + 29 \times 2 = 290 + 58 = 348,$$
$$41 \times 16 = 41 \times 10 + 41 \times 6 = 410 + 246 = 656$$

(ou $41 \times 16 = 16 \times 41 = 16 \times 40 + 16 = 640 + 16 = 656$).

Il est avantageux de décomposer en dizaines et unités le multiplicateur dans lequel ils sont exprimés par des nombres moindres.

§ 6. S'il est facile de décomposer le multiplicande ou le multiplicateur mentalement en nombres à un chiffre (par exemple $14 = 2 \times 7$), on en profite pour diminuer l'un des facteurs en augmentant l'autre d'autant de fois (comparez § 3). Par exemple :

$$45 \times 14 = 90 \times 7 = 630.$$

MULTIPLICATION ET DIVISION PAR 4 ET PAR 8

§ 7. Pour multiplier en pensée un nombre par 4, on le double deux fois. Par exemple :

$$112 \times 4 = 224 \times 2 = 448,$$
$$335 \times 4 = 670 \times 2 = 1340.$$

§ 8. Pour multiplier mentalement un nombre par 8, on le double trois fois. Par exemple :

$$217 \times 8 = 434 \times 4 = 868 \times 2 = 1736.$$

On peut aussi ajouter un zéro au multiplicande et en soustraire le double du multiplicande (c'est-à-dire multiplier par 10—2) :

$$217 \times 8 = 2170 - 434 = 1736.$$

Il est encore plus commode:

$$217 \times 8 = 200 \times 8 + 17 \times 8 = \\ = 1600 + 136 = 1736.$$

§ 9. Pour diviser d'une manière mentale un nombre par 4, on le divise deux fois en deux. Par exemple :

$$76 : 4 = 38 : 2 = 19,$$
$$236 : 4 = 119 : 2 = 59.$$

§ 10. Pour diviser mentalement un nombre par 8, on le divise trois fois en deux. Par exemple :

$$464 : 8 = 232 : 4 = 116 : 2 = 58,$$
$$516 : 8 = 258 : 4 = 129 : 2 = 64\ 1/2.$$

MULTIPLICATION PAR 5 ET PAR 25

§ 11. Pour multiplier en pensée un nombre par 5, on le multiplie par $\frac{10}{2}$, c'est-à-dire on lui ajoute à sa suite un zéro et on le divise par deux. Par exemple :

$$74 \times 5 = 740 : 2 = 370,$$
$$243 \times 5 = 2430 : 2 = 1215.$$

Si le nombre à multiplier par 5 est pair, il est plus commode de le diviser d'abord en deux

et d'ajouter un zéro au résultat. Par exemple:

$$74 \times 5 = \frac{74}{2} \times 10 = 370.$$

§ 12. Pour multiplier mentalement un nombre par 25, on le multiplie par $\frac{100}{4}$; si le nombre est un multiple de 4, on le divise par 4 et on ajoute deux zéros au quotient. Par exemple:

$$72 \times 25 = \frac{72}{4} \times 100 = 1800.$$

Si le nombre donne un reste à la division par 4, alors

avec un reste de	on ajoute au quotient
1	25
2	50
3	75

Ce procédé est basé sur le fait que 100 : 4 = 25; 200 : 4 = 50, 300 : 4 = 75.

MULTIPLICATION PAR $1^1/_2$, PAR $1^1/_4$, PAR $2^1/_2$, PAR 3/4

§ 13. Pour multiplier mentalement un nombre par $1^1/_2$, on ajoute sa moitié au multiplicande. Par exemple:

$$34 \times 1^1/_2 = 34 + 17 = 51.$$

$$23 \times 1^1/_2 = 23 + 11^1/_2 = 34^1/_2 \text{ (ou } 34{,}5).$$

§ 14. Pour multiplier mentalement un nombre par $1^1/_4$, on ajoute son quart au multiplicande. Par exemple:

$$48 \times 1^1/_4 = 48 + 12 = 60.$$

$$58 \times 1^1/_4 = 58 + 14^1/_2 = 72^1/_2 \text{ (ou } 72{,}5).$$

§ 15. Pour multiplier mentalement un nombre par $2^1/_2$, on ajoute sa moitié à son double. Par exemple :

$$18 \times 2^1/_2 = 36 + 9 = 45.$$

$$39 \times 2^1/_2 = 78 + 19^1/_2 = 97^1/_2 \text{ (ou } 97{,}5).$$

Un autre moyen consiste à multiplier par 5 et à diviser par deux :

$$18 \times 2^1/_2 = 90 : 2 = 45.$$

§ 16. Pour multiplier mentalement un nombre par 3/4 (c'est-à-dire pour trouver les 3/4 de ce nombre), on le multiplie par $1^1/_2$ et on divise par deux. Par exemple,

$$30 \times {}^3/_4 = \frac{30+15}{2} = 22^1/_2 \text{ (ou } 22{,}5).$$

Une variante consiste à soustraire du multiplicande son quart ou d'ajouter à la moitié du multiplicande la moitié de cette moitié.

MULTIPLICATION PAR 15, PAR 125, PAR 75

§ 17. On remplace la multiplication par 15 par la multiplication par 10 et par $1^1/_2$ (parce que $10 \times 1^1/_2 = 15$). Par exemple :

$$18 \times 15 = 18 \times 1^1/_2 \times 10 = 270.$$

$$45 \times 15 = 450 + 225 = 675.$$

§ 18. On remplace la multiplication par 125 par la multiplication par 100 et par $1^1/_4$ (parce que $100 \times 1^1/_4 = 125$). Par exemple :

$$26 \times 125 = 26 \times 100 \times 1^1/_4 = 2600 + 650 = 3250,$$

$$47 \times 125 = 47 \times 100 \times 1^1/_4 = 4700 + \frac{4700}{4} =$$

$$= 4700 + 1175 = 5875.$$

§ 19. On remplace la multiplication par 75 par la multiplication par 100 et par 3/4 (parce que $100 \times 3/4 = 75$). Par exemple :

$$18 \times 75 = 18 \times 100 \times {}^3/_4 = 1800 \times {}^3/_4 =$$
$$= \frac{1800 + 900}{2} = 1350.$$

Nota : Certains des exemples cités sont commodément exécutés avec le procédé du § 6 :

$$18 \times 15 = 90 \times 3 = 270,$$
$$26 \times 125 = 130 \times 25 = 3250.$$

MULTIPLICATION PAR 9 ET PAR 11

§ 20. Pour multiplier mentalement un nombre par 9, on lui ajoute un zéro et on soustrait le multiplicande. Par exemple :

$$62 \times 9 = 620 - 62 = 600 - 42 = 558,$$
$$73 \times 9 = 730 - 73 = 700 - 43 = 657.$$

§ 21. Pour multiplier en pensée un nombre par 11, on lui ajoute un zéro et on ajoute le multiplicande. Par exemple :

$$87 \times 11 = 870 + 87 = 957.$$

DIVISION PAR 5, PAR $1^1/_2$, PAR 15

§ 22. Pour diviser mentalement un nombre par 5, on sépare le dernier chiffre par une virgule dans le nombre doublé. Par exemple :

$$68 : 5 = \frac{136}{10} = 13{,}6,$$

$$237 : 5 = \frac{474}{10} = 47{,}4.$$

§ 23. Pour diviser mentalement un nombre par $1\,{}^1/_2$, on divise le double de ce nombre par 3. Par exemple :

$$36 : 1\,{}^1/_2 = 72 : 3 = 24,$$

$$53 : 1\,{}^1/_2 = 106 : 3 = 35\,{}^1/_3.$$

§ 24. Pour diviser mentalement un nombre par 15, on divise le double de ce nombre par 30. Par exemple :

$240 : 15 = 480 : 30 = 48 : 3 = 16,$

$462 : 15 = 924 : 30 = 30\,{}^{24}/_{30} = 30\,{}^4/_5 = 30{,}8$

(ou $924 : 30 = 308 : 10 = 30{,}8$).

ÉLÉVATION AU CARRÉ

§ 25. Pour élever au carré un nombre se terminant par 5 (par exemple 85), on multiplie le nombre de dizaines (8) par lui-même, plus 1 ($8 \times 9 = 72$) et on ajoute à sa suite 25 (on obtient 7 225). Encore des exemples :

$$25^2;\ 2 \times 3 = 6;\ 625,$$

$$45^2;\ 4 \times 5 = 20;\ 2\,025,$$

$$145^2;\ 14 \times 15 = 210;\ 21\,025.$$

Ce procédé se déduit de la formule :

$$(10x + 5)^2 = 100x^2 + 100x + 25 = \\ = 100x\,(x + 1) + 25.$$

§ 26. Appliquons le procédé ci-dessus aux fractions décimales se terminant par le chiffre 5 :

$$8{,}5^2 = 72{,}25;\ 14{,}5^2 = 210{,}25;$$

$$0{,}35^2 = 0{,}1225,\ \text{etc.}$$

§ 27. Comme $0{,}5 = {}^1/_2$ et $0{,}25 = {}^1/_4$, le procédé du § 25 peut être aussi utilisé pour élever

au carré les nombres se terminant par la fraction $^1/_2$:

$$(8^1/_2)^2 = 72^1/_4;$$
$$(14^1/_2)^2 = 210^1/_4, \text{ etc.}$$

§ 28. Pour élever mentalement au carré, il est souvent commode d'utiliser la formule :

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2\,ab.$$

Par exemple :

$41^2 = 40^2 + 1 + 2 \times 40 = 1601 + 80 = 1681$;
$69^2 = 70^2 + 1 - 2 \times 70 = 4901 - 140 = 4761$;
$36^2 = (35 + 1)^2 = 1225 + 1 + 2 \times 35 = 1296$.

Ce procédé est commode pour les nombres se terminant par 1, 4, 6 et 9.

CALCULS SUIVANT LA FORMULE $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

§ 29. Soit qu'on doive effectuer mentalement la multiplication 52×48. Représentons-nous mentalement ces multiplicateurs sous la forme $(50 + 2) \times (50 - 2)$ et utilisons la formule citée dans le sous-titre

$$(50 + 2) \times (50 - 2) = 50^2 - 2^2 = 2496.$$

On agit de même dans tous les cas analogues, quand il est commode de représenter un des facteurs sous la forme de la somme de deux nombres, et l'autre, sous la forme de la différence de ces mêmes nombres :

$69 \times 71 = (70 - 1) \times (70 + 1) = 4899$;
$33 \times 27 = (30 + 3) \times (30 - 3) = 891$;
$53 \times 57 = (55 - 2) \times (55 + 2) = 3021$;
$84 \times 86 = (85 - 1) \times (85 + 1) = 7224$.

§ 30. Le procédé ci-dessus est commode pour les calculs de ce genre :

$1^1/_2 \times 6^1/_2 = (7+^1/_2)\times(7-^1/_2)=48^3/_4$;

$11^3/_4 \times 12^1/_4=(12-^1/_4)\times(12+^1/_4)=143^{15}/_{16}$.

IL EST UTILE DE SE RAPPELER :

$$37 \times 3 = 111.$$

En se rappelant ceci, il est facile de faire mentalement les multiplications du nombre 37 par 6, 9, 12, etc.

$$37 \times 6 = 37 \times 3 \times 2 = 222;$$
$$37 \times 9 = 37 \times 3 \times 3 = 333;$$
$$37 \times 12 = 37 \times 3 \times 4 = 444;$$
$$37 \times 15 = 37 \times 3 \times 5 = 555, \text{ etc.}$$
$$7 \times 11 \times 13 = 1001.$$

En se rappelant ceci, il est facile d'effectuer mentalement les multiplications de ce genre :

$$77 \times 13 = 1001; \qquad 91 \times 11 = 1001;$$
$$77 \times 26 = 2002; \qquad 91 \times 22 = 2002;$$
$$77 \times 39 = 3003; \text{ etc.} \quad 91 \times 33 = 3003; \text{ etc.}$$
$$143 \times 7 = 1001;$$
$$143 \times 14 = 2002;$$
$$143 \times 21 = 3003; \text{ etc.}$$

Ici ne sont indiqués que les procédés les plus usuels, simples pour multiplier, diviser et élever au carré mentalement. Avec de la pratique qui lui permettra de mieux se connaître, le lecteur réfléchi pourra trouver pour soi d'autres procédés aidant les calculs.

LE PLUS PETIT CARRÉ MAGIQUE

La composition des carrés magiques est un divertissement mathématique ancien, toujours assez répandu jusqu'à présent.

Le problème consiste à disposer les chiffres successifs (en commençant par 1) de telle façon dans les cases d'un carré divisé, que la somme des chiffres dans toutes les lignes horizontales, verticales et diagonales soit la même.

Le plus petit carré magique a 9 cases. Il est facile de s'assurer par expérimentation, que le carré magique de 4 cases ne peut exister.

Voici un exemple de carré magique à 9 cases:

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Fig. 250

Si nous additionnons dans le carré: $4 + 3 + 8$, ou $2 + 7 + 6$, ou $3 + 5 + 7$, ou n'importe quelle autre ligne de 3 chiffres, nous obtiendrons dans tous les cas une même somme: 15.

Ce résultat peut être prévu sans composer le carré. Ses trois lignes (supérieure, moyenne et inférieure) doivent contenir les 9 chiffres qui composent la somme:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.$$

D'un autre côté, cette somme doit être égale à trois fois le total d'une ligne. D'où, pour chacune d'elles nous avons :

$$45 : 3 = 15.$$

On peut déterminer de la même manière la somme des nombres de la ligne ou de la colonne de n'importe quel carré magique contenant autant de cases que l'on veut. Pour cela il faut diviser la somme de tous les nombres du carré par le nombre de ses lignes.

ROTATIONS ET RÉFLEXIONS

Ayant composé un carré magique, il est facile de le transformer et d'en trouver ainsi un certain nombre d'autres.

Si par exemple, nous avons composé le carré de la figure 251, nous obtenons alors en le tournant mentalement d'un quart de tour (90°), un nouveau carré magique (fig. 252).

Des rotations, de 180° (demi-tour) et de 270° (trois quarts de tour), donneront deux autres variantes du carré initial.

Chacun des nouveaux carrés obtenus peut à son tour être modifié, si on se le représente comme réfléchi dans une glace. Sur la figure 253 sont montrés le carré initial et son image dans une glace.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Fig. 251

8	3	4
1	5	9
6	7	2

Fig. 252

6	1	8
7	5	3
2	9	4

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Fig. 253

Faisons avec un carré de 9 cases toutes les rotations et réflexions possibles, nous obtenons ses variantes suivantes (fig. 254).

C'est un assortiment complet de tous les carrés magiques qui peuvent être composés avec les 9 premiers chiffres.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

1

8	1	6
3	5	7
4	9	2

2

2	7	6
9	5	1
4	3	8

3

6	7	2
1	5	9
8	3	4

4

4	9	2
3	5	7
8	1	6

5

2	9	4
7	5	3
6	1	8

6

8	3	4
1	5	9
6	7	2

7

4	3	8
9	5	1
2	7	6

8

Fig. 254

Faisons connaissance avec un ancien procédé de composition des carrés magiques impairs, c'est-à-dire des carrés avec n'importe quel nombre impair de cases : 3×3, 5×5, 7×7, etc. Ce procédé a été proposé au XVIIe siècle par le mathématicien français Bachet. Comme ce procédé est aussi valable, entre autres, pour le carré de 9 cases, il est plus commode d'en commencer la description par cet exemple, le plus simple.

Ainsi, composons un carré magique de 9 cases par la méthode de Bachet.

Ayant dessiné et quadrillé un carré de 9 cases, écrivons dans l'ordre les chiffres de 1 à 9 en les disposant, le long de la diagonale, par 3 dans chaque rang, comme il est montré sur la figure 255.

Les nombres qui se trouvent en dehors du carré s'inscrivent à l'intérieur de celui-ci de manière à être adjacents aux côtés opposés du carré, tout en restant dans les mêmes colonnes ou lignes qu'avant.

En résultat, nous obtenons le carré de la figure 256.

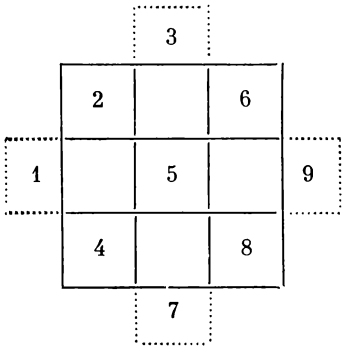


Fig. 255

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Fig. 256

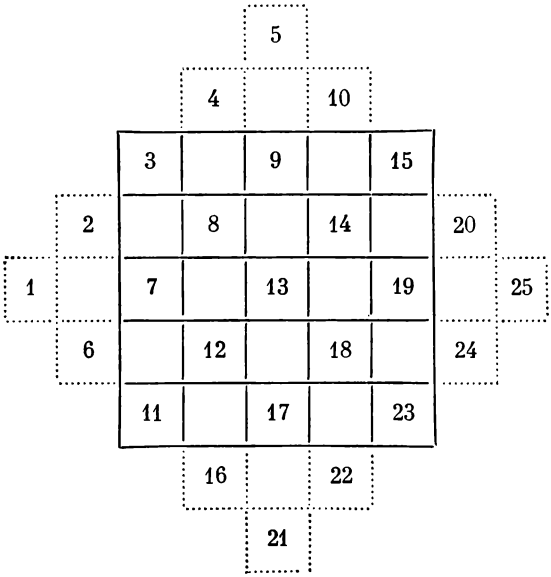


Fig. 257

3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

Fig. 258

Utilisons maintenant le procédé de Bachet pour composer un carré de 5 × 5 cases. Commençons par la disposition montrée sur la fig. 257.

Il ne reste plus qu'à introduire les nombres qui restent en dehors du carré à l'intérieur de celui-ci. Pour cela, il faut, en pensée, repousser dans le carré les figures formées par les nombres à l'extérieur (les « terrasses ») de manière à ce que ces figures soient adjacentes aux côtés opposés du carré. On obtiendra un carré magique de 25 cases (fig. 258).

L'argumentation de ce procédé est assez compliquée, mais les lecteurs peuvent s'assurer en pratique qu'il est valable.

Une fois que vous avez composé un carré magique de 25 cases, vous pouvez, par rotation et réflexion, obtenir ses variantes.

LE PROCÉDÉ INDIEN

Le procédé de Bachet ou comme on le nomme encore le « procédé des terrasses » n'est pas le seul pour composer des carrés magiques avec un nombre impair de cases. Parmi les autres méthodes il en existe une, relativement simple, qui est très ancienne et qui aurait été inventée aux Indes avant notre ère. On peut la décrire succinctement en six règles. Lisez attentivement ces règles et observez ensuite comment on les utilise sur l'exemple d'un carré magique de 49 cases (fig. 259).

1. Au milieu de la ligne supérieure on écrit le chiffre 1 et dans la colonne voisine tout en bas, à droite, le chiffre 2.

2. Les nombres suivants sont écrits dans l'ordre, le long de la diagonale, à droite vers le haut.

Fig. 259

30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20

3. Lorsque l'on atteint le bord droit du carré, on passe à la case du bord gauche de la ligne supérieure voisine.

4. Lorsque l'on atteint le bord supérieur du carré, on passe à la case la plus basse de la colonne voisine à droite.

Nota: Si l'on arrive à la case supérieure angulaire droite, on passe à celle du bas de la colonne de gauche.

5. Lorsque l'on atteint une case déjà occupée, on passe à la case se trouvant directement sous la dernière case remplie.

6. Si la dernière case remplie se trouve dans une ligne autre que celle du haut, on va jusqu'à la case la plus haute de la colonne.

En se conformant à ces règles, on peut composer rapidement des carrés magiques avec n'importe quel nombre impair de cases.

Si le nombre de cases ne se divise pas par 3, on peut commencer la composition du carré magique par une autre règle que celle n° 1.

Le 1 peut être inscrit dans n'importe quelle case de la diagonale allant de la case moyenne de la colonne extrême gauche à la case moyenne de la ligne supérieure du carré. Tous les autres nombres s'inscrivent suivant les règles 2-5.

Ceci donne la possibilité de composer avec le procédé indien plusieurs carrés au lieu d'un seul. Comme exemple, nous donnons un autre carré magique de 49 cases (fig. 260).

Exercice. Composez par la méthode indienne plusieurs carrés magiques de 25 et 49 cases. Avec les carrés obtenus, faites-en d'autres par rotation et réflexion.

CARRÉS AVEC NOMBRE DE CASES PAIR

Pour composer des carrés magiques avec un nombre de cases pair, il n'a pas été trouvé de règle générale commode. Il n'existe des procédés relativement simples que pour les carrés dont le nombre de cases se divise sans reste par 16, le nombre de cases sur les côtés de ces carrés étant 4, 8, 16, etc.

Convenons des cases que nous appellerons « alternes ». Sur la figure 261 sont montrées pour l'exemple deux paires de cases alternes : l'une est désignée par des croix, l'autre, par des ronds.

Nous voyons, que si la case se trouve dans le deuxième rang en partant du haut à la quatrième place en partant de la gauche, la case alterne à celle-ci sera dans le second rang en partant du bas sur la quatrième place en partant de la droite (il est utile au lecteur de s'exercer à trouver encore quelques paires de cases alternes).

Remarquons, que pour les cases se trouvant dans un rang en diagonale, les cases alternes sont disposées sur la diagonale opposée.

32	41	43	3	12	21	23
40	49	2	11	20	22	31
48	1	10	19	28	30	39
7	9	18	27	29	38	47
8	17	26	35	37	46	6
16	25	34	36	45	5	14
24	33	42	44	4	13	15

Fig. 260

			×		
0					
					0
		×			

Fig. 261

Le moyen de composer des carrés avec le nombre de cases indiqué est expliqué à partir de l'exemple du carré de 8 × 8 cases. On commence par inscrire dans les cases dans l'ordre tous les nombres de 1 à 64 (fig. 262).

Dans le carré obtenu, les rangs en diagonale donnent la même somme: 260, qui est précisément celle qui doit être dans un carré magique de 8 × 8 cases (vérifiez-le!). Mais les lignes et les colonnes de ce carré ont des sommes différentes. Ainsi, la première ligne du haut donne un total de 36 seulement, c'est-à-dire 224 de moins qu'il ne faut (260—36). Nous remarquons, que chaque nombre de la huitième ligne est supérieur de 56 au nombre de la première ligne qui se trouve juste au-dessus de lui et c'est

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Fig. 262

$224 = 4 \times 56$; nous en déduisons que l'on peut égaliser les sommes de ces lignes si l'on fait l'échange de la moitié des nombres de la première ligne avec les nombres de la huitième ligne se trouvant au-dessous ; on peut, par exemple, échanger les nombres 1, 2, 3, 4 avec les nombres 57, 58, 59, 60.

Ce qui a été dit pour les première et huitième lignes est valable aussi pour les seconde et septième, troisième et sixième lignes et, en général, pour toute paire de lignes équidistantes des lignes extrêmes. En effectuant l'échange des nombres, nous obtiendrons un carré avec des sommes identiques dans les lignes.

Il est cependant indispensable que les colonnes donnent aussi la même somme. Avec la disposition initiale, nous aurions pu y arriver par une permutation des nombres, identique à celle que nous avons faite dans les lignes. Mais, maintenant, après les échanges dans les lignes, la situation s'est compliquée. Pour trouver rapidement les nombres devant être échangés, il existe un procédé que l'on peut utiliser dès le début : au lieu des doubles échanges, dans les lignes et les colonnes, on change de place les nombres alternes (ce que sont ces nombres a été expliqué à la page 443). Cette règle n'est, cependant, pas suffisante car nous avons déterminé que l'on ne doit échanger que la moitié des nombres du rang et non tous les nombres, les autres restant en place. Quelles paires alternes doivent donc être échangées ?

A cette question répondent les quatre règles suivantes :

1. Il faut diviser le carré magique en quatre carrés comme il est montré sur la figure 263.

2. Dans le carré supérieur gauche, marquer par des croix la moitié de toutes les cases, de manière à ce que dans toutes les lignes et colonnes

1×	2	3	4×	5×	6	7	8×
9×	10×	11	12	13	14	15×	16×
17	18×	19×	20	21	22×	23×	24
25	26	27×	28×	29×	30×	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Fig. 263

de ce carré soient marquées juste la moitié des cases. Ceci peut être fait de différentes manières ; une de celles-ci est montrée sur la figure 263.

3. Marquer dans le carré supérieur droit les cases symétriques à celles déjà marquées dans le carré supérieur gauche.

4. A présent, il ne reste plus qu'à échanger les nombres qui se trouvent dans les cases marquées avec ceux qui sont dans les cases alternes.

A la suite de ces permutations, on obtient le carré magique de 64 cases qui est montré sur la figure 264.

Nous aurions pu cependant marquer d'autre façon les cases dans le carré supérieur gauche, tout en respectant la règle 2.

64	2	3	61	60	6	7	57
56	55	11	12	13	14	50	59
17	47	46	20	21	43	42	24
25	26	38	37	36	35	31	32
33	34	30	29	28	27	39	40
41	23	22	44	45	19	18	48
16	15	51	52	53	54	10	9
8	58	59	5	4	62	63	1

Fig. 264

Cela peut être fait, par exemple, comme il est indiqué sur la figure 265.

Il est certain que le lecteur trouvera lui-même beaucoup de manières de disposer les croix dans les cases du carré supérieur gauche.

En utilisant ensuite les règles 3 et 4, on pourra obtenir encore plusieurs carrés magiques de 64 cases.

De la manière que l'on vient d'expliquer, on peut composer des carrés magiques de 12 × 12, 16 × 16, etc. cases.

Nous proposons au lecteur de le faire lui-même.

D'OÙ VIENT LE NOM DES CARRÉS MAGIQUES?

Il a été fait mention pour la première fois d'un carré magique dans un livre oriental qui date de 4000 à 5000 ans avant notre ère.

	×	×	
×	×		
×			×
		×	×

1

	×	×	
×			×
×			×
	×	×	

2

×			×
	×	×	
	×	×	
×			×

3

×	×		
×	×		
		×	×
		×	×

4

Fig. 265

C'est dans l'Inde antique que la connaissance des carrés magiques était la plus profonde. De l'Inde, l'engouement pour les carrés magiques s'est transmis aux Arabes, qui attribuaient à ces combinaisons numériques des propriétés mystérieuses.

En Europe, au Moyen Âge, les carrés magiques étaient l'apanage des représentants des pseudo-sciences : des alchimistes et des astrologues.

C'est de ces représentations anciennes superstitieuses que ces carrés numériques ont reçu le nom, inhabituel en mathématiques, de magiques.

Les astrologues et les alchimistes croyaient qu'une plaquette sur laquelle était représenté un

carré magique avait le pouvoir de détourner le malheur de celui qui portait sur soi un tel talisman.

La composition des carrés magiques n'est pas seulement un amusement. Leur théorie a été étudiée et élaborée par des éminents mathématiciens.

Ils trouvent leur utilisation dans certaines questions importantes des mathématiques. Ainsi, il existe, par exemple, un procédé de résoudre des systèmes d'équations à plusieurs inconnues qui utilise les déductions de la théorie des carrés magiques.

JEUX ET TOURS D'ADRESSE ARITHMÉTIQUES

LES DOMINOS

La chaîne de 28 dominos

Pourquoi peut-on former une chaîne continue avec les 28 dominos en observant les règles du jeu ?

Le commencement et la fin de la chaîne

Quand les 28 dominos sont rangés en chaîne, à l'une des extrémités il y a 5 points.

Combien y a-t-il de points sur l'autre extrémité ?

« Tour » avec les dominos

Votre camarade prend un domino et vous propose avec les 27 autres de former une chaîne continue, assurant que cela est toujours possible, quel que soit le domino pris. Quant à lui, il passe dans la chambre voisine pour ne pas voir votre chaîne.

Vous commencez votre ouvrage et vous vous assurez bientôt de ce que votre ami ne s'est pas trompé : les 27 dominos sont en rang. Le plus étonnant est que se trouvant dans la chambre voisine et ne voyant pas les extrémités de votre chaîne, il vous annonce quels sont les points à ses extrémités.

Comment peut-il le savoir ? Et pourquoi est-il sûr qu'avec 27 dominos on peut former une chaîne ?

Le cadre

Sur la figure 266 est montré un cadre carré fait avec des dominos en observant la règle du

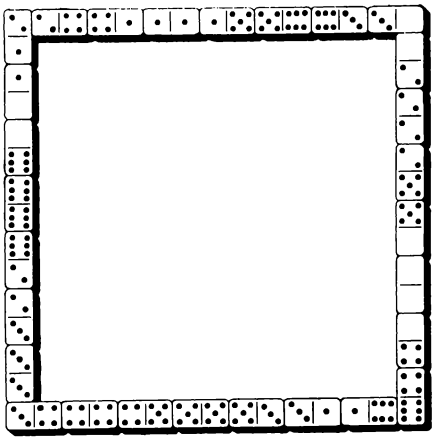


Fig. 266

jeu. Les côtés du carré sont égaux en longueur, mais différents par la somme de leurs points : le rang du haut et celui de gauche ont 44 points, les deux autres rangs : 59 et 32.

Pouvez-vous exécuter un cadre carré dont tous les côtés aient une somme égale de points, à savoir 44?

Sept carrés

On peut choisir quatre dominos de manière à former un carré avec une somme égale de points sur les côtés. Vous en voyez un exemple sur la figure 267. Si vous additionnez les points sur

Fig. 267

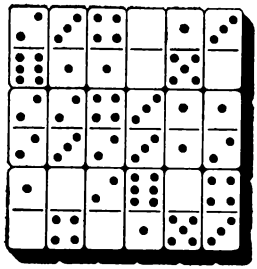


Fig. 268

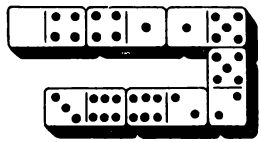


Fig. 269

chaque côté du carré, vous obtenez dans tous les cas 11.

Pouvez-vous avec un jeu complet de dominos composer simultanément sept carrés semblables? Il n'est pas exigé que la somme des points sur un côté soit la même pour tous les carrés ; il faut seulement que chaque carré ait sur ses quatre côtés la même somme de points.

Les carrés magiques avec les dominos

Sur la figure 268 est montré un carré de 18 dominos, remarquable par le fait que la somme des points de n'importe quel de ses rangs (longitudinal, transversal ou diagonal) est la même : 13. Des carrés semblables s'appellent depuis longtemps magiques.

On vous propose de composer plusieurs de ces carrés de 18 dominos, mais avec une autre somme des points dans le rang. 13 est la moindre somme dans les rangs du carré magique composé avec 18 dominos. La plus grande somme est 23.

Progression avec des dominos

Vous voyez sur la figure 269 une suite de six dominos, placés suivant les règles du jeu et se distinguant par le fait que la somme des points

sur le domino (sur les deux moitiés de chaque domino) s'accroît de 1 ; en commençant par 4, le rang se compose des nombres de points suivants : 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Un rang où les nombres s'accroissent (ou diminuent) d'une même valeur se nomme « progression arithmétique ». Dans notre rang chaque nombre est plus grand que le précédent de 1, mais la progression peut avoir n'importe quelle autre différence.

Le problème consiste à composer d'autres progressions avec six dominos.

LE JEU DES 15 OU « TAQUIN »

La petite boîte carrée avec 15 pions carrés numérotés, que tout le monde connaît, a une curieuse histoire que peu de joueurs soupçonnent. Nous la raconterons d'après les paroles du mathématicien allemand V. Arrens, qui faisait des recherches dans le domaine de la théorie des jeux.

« A la fin du siècle dernier, dans les années 70, aux Etats-Unis apparut le « Jeu des 15 » ; il se propagea rapidement et grâce à la quantité innombrable de joueurs consciencieux qu'il captiva, il devint un véritable fléau publique.

« La même chose fut observée de l'autre côté de l'Océan, en Europe. On pouvait même y voir dans les voitures de transport publique des passagers avec des boîtes de « Jeu des 15 » dans les mains. Dans les bureaux et les magasins, les patrons étaient désespérés par l'engouement de leurs employés et avaient été obligés d'interdire de jouer pendant les heures de service et de vente. Les propriétaires d'établissement de divertissement exploitaient habilement cette manie et organisaient de grands tournois. On jouait même

dans les salles du Reichstag allemand. « Je vois, comme si c'était hier, des hommes compassés à cheveux gris examinant avec attention la boîte carrée dans leurs mains », se souvient le géographe et mathématicien allemand connu, Gunther, qui était député au temps de cette « épidémie ».

« A Paris, ce jeu trouva asile en plein air, sur les boulevards et se propagea rapidement en province.

« Il n'existait pas de maison villageoise si isolée soit-elle, où cette araignée ne tissait sa toile, guettant la proie prête à se jeter dans ses filets », écrivait un écrivain français.

« En 1880, la fièvre du jeu atteignit probablement son paroxysme. Mais peu après, le tyran fut battu par l'arme mathématique. La théorie mathématique du jeu décela en effet que des nombreux problèmes qui pouvaient être proposés, seule une moitié admet une solution et que l'autre moitié est irrésoluble, quoi qu'on fasse.

« On s'expliqua alors pourquoi tels problèmes ne pouvaient être résolus et pourquoi les organisateurs de tournois proposaient des sommes énormes pour la résolution des problèmes. Sous ce rapport, l'inventeur du jeu dépassa tout le monde en proposant à l'éditeur d'un journal new-yorkais un problème irrésoluble avec une prime de 1000 dollars pour sa résolution. Comme l'éditeur hésitait, l'inventeur proposa de payer la somme de sa propre poche. Le nom de l'inventeur est Samuel (Sam) Lloyd. Il acquit une grande renommée comme auteur de problèmes ingénieux et d'un grand nombre de casse-tête. Il est curieux qu'il ne put obtenir en Amérique de brevet pour le jeu inventé par lui. Suivant l'instruction en vigueur, il devait d'abord présenter un « modèle de fonctionnement » pour jouer une partie d'essai ; il proposa à un fonctionnaire du bureau des

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

Fig. 270

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	

Fig. 271

patentes un problème et quand l'autre lui demanda si l'on pouvait le résoudre, l'inventeur ne put que répondre : « Non, c'est mathématiquement impossible ». « Dans ce cas, lui répondit-on, il ne peut y avoir de modèle, et sans modèle pas de brevet ». Lloyd se contenta de cette réponse, mais il aurait été probablement plus insistant s'il avait pu prévoir le succès inimaginable de son invention. »

Citons les propres mots de l'inventeur sur certains faits de son histoire :

« Les anciens habitants du royaume des débrouillards, écrivait Lloyd, se souviennent qu'au commencement des années 70, j'ai forcé tout le monde à se casser la tête sur une boîte avec des pions mobiles, connue sous le nom de « Jeu des 15 ». 15 pions étaient disposés dans l'ordre, dans une boîte carrée, seuls les pions 14 et 15 étaient intervertis, comme il est montré sur la figure 271. Le problème consistait en déplaçant successivement les pions à les remettre en ordre, ce qui impliquait de modifier l'ordre des pions 14 et 15.

« La prime de 1000 dollars proposée pour la première solution exacte de ce problème n'avait

été gagnée par personne, bien que tout le monde essayait sans arrêt de résoudre ce problème. On racontait des histoires drôles au sujet de commerçants oubliant d'ouvrir leurs magasins, d'honorables fonctionnaires restant toute la nuit sous un réverbère, tous cherchant la voie du succès. Personne ne voulait abandonner les recherches, car tous étaient certains que le succès les attendait. On parlait des capitaines de navires qui laissaient échouer leurs navires, de machinistes qui oubliaient d'arrêter les trains aux stations, de fermiers qui abandonnaient leurs charrues! »

* * *

Apprenons à nos lecteurs les rudiments de la théorie de ce jeu. Dans sa totalité elle est très compliquée et est étroitement liée à une des branches de l'algèbre supérieure (la théorie des déterminants). Nous nous limiterons à quelques considérations énoncées par V. Arrens.

Le jeu consiste à faire passer par des déplacements successifs (uniquement dans l'espace libre) les 15 pions de n'importe quelle disposition initiale dans leur position normale, c'est-à-dire dans l'ordre : dans l'angle supérieur gauche le 1, à sa droite, le 2, ensuite, le 3, puis dans l'angle supérieur droit, le 4, dans le second rang, de gauche à droite : 5, 6, 7, 8, etc. Cette disposition normale est donnée sur la fig. 270.

Maintenant imaginez une disposition telle que les 15 pions soient dans un désordre quelconque. Par une série de déplacements on peut toujours mettre le 1 à la place qu'il occupe sur le dessin.

Il est de même possible sans toucher au pion 1 d'amener le 2 à la place voisine de droite. Ensuite, sans toucher aux pions 1 et 2, on peut placer

les pions 3 et 4 à leurs places respectives. S'ils ne se trouvent pas par hasard dans les deux derniers rangs verticaux, il est facile de les y amener et ensuite, par une série de déplacements, d'atteindre le résultat cherché. Maintenant le rang supérieur 1, 2, 3, 4 est en ordre : lors des manipulations suivantes des pions nous n'allons pas y toucher. Nous nous efforcerons de mettre en ordre de la même manière le second rang 5, 6, 7, 8 ; c'est toujours possible comme il est facile de s'en assurer. Ensuite, sur les deux derniers rangs il est indispensable de mettre en ordre les pions 9 et 13. C'est également toujours possible. De tous les pions mis en ordre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 13 aucun d'eux ne doit être ultérieurement déplacé. Il reste alors six cases dont l'une est libre et les autres, occupées par les pions 10, 11, 12, 14, 15 dans un ordre quelconque ; on peut mettre à leur place les pions 10, 11 et 12. Alors on disposera dans le dernier rang les pions 14 et 15, soit normalement, soit dans l'ordre inverse (fig. 271). De cette manière, que le lecteur peut vérifier lui-même, nous arrivons au résultat suivant.

On peut amener n'importe quelle position initiale soit à la disposition de la figure 270 (position I), soit à celle de la figure 271 (position II).

Si une certaine disposition, que nous désignerons pour simplifier par S, peut être transformée en position I, il est évident que l'inverse est possible — transformer la position I en disposition S, car tous les déplacements des pions sont réversibles. Si, par exemple sur le schéma I, nous pouvons mettre le pion 12 sur la case libre, cela signifie que l'on peut immédiatement par un déplacement inverse le remettre à sa place initiale.

Ainsi, nous avons deux séries de dispositions, telles que les positions de la première peuvent être transformées dans la position normale I et que celles de la seconde peuvent l'être dans la position II. Et inversement, à partir de la position normale, on peut obtenir n'importe quelle disposition de la première série et à partir de la position II, n'importe quelle position de la seconde série. Enfin, des positions quelconques appartenant à une même série peuvent être transformées l'une en l'autre.

Ne peut-on aller plus loin et réunir les positions I et II? On peut démontrer de manière stricte (nous n'entrerons pas dans les détails) que c'est impossible quel que soit le nombre de coups. A cause de cela, l'ensemble immense des dispositions possibles des pions se décompose en deux séries distinctes: 1) celles qui peuvent être transformées dans la position normale I, c'est-à-dire qui sont résolubles; 2) celles qui peuvent être transformées dans la position II et, par conséquent, ne peuvent être en aucun cas transformées dans la position normale. C'est pour ces dernières que l'on promettait de grandes primes à ceux qui les auraient résolues.

Comment savoir si la disposition donnée appartient à la première ou à la seconde série? L'exemple suivant va nous l'expliquer.

Examinons la disposition représentée sur la fig. 272.

1	2	3	4
5	6	7	9
8	10	14	12
13	11	15	

Fig. 272

Le premier rang de pions est en ordre, ainsi que le second, à l'exclusion du pion 9. Ce dernier occupe la place qui devrait être normalement celle du 8. Donc, le pion 9 est en avance sur le pion 8. Une telle avance sur l'ordre normal s'appelle le « désordre ». Quant au pion 9, nous dirons: ici il y a un désordre. En examinant les autres pions, nous remarquons que le pion 14 est en avance de 3 places (pions 12, 13, 11) de sa position normale; nous avons alors trois désordres (14 en avance sur 12, 14 en avance sur 13, 14 en avance sur 11). Nous avons déjà $1 + 3 = 4$ désordres. Ensuite le pion 12 est placé en avance sur le pion 11 et de même, le pion 13 avance sur le pion 11. Ceci nous donne encore deux désordres. Au total, nous avons six désordres. De la même manière on détermine pour chaque disposition le nombre de désordres, en libérant préalablement la dernière case dans l'angle inférieur droit. Si le nombre total de désordres, comme dans le cas examiné, est pair, la disposition donnée peut être amenée à la position normale finale; autrement dit, elle est résoluble. Si le nombre de désordres est impair, alors la disposition appartient à la seconde série, c'est-à-dire qu'elle est irrésoluble (0 désordres est considéré comme un nombre pair). Grâce à la clarté introduite par les mathématiques dans ce jeu, la passion fiévreuse ayant lieu auparavant est à présent inimaginable. Les mathématiques ont créé une théorie complète du jeu, ne laissant aucun point douteux. L'issue du jeu ne dépend ni du hasard, ni de l'ingéniosité, comme dans d'autres jeux, mais de facteurs purement mathématiques, qui la prédéterminent de manière absolue.

Intéressons-nous maintenant à des casse-tête.

Voici quelques problèmes résolubles proposés par l'inventeur du jeu Lloyd.

	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

Fig. 273

Premier problème

En partant de la disposition de la fig. 271, amener les pions dans l'ordre normal, mais avec un champ libre dans l'angle supérieur gauche (fig. 273).

Second problème

En partant de la disposition de la fig. 271, tournez la boîte d'un quart de tour à droite et déplacez les pions jusqu'à ce qu'ils prennent la disposition de la fig. 274.

Troisième problème

En déplaçant les pions suivant les règles du jeu, transformez la boîte en carré magique, à savoir : disposez les pions de manière à ce que la somme des chiffres dans toutes les directions soit égale à 30.

LE JEU DES 11

On y joue à deux. On place sur la table 11 allumettes (ou des grains, etc.) Le premier joueur

4	8	12	
3	7	11	15
2	6	10	14
1	5	9	13

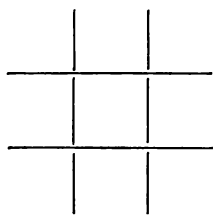
Fig. 274

prend une, deux ou trois allumettes, autant qu'il veut. Puis le second prend lui aussi une, deux ou trois allumettes, suivant son désir. Ensuite le premier prend à nouveau ... etc. Il est interdit de prendre plus de trois allumettes à la fois. Celui qui prend la dernière allumette a perdu.

Comment devez-vous jouer pour gagner à coup sûr?

LE JEU DES 15

Ce n'est pas le « Jeu des 15 » qui consiste à déplacer des pions carrés numérotés dans une petite boîte. Le jeu proposé est d'un autre genre et ressemble au jeu connu des zéros et des uns. Il se joue à deux. Le premier partenaire inscrit un chiffre quelconque, de 1 à 9, dans l'une des cases de la grille représentée ici.



Le second inscrit un autre chiffre, en choisissant le carré de manière à ce que le premier ne puisse finir au coup suivant le rang de trois chiffres (le rang peut être transversal ou diagonal) dont la somme est égale à 15.

Celui qui finit un rang avec une somme de 15 ou remplit la dernière case de toute la grille, gagne.

Croyez-vous qu'il existe un moyen certain de gagner à ce jeu?

LE JEU DES 32

Ce jeu se joue à deux. On place sur la table 32 allumettes. Celui qui commence à jouer prend une, deux, trois ou quatre allumettes, ensuite le second prend autant d'allumettes qu'il le veut, mais pas plus de quatre. Ensuite le premier prend de la même façon au plus quatre allumettes, etc. Celui qui prend la dernière allumette a gagné.

Le jeu est très facile comme vous le voyez. Mais il se caractérise par le fait que celui qui commence peut toujours gagner à condition qu'il calcule exactement le nombre d'allumettes qu'il doit prendre.

Pouvez-vous indiquer comment il doit jouer pour gagner?

LA MÊME CHOSE MAIS À L'ENVERS

« Le jeu des 32 » peut être varié: celui qui prend la dernière allumette, ne gagne pas, mais perd.

Comment faut-il jouer pour gagner à coup sûr?

LE JEU DES 27

Ce jeu ressemble au précédent. Il se joue également entre deux partenaires et consiste aussi à prendre à tour de rôle au plus quatre allumettes. Mais à la fin du jeu c'est différent: gagne celui qui a un nombre pair d'allumettes.

Celui qui commence a l'avantage. Il peut calculer ses coups de manière à gagner sûrement. En quoi consiste le secret?

D'UNE AUTRE MANIÈRE

Au jeu des 27, on peut poser d'autres conditions: gagne celui auquel il reste un nombre impair d'allumettes.

Quel est alors le moyen infaillible de ne pas perdre?

LE VOYAGE ARITHMÉTIQUE

Plusieurs personnes peuvent prendre part à ce jeu. Il faut que vous prépariez pour cela:

1) un tableau de jeu (en carton);
2) un dé à jouer;
3) autant de fiches qu'il y a de joueurs.

Le tableau est découpé dans une feuille de carton, de préférence de grande dimension. Cent cases, numérotées de 1 à 100, sont tracées comme le montre la figure 275.

Les joueurs, ayant pris chacun une fiche, commencent à jeter à tour de rôle le dé. Celui qui a sorti le 6, commence à avancer; il place

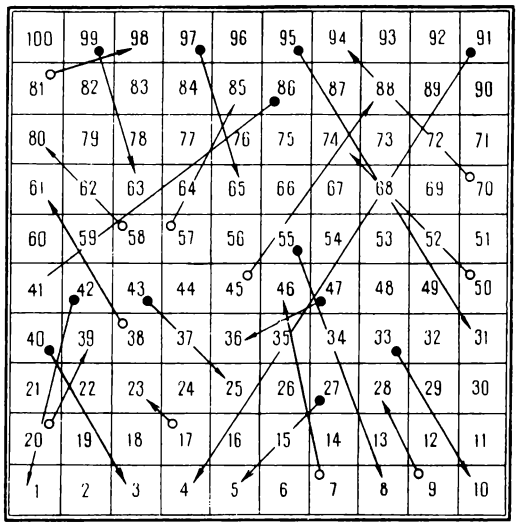


Fig. 275

sa fiche sur la case 6. A son coup suivant, il avancera sa fiche d'autant de cases que le dé indiquera de points. Si la fiche se trouve sur une case d'où part une flèche, elle passera sur la pointe de cette flèche, soit en avant, soit en arrière. Celui qui arrive le premier à la case 100 a gagné.

PENSEZ UN NOMBRE

Effectuez sur ce nombre toutes les opérations indiquées et je devinerai le résultat de vos calculs.

Si le résultat est autre, vérifiez vos calculs et assurez-vous que c'est vous qui êtes trompé et non moi.

N° 1

Pensez un nombre

plus petit que 10
(zéro excepté)

Multipliez-le par 3.
Ajoutez 2.
Multipliez par 3 ce résultat.
Ajoutez-le au nombre pensé.
Barrez le premier chiffre de ce total.
Ajoutez 2 à ce qui reste.
Divisez par 4.
Ajoutez 19.

Vous avez
maintenant
21

N° 2

Pensez un nombre

plus petit que 10
(zéro excepté)

Multipliez-le par 5.
Doublez ce qui est obtenu.
Ajoutez 14.
Retranchez 8.
Barrez le premier chiffre du résultat.
Divisez ce qui reste par 3.
Ajoutez 10.

Vous avez
maintenant
12

N° 3

Pensez un nombre

plus petit que 10
(zéro excepté)

Ajoutez-lui 29.
Rejetez le dernier chiffre du résultat.
Multipliez ce qui reste par 10.
Ajoutez 4.
Multipliez par 3 ce qui est obtenu.
Retranchez 2.

Vous avez
maintenant
100

N° 4

Pensez un nombre

plus petit que 10
(zéro excepté)

Multipliez-le par 5.
Doublez ce qui est obtenu.
Retranchez le nombre pensé.
Faites la somme des chiffres du nombre obtenu.
Ajoutez 2.
Elevez le résultat au carré.
Retranchez 10.
Divisez par 3.

Vous avez
maintenant
37

N° 5

Pensez un nombre

plus petit que 10
(zéro excepté)

Multipliez-le par 25.
Ajoutez 3.
Multipliez par 4.
Barrez le premier chiffre du résultat.
Elevez ce qui reste au carré.
Additionnez les chiffres du nombre obtenu.
Ajoutez 7.

Vous avez
maintenant
16

N° 6

Pensez un nombre
de deux chiffres

Ajoutez-lui 7
Retranchez cette somme de 110.
Ajoutez 15.
Ajoutez le nombre pensé.
Divisez par 2 le nombre obtenu.
Retranchez 9.
Multipliez par 3.

Vous avez
maintenant
150

N° 7

Pensez un nombre
inférieur à 100

Ajoutez-lui 12.
Retranchez cette somme de 130.
Ajoutez 5.
Ajoutez le nombre pensé.
Retranchez 120.
Multipliez par 7.
Retranchez 1.
Divisez par 2.
Ajoutez 30.

Vous avez
maintenant
40

N° 8

Pensez n'importe quel nombre
(zéro excepté)

Doublez-le
Ajoutez 1.
Multipliez par 5.
Rejetez tous les chiffres, sauf le dernier.
Multipliez ce chiffre par lui-même.
Additionnez les chiffres du nombre obtenu.

Vous avez
maintenant
7

N° 9

Pensez un nombre

inférieur à 100

Ajoutez-lui 20.
Retranchez le nombre obtenu de 170.
Retranchez 6.
Ajoutez le nombre pensé.
Additionnez les chiffres du nombre obtenu.
Multipliez ce résultat par lui-même.
Retranchez 1.
Divisez par 2.
Ajoutez 8.

Vous avez
maintenant
48

N° 10

Pensez un nombre de trois chiffres

Inscrivez le même nombre à sa droite.
Divisez par 7 ce qui est obtenu.
Divisez par le nombre pensé.
Divisez par 11.
Doublez ce qui est obtenu.
Additionnez les chiffres dans le nombre obtenu.

Vous avez
maintenant
8

DEVINONS

Voulez-vous, cher lecteur, jouer avec moi aux devinettes. Vous allez penser des nombres et je vais les deviner. Il est vrai que vous êtes des milliers et vous lisez ce livre quelque part à mille km de moi. Ça ne fait rien, je devinerai quand même le nombre que vous avez pensé.

Commençons.

Pensez n'importe quel chiffre. Ne confondez pas chiffre avec nombre. Il n'y a que 10 chiffres (de 0 à 9), mais les nombres sont en quantité incalculable. Ainsi, pensez un chiffre quelconque. C'est fait? Multipliez-le par 5; seulement ne vous trompez pas, autrement nous n'arriverons à rien.

Vous avez multiplié par 5? Très bien. Ce que vous avez obtenu, multipliez-le maintenant par 2. C'est fait? Ajoutez 7.

A présent, dans le nombre que vous avez obtenu, barrez le premier chiffre et ne laissez que le dernier.

C'est fait? A ce qui reste ajoutez 4, retranchez 3 et ajoutez 9. Vous avez procédé comme je vous ai demandé?

Maintenant je vais vous dire le résultat auquel vous êtes parvenu.

Vous avez obtenu 17.

Ce n'est pas ça? Vous voulez jouer encore une fois? Allons-y.

Vous avez pensé un chiffre? Triplez-le. Ce que vous avez obtenu, triplez-le encore une fois. Maintenant ajoutez le chiffre que vous avez pensé.

C'est fait? Ajoutez 5. Barrez dans le nombre que vous avez obtenu, tous les chiffres, sauf le dernier. Avez-vous barré? Ajoutez 7, retranchez 3. Ajoutez 6.

Vous voulez savoir le nombre que vous avez maintenant?

Vous avez 15.

J'ai deviné? Si ce n'est pas le cas, c'est de votre faute. Vous vous êtes trompé dans vos calculs.

Voulez-vous essayer une troisième fois?

Vous avez pensé un chiffre? Doublez-le. Doublez encore le résultat. Ce qui a été obtenu, doublez-le encore. Ajoutez ce que vous avez pensé. Ajoutez une autre fois ce que vous avez pensé. Ajoutez encore 8. Barrez tous les chiffres sauf le dernier. Retranchez 3 du nombre qui reste, puis ajoutez 7.

Vous avez maintenant 12.

Je pourrais deviner autant de fois que vous voudrez et chaque fois sans erreur. Comment fais-je?

Vous devez comprendre que tout ce qui est imprimé ici, je l'ai écrit bien avant l'apparition du livre et donc avant que vous ne pensiez vos chiffres. Par conséquent, le nombre que je devi-

ne, ne dépend aucunement de celui que vous avez pensé.

Et quand même, où est le secret?

DEVINER UN NOMBRE DE TROIS CHIFFRES

Pensez un nombre à trois chiffres. Sans me le montrer, doublez le premier chiffre et rejetez provisoirement les autres. A ce que vous avez obtenu, ajoutez 5. Multipliez ce résultat par 5, ajoutez le second chiffre du nombre pensé et multipliez le tout par 10. Ajoutez le troisième chiffre et dites-moi ce que vous avez obtenu. Je vous dirai immédiatement le nombre que vous avez pensé.

Prenons un exemple. Soit que vous avez pensé le nombre 387.

Effectuez les opérations suivantes avec lui.

Doublez le premier chiffre: $3 \times 2 = 6$.
Ajoutez 5: $6 + 5 = 11$.
Multipliez par 5: $11 \times 5 = 55$.
Ajoutez le second chiffre: $55 + 8 = 63$.
Multipliez par 10: $63 \times 10 = 630$.
Ajoutez le troisième chiffre: $630 + 7 = 637$.
Vous me dites le nombre 637 et je vous dis le nombre que vous avez pensé.

Comment je le devine?

LE TOUR D'ADRESSE NUMÉRIQUE

Pensez un nombre.
Ajoutez 1.
Multipliez par 3.
Ajoutez à nouveau 1.
Ajoutez le nombre pensé.
Dites ce que vous avez obtenu.

Quand vous me dites le résultat de tous ces calculs, je retranche 4, je divise par 4 et j'obtiens le nombre que vous avez pensé.
Par exemple, vous avez pensé 12.
Avez ajouté 1 et obtenu 13.
Multiplié par 3 : $13 \times 3 = 39$.
Ajouté 1 : $39 + 1 = 40$.
Ajouté le nombre pensé : $40 + 12 = 52$.

Quand vous annoncez le nombre 52, je retranche 4 de celui-ci et je divise ce qui reste par 4 ; soit $48 : 4 = 12$, qui est le nombre que vous avez pensé.

Pourquoi en est-il toujours ainsi ?

COMMENT DEVINER LE CHIFFRE BARRÉ?

Demandez à un ami de penser un nombre quelconque à plusieurs chiffres et de faire les opérations suivantes :

— inscrire le nombre pensé,

— changer l'ordre des chiffres n'importe comment,

— retrancher le plus petit de ces nombres du plus grand,

— barrer un des chiffres de la différence (zéro excepté),

— vous communiquez les autres chiffres dans n'importe quel ordre.

En retour, vous dites à votre ami le chiffre qu'il a barré.

Exemple. Votre ami a pensé le nombre 3857.

Il a fait ensuite les opérations suivantes :

$$\begin{array}{r} 3857, \\ 8735, \\ 8735 - 3857 = 4878. \end{array}$$

Ayant barré la chiffre 7, votre ami vous nomme les chiffres qui restent, par exemple, dans l'ordre :

8, 4, 8.

A partir de ces chiffres vous pouvez déterminer celui qui a été barré.

Comment s'en prendre?

COMMENT DEVINER LE JOUR ET LE MOIS DE NAISSANCE?

Demandez à votre ami d'écrire sur un morceau de papier le jour et le mois de sa naissance et de faire les calculs suivants :

— doubler le nombre qu'il a inscrit,
— multiplier par 10,
— ajouter 73,
— multiplier par 5,
— ajouter le numéro d'ordre du mois de la naissance.

Lorsque le résultat de tous les calculs vous est communiqué, vous dites le jour et le mois de la naissance.

Exemple. Votre ami est né le 17 août, c'est-à-dire le 17-ème jour du 8-ème mois. Il fait les opérations suivantes :

$$\begin{aligned} 17 \times 2 &= 34, \\ 34 \times 10 &= 340, \\ 340 + 73 &= 413, \\ 413 \times 5 &= 2065, \\ 2065 + 8 &= 2073. \end{aligned}$$

Votre ami vous donna le nombre 2073 et vous lui dites la date de sa naissance.

Comment pouvez-vous le faire?

COMMENT DEVINER L'ÂGE DE VOTRE INTERLOCUTEUR?

Vous pouvez deviner l'âge de votre interlocuteur si vous lui demandez de faire les opérations suivantes :

— inscrire côte à côte deux chiffres dont la différence est supérieure à 1 ;

— inscrire entre eux n'importe quel troisième chiffre ;

— dans le nombre à trois chiffres ainsi obtenu permuter les deux premiers chiffres ;

— soustraire le plus petit nombre du plus grand ;

— permuter les chiffres de la différence ;

— additionner ce qu'il vient d'obtenir avec la différence ;

— ajouter son âge.

Votre interlocuteur vous communique le résultat final de ses calculs et vous dites son âge.

Exemple. Votre interlocuteur a 23 ans. Il fait les opérations suivantes :

$$\begin{array}{r} 25 \\ 275 \\ 572 \\ 572 - 275 = 297, \\ 297 + 792 = 1089, \\ 1089 + 23 = 1112. \end{array}$$

Votre interlocuteur vous donne le nombre 1112 et vous déterminez d'après lui l'âge cherché. Comment pouvez-vous le faire?

COMMENT DEVINER LE NOMBRE DE SŒURS ET DE FRÈRES?

Vous pouvez deviner combien votre ami a de frères et de sœurs si vous lui demandez de faire les opérations suivantes :

— au nombre de frères ajouter 3;
— multiplier le nombre obtenu par 5;
— ajouter 20;
— multiplier par 2;
— ajouter le nombre de sœurs;
— ajouter 5.

Votre ami vous communique le résultat de ses calculs et vous lui dites le nombre de ses frères et sœurs.

Exemple. Votre ami a quatre frères et sept sœurs. Il fait des opérations suivantes:

$$\begin{aligned} 4 + 3 &= 7, \\ 7 \times 5 &= 35, \\ 35 + 20 &= 55, \\ 55 \times 2 &= 110, \\ 110 + 7 &= 117, \\ 117 + 5 &= 122. \end{aligned}$$

Votre ami vous dit le nombre 122 et vous déterminez combien il a de frères et de sœurs.

Comment pouvez-vous le faire?

TOUR DE PRESTIDIGITATION AVEC L'ANNUAIRE DU TÉLÉPHONE

Ce tour, non moins spectaculaire s'exécute ainsi.

Proposez à votre ami d'inscrire un nombre quelconque de trois chiffres différents. Supposons qu'il a inscrit 648. Ordonnez-lui de permuter les chiffres dans l'ordre inverse et de soustraire le plus petit nombre du plus grand*. Il fera ainsi:

$$\begin{array}{r} 846 \\ -\,648 \\ \hline 198 \end{array}$$

* Si la différence a deux chiffres (99), on l'écrit avec un zéro devant (099).

Demandez-lui de permuter les chiffres du nombre obtenu et d'additionner les deux nombres. Votre ami inscrira

$$\begin{array}{r} 198 \\ +\ 891 \\ \hline 1089 \end{array}$$

Il effectuera tous ces calculs sans vous les montrer ; il pensera donc que le total ne peut vous être connu.

Vous donnez alors à votre ami l'annuaire du téléphone et vous lui demandez de l'ouvrir à la page numérotée par les trois premiers chiffres du total. Votre ami ouvre à la page 108 et attend d'autres ordres. Vous lui demandez de compter sur cette page autant d'abonnés, en partant du haut (ou du bas), qu'indique le dernier chiffre du nombre total (c'est-à-dire 1089). Il trouve le 9-ème abonné et vous lui indiquez son nom et le numéro de son téléphone !

Votre perspicacité étonne naturellement votre ami ; il a choisi le premier nombre lui étant venu à l'esprit et vous lui avez exactement indiqué le nom de l'abonné et son numéro de téléphone.

En quoi consiste le secret de ce tour ?

COMMENT DEVINER LES POINTS DU DOMINO ?

C'est un « tour » arithmétique, basé sur le calcul.

Dites à votre ami de cacher dans sa poche un domino quelconque. Vous allez deviner quel est le point de ce domino s'il fait quelques calculs simples exactement.

Supposons par exemple, qu'il ait le domino 6-3.

Dites à votre ami de doubler un de ces nombres (par exemple 6)

$$6 \times 2 = 12.$$

D'ajouter 7 au nombre doublé :

$$12 + 7 = 19.$$

De multiplier ensuite par 5 :

$$19 \times 5 = 95.$$

D'ajouter alors l'autre nombre du domino (c'est-à-dire 3):

$$95 + 3 = 98.$$

Il vous donne ce résultat ; vous retranchez mentalement 35 et apprenez quel point du domino il avait :

$$98 - 35 = 63, \text{ c'est-à-dire } 6\text{-}3.$$

Pourquoi est-ce ainsi et pourquoi faut-il toujours retrancher 35 ?

UNE MÉMOIRE ÉTONNANTE

Les prestidigitateurs étonnent parfois le public par une mémoire extraordinaire : ils se rappellent de longues rangées de mots, de nombres, etc. Chacun de vous peut aussi étonner ses camarades par un tour du même genre. Voilà comment vous devez l'exécuter.

Préparez 50 cartes en papier sur lesquelles vous inscrirez les lettres et les nombres indiqués à la page 479.

A 24 020	B 36 030	C 48 040	D 510 050	E 612 060
A1 34 212	B1 46 223	C1 58 234	D1 610 245	E1 712 256
A2 44 404	B2 56 416	C2 68 428	D2 7 104 310	E2 3 124 412
A3 54 616	B3 66 609	C3 786 112	D3 8 106 215	E3 9 126 318
A4 64 828	B4 768 112	C4 888 016	D4 9 108 120	E4 10 128 224
A5 750 310	B5 870 215	C5 990 120	D5 10 110 025	E5 11 130 130
A6 852 412	B6 972 318	C6 1 092 224	D6 11 112 130	E6 12 132 036
A7 954 514	B7 1 074 421	C7 1 194 328	D7 12 114 235	E7 13 134 142
A8 1 056 616	B8 1 176 524	C8 1 296 432	D8 13 116 340	E8 14 136 248
A9 1 158 718	B9 1 278 627	C9 1 398 536	D9 14 118 445	E9 15 138 354

Sur chaque carte un grand nombre sera ainsi inscrit et dans le coin gauche un index composé d'une lettre ou d'une lettre avec un chiffre. Distribuez ces cartes à vos amis et dites-leur que vous vous souvenez parfaitement du nombre

qui est inscrit sur telle carte. Il suffit de vous dire l'index de la carte pour que vous indiquiez immédiatement le nombre qui y est inscrit. On vous dit, par exemple, E4 et vous répondez rapidement : 10 128 224.

Comme les nombres sont très grands et qu'il y en a en tout cinquante, votre adresse étonne les spéctateurs. Vous n'avez pas appris par cœur tant de grands nombres. L'affaire est beaucoup plus simple. En quoi consiste votre secret?

UNE MÉMOIRE EXTRAORDINAIRE

Ayant écrit sur une feuille de papier une longue rangée de 20 à 25 chiffres, vous affirmez que vous pouvez sans erreur répéter toute la rangée, chiffre après chiffre. Et en effet, vous le faites admirablement, bien qu'on ne remarque aucun développement régulier dans la succession des chiffres.

Comment vous y prenez-vous?

LES CUBES MYSTÉRIEUX

Faites quelques cubes en papier (quatre par exemple) et marquez leurs côtés par des chiffres, en les disposant comme il est montré sur la figure 276. Avec ces cubes vous pouvez montrer à vos amis un « tour » arithmétique très intéressant.

Demandez-leur de placer, en votre absence, les cubes l'un sur l'autre en colonne dans n'importe quelle position. Quand vous rentrez dans la pièce, d'un seul regard sur la colonne vous déterminez immédiatement la somme de tous les chiffres sur les pans cachés des quatre cubes. Dans l'exemple de la figure 276, vous indiquez

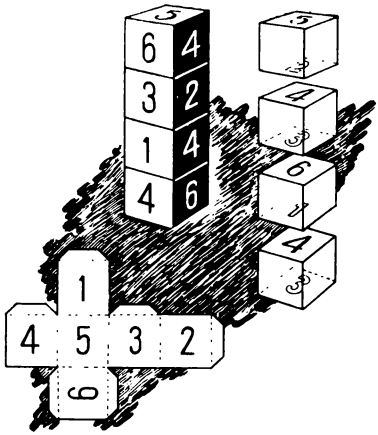


Fig. 276

une somme de 23. Il est facile de s'assurer que c'est exact.

COMMENT DEVINER LA SOMME DE NOMBRES NON INSCRITS?

Vous affirmez que vous pouvez deviner la somme de trois nombres dont l'un seulement est inscrit. Ce tour s'effectue de la manière suivante : vous proposez à votre ami d'écrire n'importe quel nombre de plusieurs chiffres : c'est le premier terme.

Soit qu'il ait écrit 84 706 ; alors vous laissez la place pour le second et le troisième terme et vous écrivez d'avance la somme des trois nombres :

1-ier terme	84 706
2-ième terme	
3-ième terme	
Somme	184 705

Puis votre ami écrit le second terme (il doit se composer d'autant de chiffres que le premier), et vous écrivez le troisième vous-même :

1-er terme	84 706
2-ième terme	30 485
3-ième terme	69 514
Somme	184 705

Il est facile de s'assurer que la somme était prédite justement.

Quel est le mot de l'énigme?

PRÉVOIR LA SOMME

Les superstitions concernant les nombres « magiques » étaient au moins aussi répandues dans la Russie d'avant la Révolution que les préjugés d'un autre genre. Elles étaient bien sûr tout aussi peu justifiées. A quoi peut mener le penchant pour les superstitions, c'est ce que montre l'exemple du héros du récit de Tourguénev « Toc..toc..toc » — Ilya Teglev : en se basant sur une coïncidence fortuite des nombres, il se crut un Napoléon méconnu. Après son suicide, on trouva dans sa poche une feuille avec les calculs suivants :

Napoléon né le 15 août 1769

	1769	
	15	
	8	(août — 8-ième mois)
Total	1792	
	1	
	7	
	9	
	2	
Total	19 !	

Ilya Teglev né le 7 janvier 1811

	1811	
	7	
	1	(janvier — 1-er mois)
Total	1819	
	1	
	8	
	1	
	9	
Total	19 !	

Napoléon est mort le 5 mai 1825		Ilya Teglev est mort le 21 juin 1834	
1825		1834	
5		21	
5	(mai — 5-ième mois)	7	(juillet — 7-ième mois)
Total 1835		Total 1862	
1		1	
8		8	
3		6	
5		2	
Total 17 !		Total 17 !	

Des prédictions numériques de ce genre se sont largement répandues au commencement de la première guerre mondiale. On espérait alors changer ainsi son issue. En 1916, les journaux suisses tenaient leurs lecteurs au courant des « secrets » du destin des empereurs d'Allemagne et d'Autriche-Hongrie :

	Guillaume II	François-Joseph
Année de naissance	1859	1830
Année d'intronisation	1888	1848
Age	57	86
Nombre d'années de règne	28	68
	Total 3832	Total 3832

Les sommes, comme vous voyez, sont identiques et chacune d'elles représente le double de l'année 1916. D'où on conclue que cette année sera fatale aux deux empereurs et on leur prédit la mort ...

Cette fois nous avons affaire non à une coïncidence fortuite, mais simplement à la bêtise humaine. Aveuglés par la superstition, les gens ne comprenaient pas qu'il suffisait de déplacer légèrement les lignes dans les calculs pour que leur caractère mystérieux s'évapore.

Disposez les lignes dans l'ordre suivant:

année de naissance,
âge,
année d'intronisation,
nombre d'années de règne.

Maintenant tout s'éclaire: quelle année doit-on obtenir si à l'année de naissance on ajoute l'âge? Bien sûr, l'année où on fait le calcul. On doit obtenir cette même année si à l'année d'intronisation de l'empereur on ajoute le nombre d'années de son règne. Il est facile de comprendre pourquoi l'addition de ces quatre nombres a donné pour les deux empereurs le même total, soit le double de l'année 1916. On ne pouvait s'attendre à rien d'autre.

Nous pouvons utiliser ce qui a été dit ci-dessus pour exécuter un tour numérique amusant. Proposez à quelqu'un, qui n'est pas au courant de ce secret élémentaire, d'écrire, en cachette, sur un papier, puis d'additionner les quatre nombres suivants:

l'année de sa naissance,
l'année d'entrée à l'usine (école, etc.),
l'âge,
le nombre d'années de travail à l'usine (d'études à l'école etc.)

Bien que vous ne connaissiez pas un seul de ces nombres, il ne vous coûte rien de deviner leur somme. Il suffit de doubler l'année où vous exécutez le tour.

Si vous le répétez, le secret peut être facilement dévoilé. Pour éviter cela, introduisez entre les quatre termes quelques nombres supplémen-

taires connus de vous ; si vous êtes assez habile, la somme sera chaque fois différente et il sera plus difficile de deviner le secret.

RÉPONSES

LES DOMINOS

La chaîne de 28 dominos

Pour simplifier le problème, mettons provisoirement de côté les 7 dominos doubles : 0-0, 1-1, 2-2, etc. Il reste 21 dominos sur lesquels chaque nombre de points se répète six fois. Par exemple, 4 points se trouvent (sur un champ) sur les six dominos suivants :

4-0, 4-1, 4-2, 4-3, 4-5, 4-6

Ainsi, nous voyons que chaque nombre de points se répète un nombre pair de fois. Il est clair, que les dominos d'un tel jeu peuvent être placés l'un contre l'autre par les nombres égaux de points jusqu'à utilisation de tout le jeu. Et quand cela est fait, quand nos 21 dominos sont allongés en chaîne continue, nous introduisons 0-0, 1-1, 2-2, etc. nos sept dominos doubles. Tous les 28 dominos sont alors allongés, en respectant les règles du jeu, en chaîne continue.

Le commencement et la fin de la chaîne

Il est facile de montrer qu'une chaîne de 28 dominos doit se terminer par le même nombre de points qu'elle a commencé. S'il en allait autrement, le nombre de points situés aux extrémités de la chaîne se répétera un nombre impair de

fois (à l'intérieur de la chaîne, les nombres de points se trouvent par paires). Nous savons, cependant, que dans un jeu complet de dominos, chaque nombre de points se répète huit fois, c'est-à-dire un nombre pair de fois. Par conséquent, notre supposition d'un nombre inégal de points aux extrémités de la chaîne est fausse : le nombre de points doit être identique (un raisonnement de cette nature s'appelle mathématiquement « démonstration par l'absurde »).

La propriété de la chaîne démontrée ici a entre autres une conséquence curieuse : une chaîne de 28 dominos peut toujours être fermée par ses extrémités et on obtient un anneau. Donc, un jeu complet de dominos peut, si on observe les règles du jeu, être mis non seulement en chaîne, mais également en anneau fermé.

Le lecteur peut s'intéresser à la question : par combien de moyens différents peut-on faire une telle chaîne ou un tel anneau ? Sans entrer dans les détails épuisants du calcul, nous dirons que le nombre des différentes combinaisons pour composer une chaîne ou un anneau de 28 dominos est immense : plus de 7 trillions. Voici le nombre exact :

$$7\ 959\ 229\ 931\ 520$$

(il représente le produit des multiplicateurs suivants : $2^{13} \times 3^8 \times 5 \times 7 \times 4231$).

« *Tour* » *avec les dominos*

La solution de ce casse-tête découle de ce qui vient d'être dit. Nous savons que 28 dominos se rangent toujours en anneau fermé. Par conséquent, si on retire de cet anneau un domino :

1) les 27 autres dominos forment une chaîne avec des extrémités ouvertes ;

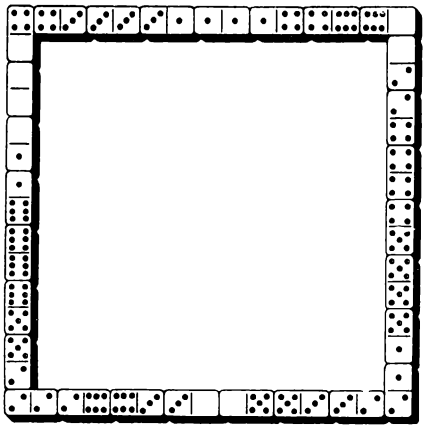


Fig. 277

2) les nombres de points à ces extrémités seront ceux du domino enlevé.

Si nous cachons un domino, nous pouvons, par conséquent, dire à l'avance les nombres de points des extrémités de la chaîne formée par les dominos restants.

Le cadre

La somme des points de tous les côtés du carré cherché doit être de $44 \times 4 = 176$, c'est-à-dire 8 de plus que la somme des points d'un jeu de dominos complet (168). Ceci a lieu, évidemment, parce que les nombres de points des sommets du carré sont comptés deux fois. Cela détermine la somme des points sur les sommets du carré : 8. La recherche de la disposition exigée en est quelque peu allégée, bien que cela soit quand même assez compliqué. La solution est montrée sur la fig. 277.

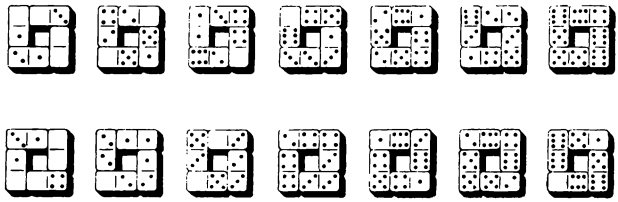


Fig. 278

Sept carrés

Nous donnons deux solutions parmi les nombreuses autres. Dans la première (fig. 278, en haut) nous avons :

1 carré avec une somme de 3,
1 » » » » » 6,
1 » » » » » 8

2 carrés avec une somme de 9,
1 carré » » » » 10,
1 » » » » » 16.

Dans la seconde (fig. 278, en bas) ;

2 carrés avec une somme de 4,
1 carré » » » » 8,
2 carrés » » » » 10,
2 » » » » » 12.

Les carrés magiques en dominos

Sur la figure 279 on donne un exemple de carré magique. Chaque rang a un total de 18.

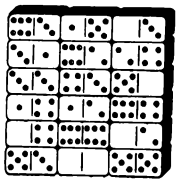


Fig. 279

Progression avec des dominos

Voici à titre d'exemple deux progressions avec une différence de 2 :

a) 0-0 ; 0-2 ; 0-4 ; 0-6 ; 4-4 (ou 3-5) ; 5-5 (ou 4-6).

b) 0-1 ; 0-3 (ou 1-2) ; 0-5 (ou 2-3) ; 1-6 (ou 3-4) ; 3-6 (ou 4-5) ; 5-6.

En tout, avec six dominos, on peut composer 23 progressions. Leurs dominos de départ sont les suivants :

a) pour les progressions avec une différence de 1 :

0 0,	1-1,	2-1,	2-2,	3-2,
0-1,	2-0,	3-0,	3-1,	2-4,
1-0,	0-3,	0-4,	1-4,	3-5,
0-2,	1-2,	1-3,	2-3,	3-4.

b) pour les progressions avec une différence de 2 :

0-0, 0-2, 0-1.

LE JEU DES 15 OU « TAQUIN »

Premier problème

Il peut être résolu à partir de la position initiale par les 44 coups suivants :

14,	11,	12,	8,	7,	6,	10,	12,	8,	7,
4,	3,	6,	4,	7,	14,	11,	15,	13,	9,
12,	8,	4,	10,	8,	4,	14,	11,	15,	13,
9,	12,	4,	8,	5,	4,	8,	9,	13,	14,
10,	6,	2,	1.						

Second problème

Les 39 coups suivants sont nécessaires :

14,	15,	10,	6,	7,	11,	15,	10,	13,	9,
5,	1,	2,	3,	4,	8,	12,	15,	10,	13,
9,	5,	1,	2,	3,	4,	8,	12,	15,	14,
13,	9,	5,	1,	2,	3,	4,	8,	12.	

Troisième problème

Le carré magique avec une somme de 30 s'obtient après un certain nombre de coups :

12,	8,	4,	3,	2,	6,	10,	9,	13,	15,
14,	12,	8,	4,	7,	10,	9,	14,	12,	8,
4,	7,	10,	9,	6,	2,	3,	10,	9,	6,
5,	1,	2,	3,	6,	5,	3,	2,	1,	13,
14,	3,	2,	1,	13,	14,	3,	12,	15,	3.

LE JEU DES 11

Si vous jouez le premier, vous devez prendre deux allumettes ; il en restera 9. Quel que soit le nombre d'allumettes que prendra après vous le second joueur, vous devez n'en laisser que cinq par votre coup suivant. Il est facile de comprendre que vous pouvez le faire dans tous les cas. Et quel que soit le nombre d'allumettes que prend alors votre adversaire sur ces cinq, vous lui en laissez une et vous gagnez.

Si ce n'est pas vous qui commencez, tout dépend de ce que votre adversaire sait le secret du jeu ou non.

LE JEU DES 15

Si vous voulez gagner à coup sûr, il faut commencer par le chiffre 5. Dans quelle case l'écrire ? Examinons par ordre les trois cas, possibles ici.

1. Le 5 est inscrit dans la case du milieu. Quelle que soit la case choisie par votre partenaire, vous pouvez inscrire dans la case libre de ce même rang.

		x
	5	
$10 - x$		

$15 - 5 - x$ (x est le chiffre inscrit par votre adversaire) ; le nombre $15 - 5 - x$, c'est-à-dire $10 - x$, est évidemment inférieur à 9.

2. Le 5 dans une des cases angulaires. Le partenaire choisit soit la case x, soit la case y. S'il écrit le chiffre x, vous devez écrire $y = 10 - x$; s'il écrit y, vous répondez par le chiffre $x = 10 - y$. Dans les deux cas vous gagnez.

5		
		x
	y	

3. Le 5 est au milieu du rang situé sur le bord. Votre partenaire peut écrire dans l'une des quatre cases x, y, z ou t.

	x	z
5		
	y	t

Au chiffre x, vous répondez $y = 10 - z$, à y, vous répondez $x = 10 - y$; à z vous répondez par $t = 10 - z$; à t, vous répondez $z = 15 - t$. Dans tous les cas vous avez gagné.

LE JEU DES 32

Le secret pour jouer sans perdre peut être trouvé assez simplement, si on essaye de jouer la partie en partant de la fin. Si à votre avant-dernier coup, vous laissez au partenaire sur la table cinq allumettes, vous êtes sûr de gagner : le partenaire ne peut prendre plus de quatre allumettes et, par conséquent, vous pouvez prendre après lui celles qui restent. Mais comment faire pour pouvoir laisser 5 allumettes à l'avant-dernier coup ? Pour cela il faut au coup précédent en laisser juste 10 à votre adversaire ; alors quel que soit le nombre d'allumettes qu'il prenne, il ne vous en laissera pas moins de six et vous pourrez toujours lui en laisser cinq. Ensuite, pour que votre partenaire ait 10 allumettes, il faut ne laisser au coup précédent sur la table que 15 allumettes.

Ainsi, en retranchant successivement cinq, nous apprenons qu'il faut laisser avant 20 allumettes, puis encore avant 25, et, enfin, la première fois, 30 allumettes, c'est-à-dire qu'il faut en commençant le jeu, prendre deux allumettes.

Ainsi, voilà le secret pour jouer sans perdre : prenez d'abord deux allumettes, ensuite après que votre partenaire a pris quelques allumettes, prenez-en tant qu'il reste sur la table 25 allumettes ; le tour suivant, laissez 20 allumettes sur la table, ensuite 10 et enfin 5. La dernière allumette sera pour vous.

LA MÊME CHOSE MAIS À L'ENVERS

Si la condition du jeu est inverse, c'est-à-dire que celui qui prend la dernière allumette perd, alors il vous faut laisser à l'avant-dernier tour six allumettes sur la table. Alors, votre adversaire ne peut faire autrement que de vous laisser moins de 2 et plus de 5 allumettes, c'est-à-dire qu'au coup suivant, vous pourrez lui laisser la dernière allumette. Pour cela, il faut par le coup précédent laisser sur la table 11 allumettes, et par les coups d'avant, 16, 21, 26 et 31 allumettes.

Ainsi, vous commencez par prendre une seule allumette, et par les coups suivants vous laissez à votre adversaire 26, 21, 16, 11 et 6 allumettes, la dernière allumette restant forcément à votre adversaire.

LE JEU DES 27

Trouver le moyen de gagner infailliblement est ici quelque peu plus difficile que dans le « jeu des 32 ».

Il faut partir des deux considérations suivantes :

1. Si avant la fin de la partie vous avez un nombre impair d'allumettes, vous devez en laisser cinq à l'adversaire et vous êtes assuré de la victoire. En effet, au coup suivant l'adversaire vous laisse quatre, trois, deux ou une allumette ; s'il en laisse quatre, vous en prenez 3 et vous gagnez, si c'est trois, vous les prenez et gagnez, si c'est deux, vous en prenez une et vous gagnez.

2. Si avant la fin du jeu vous avez un nombre pair d'allumettes, vous en devez laisser six ou sept à l'adversaire. En effet, observons la marche du jeu. Si l'adversaire par le coup suivant vous

laisse six allumettes, vous en prenez une et en ayant maintenant un nombre impair, vous lui laissez 5 allumettes avec lesquelles il doit fatalement perdre. S'il vous laisse non six, mais cinq allumettes, vous en prenez quatre et vous gagnez. S'il vous en laisse quatre, vous les prenez et vous gagnez. S'il vous en laisse trois, vous en prenez deux et vous gagnez. Et, enfin, s'il vous en laisse deux, vous gagnez. Il ne peut vous en laisser moins de deux.

A présent, il est facile de trouver le moyen de gagner infailliblement. Si vous avez un nombre impair d'allumettes, vous devez laisser à l'adversaire sur la table un nombre plus petit de 1 que le multiple de 6, c'est-à-dire 5, 11, 17, 23, et si vous avez un nombre pair d'allumettes, vous devez laisser un nombre multiple de 6 ou d'une unité de plus, c'est-à-dire 6 ou 7, 12 ou 13, 18 ou 19, 24 ou 25. Le zéro peut être considéré comme un nombre pair, parce que, en commençant le jeu, vous devez prendre des 27 allumettes deux ou trois et ensuite faire comme il a été dit précédemment.

Menant ainsi le jeu, vous gagnerez sûrement. Seulement, ne laissez pas votre adversaire vous retirer la direction du jeu.

D'UNE AUTRE MANIÈRE

Si la condition du jeu est inverse et que celui qui a un nombre impair gagne, vous devez jouer de la manière suivante : si vous avez un nombre pair d'allumettes, vous laissez à l'adversaire un nombre plus petit de 1 que le multiple de 6 ; si vous avez un nombre impair, vous lui laissez le multiple de 6 ou 1 de plus. Ceci doit vous amener inexorablement à gagner. Lorsque vous commencez à jouer, vous avez zéro allumettes

(un nombre pair) ; c'est pourquoi vous devez prendre quatre allumettes au premier coup et laisser 23 allumettes à l'adversaire.

PENSEZ UN NOMBRE

N° 1. Soit a le nombre pensé. Les calculs effectués sont :

$$(3a + 2) \times 3 + a = 10a + 6.$$

On obtient un résultat à deux chiffres dont le premier est le nombre pensé et le second 6. En barrant le premier chiffre, on exclut le nombre pensé.

Il va de soi que la suite est compréhensible.

Les cas n° 2, n° 3, n° 5 et n° 8 sont des variantes de ce qui vient d'être décrit.

Le nombre pensé est exclu par un autre moyen dans les cas n° 4, n° 6, n° 7 et n° 9.

Par exemple, dans le n° 9 les calculs effectués sont d'abord les suivants :

$$170 - (a + 20) - 6 + a = 144.$$

Il va de soi que la suite est compréhensible.

Un procédé spécial est utilisé dans le cas n° 10. Ecrire à la droite d'un nombre à trois chiffres le même nombre est la même chose que de multiplier ce nombre par 1001 (par exemple, $356 \times 1001 = 356\,356$). Mais $1001 = 7 \times 11 \times \times 13$. A cause de cela, si le nombre pensé est a, alors les calculs préalables sont :

$$\frac{a \times 1001}{7 \times a \times 11} = 13.$$

La suite est compréhensible.

Comme vous voyez, dans tous les cas, l'astuce

est basée sur l'exclusion du nombre pensé. Sachant ceci, essayez vous-même de composer d'autres exemples.

DEVINONS

Pour comprendre comment on devine dans ces cas, observez quelles opérations je vous fais faire avec les nombres pensés.

Dans le premier exemple vous multipliez d'abord par le chiffre 5; ensuite, ce que vous obtenez, par 2. Donc vous avez multiplié par $2 \times 5 = 10$ et tout nombre multiplié par 10 donne un résultat se terminant par zéro. Sachant ceci, je vous prie d'ajouter 7; maintenant je sais que vous avez dans la tête un nombre de deux chiffres: le premier inconnu, le second 7. Je vous prie de barrer le premier chiffre, inconnu de moi. Que vous reste-t-il dans la tête? Bien sûr 7. Je pourrais vous nommer ce nombre, mais je suis malin; pour vous embrouiller, je vous demande d'ajouter et de soustraire de ce 7 différents nombres et je fais moi-même mentalement la même chose. Enfin, je vous déclare que vous avez obtenu 17. C'est le nombre que vous devez absolument obtenir quel que soit le nombre pensé.

La seconde fois, je devine d'une autre manière, autrement, vous vous rendrez compte trop vite du secret. Je vous ai forcé à tripler le nombre pensé, ensuite à tripler le résultat et au résultat ajouter le chiffre pensé. Qu'est-ce que vous aurez après tout cela? Il est facile de comprendre que c'est la même chose que de multiplier le chiffre pensé par $3 \times 3 + 1$, c'est-à-dire par 10. Je sais à nouveau que vous avez un zéro à la fin. Ensuite on fait comme avant: on ajoute un chiffre quelconque, on barre le premier chiffre

inconnu et avec le reste, que je connais, on fait divers calculs pour embrouiller.

Le troisième cas. Ici c'est la même chose, seulement d'une autre manière. Je vous demande de doubler le chiffre pensé, de le doubler encore, puis de doubler le résultat obtenu et d'ajouter deux fois le chiffre pensé. Votre chiffre est ainsi multiplié par $2 \times 2 \times 2 + 1 + 1$, c'est-à-dire par 10. Le reste est compréhensible, il va de soi. Même si vous avez pensé 1 ou 0, le tour réussit sans anicroche.

Maintenant vous pouvez, aussi bien que moi, faire de telles expériences avec vos amis qui n'ont pas lu ce livre. Peut-être inventerez-vous vos propres méthodes pour deviner. Ce n'est pas bien malin.

DEVINER UN NOMBRE DE TROIS CHIFFRES

Observons encore les calculs effectués avec chaque chiffre. Le premier chiffre a été multiplié d'abord par 2, puis par 5 et ensuite par 10, c'est-à-dire au total par $2 \times 5 \times 10$ ou par 100. Le second chiffre est multiplié par 10, le troisième est ajouté sans changement. En plus, à tout cela on ajoute $5 \times 5 \times 10$, c'est-à-dire 250.

Donc, si on retranche 250 du nombre obtenu il restera le premier chiffre multiplié par 100, plus le second multiplié par 10, plus le troisième chiffre. Autrement dit, il reste juste le nombre pensé.

Il est alors facile de deviner le nombre pensé : il suffit de soustraire 250 du résultat de tous les calculs.

LE TOUR D'ADRESSE NUMÉRIQUE

Si vous observez attentivement les calculs, il est facile de remarquer que celui qui devine

doit obtenir le quadruple du nombre pensé plus 4. Donc, si l'on retranche 4 et que l'on divise le reste par 4, on obtient le nombre pensé.

COMMENT DEVINER LE NOMBRE BARRÉ?

Celui qui connaît l'indice de la divisibilité par 9, sait que la somme des chiffres de n'importe quel nombre donne à la division par 9 un même reste que ce nombre. Deux nombres composés des mêmes chiffres, mais dans un autre ordre, doivent donner des restes identiques à la division par 9. Donc, si l'on soustrait l'un de l'autre, la différence se divisera par 9 (des restes identiques donneront zéro à la soustraction).

En se basant sur ce qui vient d'être dit, vous pouvez savoir ce que votre ami a obtenu à la suite de la soustraction du nombre dont la somme des chiffres est multiple de 9. Comme on vous a communiqué les chiffres 8, 4, 8 donnant en somme 20, alors le chiffre barré était évidemment le chiffre 7, qui en somme avec 20 se divise par 9.

COMMENT DEVINER LE JOUR ET LE MOIS DE NAISSANCE?

Pour trouver la date, il faut retrancher 365 du résultat final; les deux derniers chiffres de la différence indiqueront alors le numéro du mois et les premiers, le jour. Dans notre exemple:

$$2073 - 365 = 1708.$$

D'après le nombre 17-08, nous déterminons la date: 17/VIII. On comprendra pourquoi il en est ainsi, si on désigne le jour par K et le numéro du mois par N et que l'on fait avec eux les calculs nécessaires.

Nous obtenons $(2K \times 10 + 73) \times 5 + N = 100K + N + 365$.

Il est évident qu'en retranchant 365, nous devons obtenir un nombre contenant K centaines et N unités.

COMMENT DEVINER L'ÂGE DE VOTRE INTERLOCUTEUR?

Si vous effectuez le calcul plusieurs fois, il vous sera facile de remarquer que l'âge doit toujours être ajouté à un même nombre, à savoir 1089. C'est pourquoi, si on retranche 1089 du total qui vous est communiqué, on doit obtenir l'âge cherché. Si l'on montre plusieurs fois ce « tour », on peut (pour ne pas en dévoiler le secret) changer les derniers calculs, proposer par exemple de diviser 1089 par 9 et d'ajouter l'âge au quotient.

COMMENT DEVINER LE NOMBRE DE FRÈRES ET DE SŒURS?

Pour déterminer le nombre de frères et de sœurs, il faut soustraire 75 du total. Dans notre exemple :

$$122 - 75 = 47.$$

Le premier chiffre de la différence donne le nombre de frères (que nous désignerons par a), le second, le nombre de sœurs (b).

Les calculs donnent :

$$[(a + 3) \times (5 + 20)] \times 2 + b + 5 = 10a + b + 75,$$

et dans le reste on doit obtenir un nombre de deux chiffres composé de a et de b.

Ce tour ne peut être effectué que si le nombre de sœurs ne dépasse pas neuf.

TOUR D'ADRESSE AVEC L'ANNUAIRE DU TÉLÉPHONE

Le secret du tour consiste en ce que le résultat final des calculs de votre ami vous était connu à l'avance. Quel que soit le nombre à trois chiffres avec lequel on fait les opérations citées, le résultat est toujours le même : 1089. Il est facile de s'en assurer par un essai. Regarder à l'avance dans l'annuaire du téléphone et se souvenir de l'abonné à la 9-ème ligne (à partir du haut ou du bas) de la page 108, n'est vraiment pas malin.

COMMENT DEVINER LES POINTS DU DOMINO?

Qu'avons-nous fait avec le premier nombre? Nous l'avons d'abord multiplié par 2, ensuite par 5, c'est-à-dire en tout par 10. Puis, nous lui avons ajouté le nombre 7, que nous avons ensuite multiplié par 5, autrement dit, nous avons ajouté $7 \times 5 = 35$.

Donc, si nous retranchons 35 du résultat, il restera autant de dizaines qu'il y a de points dans une moitié du domino. Le second chiffre du résultat donne le nombre des points de la seconde moitié.

Maintenant, on comprend que les chiffres du résultat permettent de dire immédiatement le nombre de points.

UNE MÉMOIRE ÉTONNANTE

Le secret du « tour » consiste en ce que l'index qui est sur la carte (la lettre et le chiffre) vous indique le nombre qui est inscrit dessus.

Avant tout vous devez savoir que les lettres *A*, *B*, *C*, *D*, *E* indiquent respectivement 20, 30, 40, 50, 60. Pour cette raison la lettre avec le

chiffre à sa droite désigne un certain nombre. Par exemple, $A1 = 21$; $C3 = 43$; $E5 = 65$.

A partir de ce nombre vous composez, suivant une règle fixe, le grand nombre qui est inscrit sur la carte.

L'exemple suivant va nous permettre de vous montrer comment il faut procéder.

Soit que l'on vous nomme $E4$, c'est-à-dire 64. Vous faites alors avec ce nombre les opérations suivantes :

1) vous additionnez ses chiffres :

$$6 + 4 = 10;$$

2) vous le doublez :

$$64 \times 2 = 128;$$

3) vous retranchez du plus grand de ces chiffres le plus petit :

$$6 - 4 = 2;$$

4) vous multipliez les deux chiffres :

$$6 \times 4 = 24.$$

Enfin, vous écrivez successivement tous les résultats obtenus :

10 128 224.

C'est le nombre qui est inscrit sur la carte.

Les calculs effectués par vous peuvent être désignés ainsi :

$$\boxed{+,\ 2,\ -,\ \times,}$$

c'est-à-dire addition, doublage, soustraction, multiplication.

D'autres exemples.

Index de la carte est $D3$.

Le nombre qui y est inscrit se calcule ainsi:

$$D3 = 53,$$
$$5 + 3 = 8,$$
$$53 \times 2 = 106,$$
$$5 - 3 = 2,$$
$$5 \times 3 = 15.$$

Nous avons donc 8 106 215.

Index de la carte: $B8$

$$B8 = 38,$$
$$3 + 8 = 11,$$
$$38 \times 2 = 76,$$
$$8 - 3 = 5,$$
$$8 \times 3 = 24.$$

Le nombre est 1 176 524.

Pour ne pas charger votre mémoire, vous pouvez prononcer les nombres au fur et à mesure que vous les obtenez, ou les écrire à la craie sur le tableau.

Il n'est pas facile de deviner votre ruse et c'est pourquoi ce tour laisse les spectateurs perplexes.

UNE MÉMOIRE EXTRAORDINAIRE

Le secret est ridiculement simple: vous ecrivez successivement les numéros de téléphone de vos amis.

LES CUBES MYSTÉRIEUX

La solution réside dans l'ordre de la disposition des nombres sur les pans de chaque cube: ils sont disposés de façon que la somme des nombres inscrits sur les faces opposées du cube soit dans tous les cas égale à sept (vérifiez d'après la fig. 276). Pour cela, la somme des nombres sur

les pans supérieurs et inférieurs des quatre cubes, rangés en colonne, est égale à $7 \times 4 = 28$. En retranchant de 28 le nombre qui est inscrit sur le pan supérieur du cube supérieur, vous déterminez sans erreur la somme des nombres sur les sept pans cachés de la colonne.

COMMENT DEVINER LA SOMME DES NOMBRES NON INSCRITS?

Si à un nombre à cinq chiffres on ajoute 99 999, c'est-à-dire 100 000—1, un 1 apparaîtra devant le nombre et le dernier chiffre diminuera de l'unité. C'est là-dessus qu'est basé le tour. Ajoutant mentalement 99 999 au premier terme:

$$\begin{array}{r} 84\,706, \\ +\ 99\,999, \end{array}$$

vous écrivez la somme future de trois termes: 184 705. Il faut maintenant s'arranger pour que le second et le troisième terme donnent ensemble 99 999. Pour cela, lorsque le second terme est inscrit, vous retranchez mentalement chaque chiffre du second terme de 9. Dans notre exemple, le second terme est 30 485, à la suite de cela vous écrivez 69 514. Comme

$$\begin{array}{r} 30485 \\ +\ 69514 \\ \hline 99999, \end{array}$$

le résultat inscrit à l'avance doit fatalement être juste.

D'UN SEUL TRAIT

(*Tracer des figures d'un seul trait continu*)

LE PROBLÈME DES PONTS DE KÖNIGSBERG

L'attention du célèbre mathématicien Euler avait été attirée par un problème original :

« A Königsberg * se trouve l'île de Kneiphoff. La rivière qui la baigne se divise en deux bras (fig. 280) sur lesquels il y a sept ponts *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*.

Peut-on passer par tous ces ponts en ne les traversant qu'une seule fois?

Certains disent que c'est possible, d'autres, au contraire, affirment que c'est infaisable.»

Quelle est votre opinion?

---

* Actuellement, Kaliningrad.

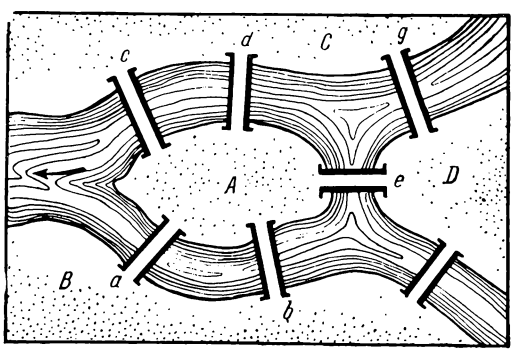


Fig. 280

Euler a consacré au problème des ponts de Königsberg une étude mathématique qui a été présentée en 1736 à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg. Cet ouvrage commence par les lignes suivantes, qui déterminent à quelle branche des mathématiques se rapportent les questions de ce genre :

« Outre la géométrie qui examine les grandeurs et les moyens de mesure et qui a été élaborée encore dans l'Antiquité, Leibniz a le premier cité une autre branche, nommée « géométrie de la position » *. Cette branche de la géométrie ne s'occupe que de l'ordre de la disposition des parties des figures, l'une par rapport à l'autre, sans prendre en considération leurs dimensions.

« Il y a peu de temps, j'ai eu l'occasion d'entendre parler d'un problème se rapportant à la géométrie de la position et j'ai résolu d'exposer ici sous la forme d'un exemple le moyen que j'ai trouvé pour le résoudre. »

Euler avait en vue le problème des ponts de Königsberg.

Nous ne citerons pas ici les raisonnements du grand mathématicien ; nous nous bornerons à des considérations succinctes justifiant sa conclusion finale, qui est que le problème est infaisable.

ANALYSE DU PROBLÈME

Pour être plus clair, remplaçons le dessin de la disposition des bras de la rivière par un schéma simplifié (fig. 281). Pour ce qui nous occupe, la

* Cette branche de la géométrie supérieure s'appelle de nos jours la topologie; elle s'est développée en large secteur de la science mathématique. Les problèmes proposés dans ce chapitre se rapportent à un domaine qui ne forme qu'une partie de la topologie.

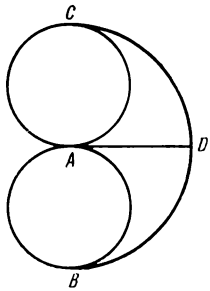


Fig. 281

dimension de l'île et la longueur des ponts n'ont aucune importance (c'est, comme nous le savons, la caractéristique de tous les problèmes de topologie : ils ne dépendent pas des dimensions relatives des parties de la figure).

C'est pourquoi nous pouvons remplacer sur le schéma les endroits A, B, C, D (fig. 280) par des points de dénomination correspondante où se croisent les parcours du circuit. Le problème consiste maintenant à tracer le dessin (fig. 281) d'un trait, sans lever la plume du papier et sans passer deux fois sur une même ligne.

Montrons, qu'il est impossible de tracer notre figure d'un seul trait. En effet, en chaque point nodal (A, B, C, D) il faut arriver par un chemin et repartir par un autre chemin. Les exceptions sont les points initial et final ; au premier il ne faut arriver de nulle part et il n'est pas nécessaire de quitter le second point. Donc, pour la possibilité d'un circuit continu de notre figure, il faut qu'en tous les points nodaux, à part deux, il y ait, soit deux, soit quatre trajectoires qui se croisent, et en général, un nombre pair de trajectoires se croisant. Dans notre figure, en chaque point A, B, C, D se

croisent justement un nombre impair de lignes. C'est pourquoi, il est impossible de la tracer d'un trait continu et, par conséquent, on ne peut passer par les ponts de Königsberg comme l'exige le problème.

SEPT PROBLÈMES

Essayez de dessiner d'un trait continu les sept figures suivantes (fig. 282). Rappelez-vous la règle : tracer toutes les lignes de la figure donnée sans lever le crayon du papier, en ne faisant aucuns traits supplémentaires et sans passer deux fois par le même trajet.

UN PEU DE THÉORIE

Si vous essayez de tracer d'un trait continu les fig. *1-6* (fig. 282) vous arrivez à des résultats différents. Certaines figures peuvent être dessinées quel que soit le point à partir duquel vous commencez la première ligne. Les autres ne peuvent l'être que si vous commencez à partir

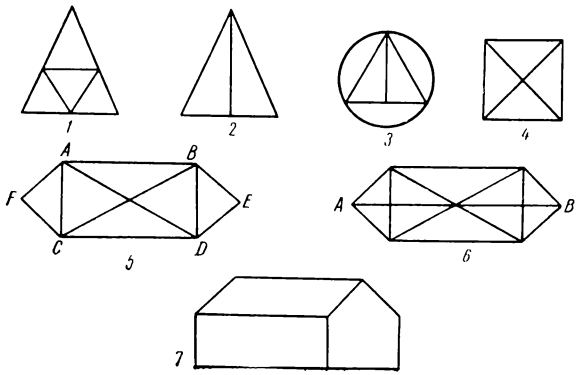


Fig. 282

d'un point déterminé. Enfin il en est qui ne peuvent être tracées d'une seule ligne continue. A quoi est due une telle différence? Existe-t-il des signes qui permettent de déterminer à l'avance si la figure donnée peut ou non être tracée d'un trait continu, et si c'est possible, par quel point il faut commencer notre tracé?

La théorie répond à fond à ces questions et nous donnerons certaines de ses règles.

Convenons d'appeler « pairs » les points d'intersection du nombre pair de lignes de ces figures, pour les distinguer des points « impairs » où se croisent un nombre impair de lignes.

On peut démontrer (nous n'allons pas le faire) que, quelle que soit la figure, elle ne comporte pas de points impairs ou qu'elle en comporte *2*, *4*, *6* ou n'importe quel autre nombre pair; s'il n'y a pas de points impairs, elle peut toujours être tracée d'un trait continu, quel que soit le point d'où l'on commence. Si la figure ne comporte que deux points impairs, cette figure peut être dessinée d'un seul trait, en commençant par l'un des points impairs (quel qu'il soit). Il est facile de comprendre, que l'on doit terminer au second point impair. C'est ce qui arrive pour les figures *2*, *3*, *6*; pour la figure *6*, par exemple, on doit commencer soit par le point *A*, soit par le point *B*.

Si la figure comporte plus de deux paires de points impairs, elle ne pourra jamais être tracée d'un seul trait continu. C'est le cas des figures *4* et *7* qui contiennent 2 paires de points impairs.

Ce qui a été dit est suffisant pour déterminer les figures qui ne peuvent être exécutées d'un trait continu et celles qui le peuvent ainsi que le point d'où il faut commencer le tracé.

Le professeur A. Arrens propose la règle suivante: on doit considérer toutes les lignes déjà

tracées de la figure donnée comme inexistantes et en choisissant la ligne suivante veiller à ce que la figure ne se rompe pas quand cette ligne sera aussi effacée du dessin.

Supposons par exemple que l'on commence la figure *5* en suivant la trajectoire *ABCD*. Si maintenant on trace la ligne *DA*, il restera alors 2 figures, *ACF* et *BDE* non liées entre elles : la figure *5* s'est rompue. Après avoir terminé la figure *AFC*, nous ne pourrons plus passer à la figure *BDE*. C'est pourquoi, après avoir suivi le contour *ABCD*, on ne doit pas passer par *DA*, mais d'abord suivre la trajectoire *DBED* et ensuite seulement prendre la ligne *DA* restante, pour aller à la figure *AFC*.

ENCORE SIX FIGURES

Tracez d'un seul trait continu les figures suivantes (fig. 283).

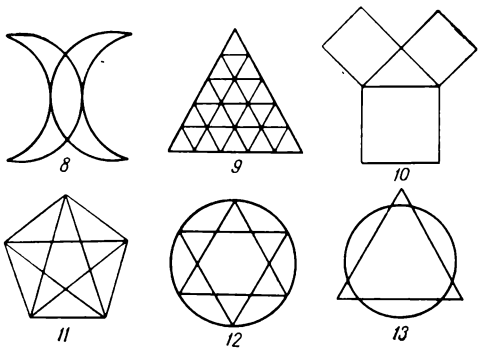


Fig. 283

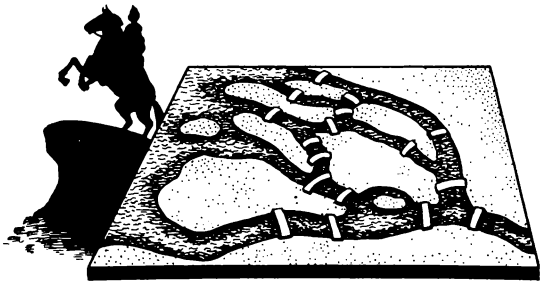


Fig. 284

LES PONTS DE LÉNINGRAD

Pour conclure, nous proposons un problème où il s'agit de traverser les 17 ponts reliant les différents secteurs de la ville de Léningrad sans utiliser un même pont deux fois. Mais, à la différence du problème des ponts de Königsberg, le trajet proposé est cette fois possible et notre lecteur est maintenant suffisamment armé pour résoudre le problème tout seul.

RÉPONSES

Sur les figures 285 et 286 sont données les réponses aux problèmes du chapitre « D'un seul trait ».

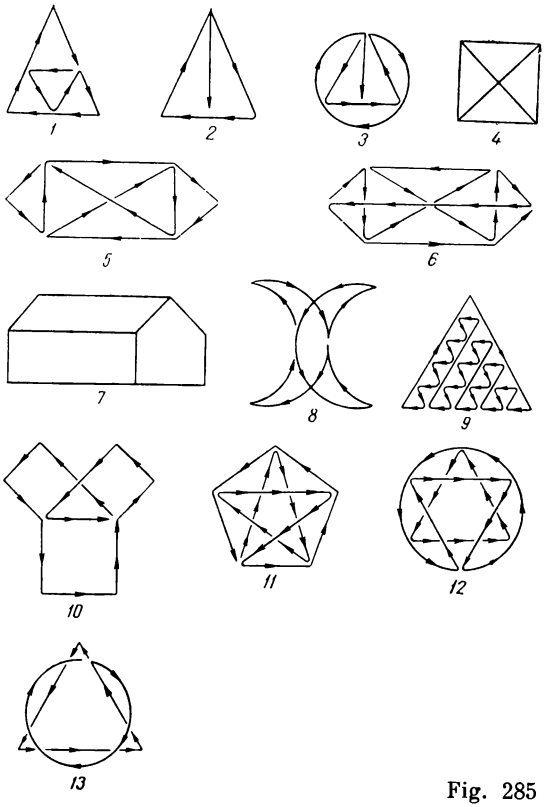


Fig. 285

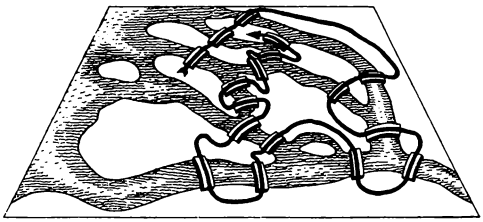


Fig. 286

QU'EST-CE QUI EST DESSINÉ ICI?

Essayez de dire ce qui est dessiné sur la figure 287.

Une optique inhabituelle donne à l'image de ces objets une allure étrange qui rend la réponse difficile. Essayez quand même de deviner ce qu'a voulu représenter le dessinateur. Ce sont des objets usuels que vous connaissez parfaitement.

LES VERRES ET LES COUTEAUX

Trois verres sont placés de façon que leur écartement mutuel soit plus grand que la longueur des couteaux qu'on a posés entre eux (fig. 288). Néanmoins, il faut faire avec ces trois couteaux un pont, qui réunirait les trois verres. Il va sans dire que l'on ne doit pas déplacer les verres ; il est également interdit d'utiliser autre chose que les trois verres et les trois couteaux.

Pouvez-vous le faire?

COMMENT C'EST FAIT?

Vous voyez ici (fig. 289) un cube qui se compose de deux morceaux de bois : la moitié du haut possède des queues d'aronde qui entrent dans les rainures en queue d'aronde de la partie du bas. Prêtez attention à la forme et à la disposition des queues d'aronde et expliquez comment le menuisier a trouvé le moyen de réunir les deux parties. Chacune d'elles est faite d'un seul morceau de bois!

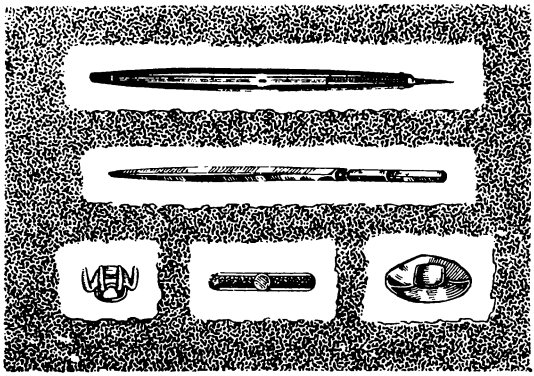


Fig. 287

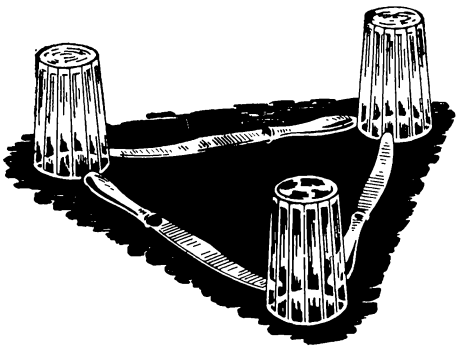


Fig. 288

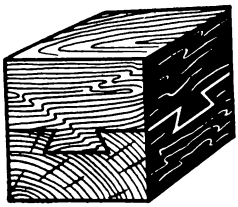


Fig. 289

UN BOUCHON POUR TROIS TROUS

Dans la planche (fig. 290) se trouvent six rangées de trois trous. Il vous faut, dans un matériau quelconque, découper pour chaque rangée un bouchon qui obturerait les trois trous.

Pour la première rangée c'est facile : il est clair que le parallélépipède montré sur la figure résout le problème.

Trouver la forme du bouchon pour les cinq autres rangées est un peu plus difficile. Ceux qui ont eu affaire à des dessins industriels viendront à bout de ce problème ; en fait, il s'agit tout simplement d'exécuter une pièce d'après ses trois projections.

TROUVER UN BOUCHON

Devant vous se trouve une planchette (fig. 291) avec trois trous : un carré, un triangle et un rond.

Peut-il exister un bouchon qui puisse obturer les trois trous ?

UN SECOND BOUCHON

Si vous avez résolu le problème précédent, vous trouverez peut-être un bouchon pour des trous de la figure 292 ?

UN TROISIÈME BOUCHON

Enfin, encore un problème du même genre : existe-t-il un bouchon pour les trois trous montrés sur la figure 293 ?

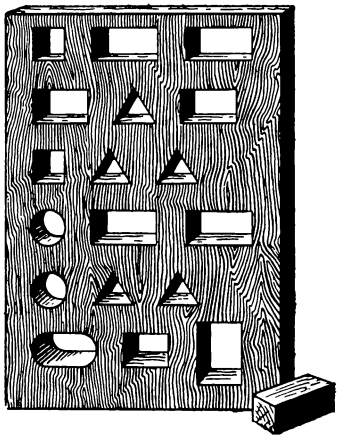


Fig. 290

Fig. 291

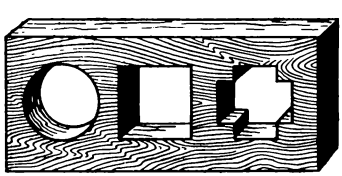


Fig. 292

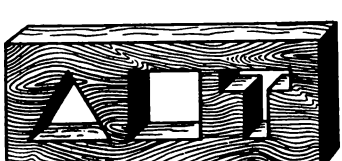


Fig. 293

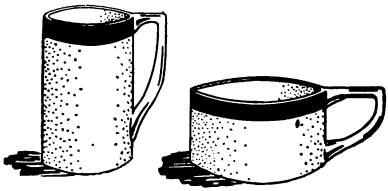


Fig. 294

LES DEUX GOBELETS

Un des gobelets est deux fois plus haut que l'autre, mais par contre l'autre est 1 $^1/_2$ fois plus large (fig. 294). Quel est celui qui a la plus grande capacité?

COMBIEN DE VERRES?

Sur les rayons d'une étagère (fig. 295) sont placés des récipients de trois dimensions, dis-

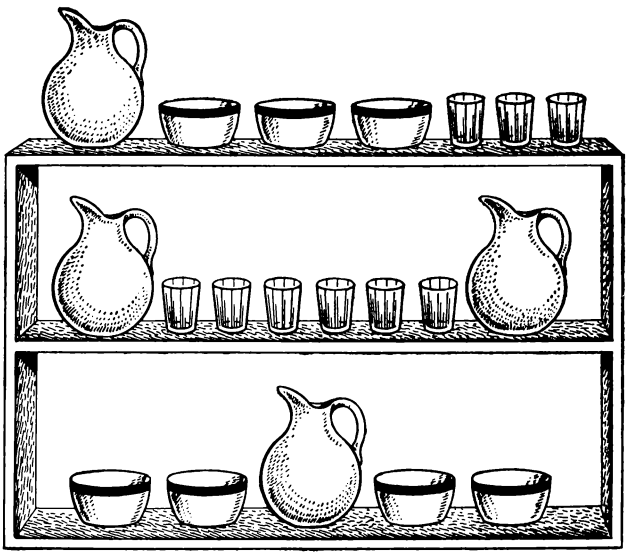


Fig. 295

posés de manière à ce que la capacité totale des récipients sur chaque rayon soit la même. La plus petite capacité est celle du verre. Quelle est la capacité (exprimée en verres) des deux récipients?

LES DEUX CASSEROLES

On a deux casseroles de forme identique et aux parois de même épaisseur. La première a une contenance huit fois plus grande que la seconde.

De combien de fois est-elle plus lourde?

LES QUATRE CUBES

On a fabriqué quatre cubes pleins dans un même matériau, mais de côté différent (fig. 296), à savoir de 6 cm, 8 cm, 10 cm et 12 cm. Il faut les disposer sur une balance de manière à ce que les plateaux soient en équilibre.

Quels cubes ou quel cube mettrez-vous sur chaque plateau?

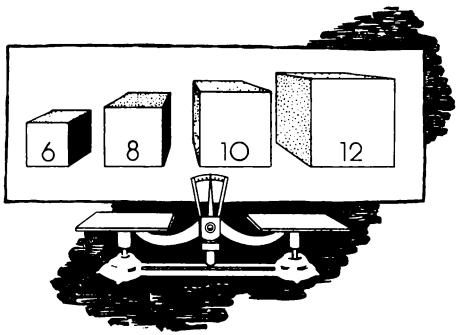


Fig. 296

JUSQU'À LA MOITIÉ

Un tonneau ouvert a été rempli d'eau à première vue à moitié. Or vous voulez savoir s'il a été rempli exactement à moitié, s'il y en a plus ou moins de la moitié. Vous n'avez rien sous la main pour mesurer le tonneau.

De quelle manière pourrez-vous vous assurer que l'eau contenu dans le tonneau le remplit juste de moitié?

QU'EST-CE QUI EST PLUS LOURD?

On a deux caisses cubiques identiques (fig. 297). Dans celle de gauche se trouve une bille en acier dont le diamètre est égal au côté de la caisse. Celle de droite est remplie de petites billes d'acier, rangées comme il est montré sur la figure.

Quelle est la caisse la plus lourde?

LA TABLE À TROIS PIEDS

Selon certains la table à trois pieds n'oscille jamais, même si les pieds sont de longueur différente.

Est-ce exact?

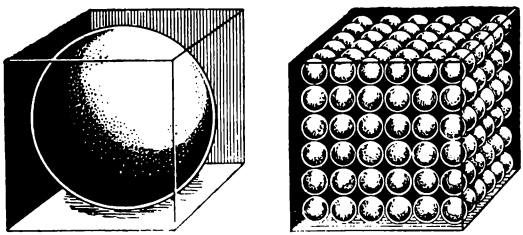


Fig. 297

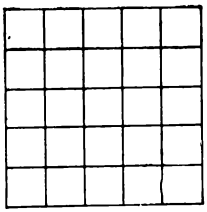


Fig. 298

COMBIEN DE RECTANGLES?

Combien de rectangles pouvez-vous distinguer sur ce dessin (fig. 298)? Ne vous pressez pas pour répondre. Faites attention à ce qu'on vous demande; il ne s'agit pas seulement de carrés, mais de rectangles (grands et petits) que peut contenir cette figure.

L'ÉCHIQUIER

Combien pouvez-vous dénombrer de carrés disposés différemment sur un échiquier?

LA BRIQUE

Une brique utilisée dans la construction pèse 4 kg.

Que pèse une brique en même matériau, mais dont toutes les dimensions sont quatre fois moindres?

LE GÉANT ET LE NAIN

De combien de fois un géant de 2 m de hauteur est plus lourd qu'un nain de 1 m?

SUIVANT L'ÉQUATEUR

Si vous pouviez faire le tour du monde en suivant l'équateur, le sommet de votre tête décrirait une trajectoire plus longue que chaque point de votre plante des pieds.

De quel ordre de grandeur est cette différence?

Fig. 299

DANS UNE LOUPE

Un angle de 1°30′ est examiné dans une loupe grossissant quatre fois.

De quelle grandeur l'angle vous semblera-t-il (fig. 299)?

DES FIGURES SEMBLABLES

Ce problème est destiné à ceux qui connaissent les règles de similitude géométrique. On doit répondre à deux questions suivantes:

1. Est-ce que les triangles intérieur et extérieur du signal routier (fig. 300) sont semblables?

2. Est-ce que les rectangles extérieur et intérieur du cadre (fig. 300) sont semblables?

Fig. 300

LA HAUTEUR DE LA TOUR

Dans votre ville il y a une haute tour, dont vous ne connaissez cependant pas la hauteur. Vous avez une photo de la tour sur une carte postale.

Comme cette photo peut-elle vous aider à déterminer la hauteur de la tour?

QU'OBTIENDRA-T-ON?

Calculez mentalement de quelle longueur serait une bande composée de tous les mm^2 contenus dans 1 m^2, joints l'un à l'autre?

DANS LE MÊME GENRE

Calculez mentalement à combien de km s'élèverait une colonne formée par tous les mm^3 d'un m^3 si on les posait l'un sur l'autre?

LE SUCRE

Qu'est-ce qui est plus lourd un verre de sucre semoule ou un verre de sucre concassé?

LE CHEMIN DE LA MOUCHE

Sur la paroi intérieure d'un bocal cylindrique en verre à 3 cm de son bord supérieur se trouve une goutte de miel. Sur sa paroi extérieure, en un point diamétralement opposé s'est posée une mouche (fig. 301).

Indiquez à la mouche le chemin le plus court pour arriver jusqu'à la goutte de miel.

La hauteur du bocal est de 20 cm, son diamètre 10 cm.

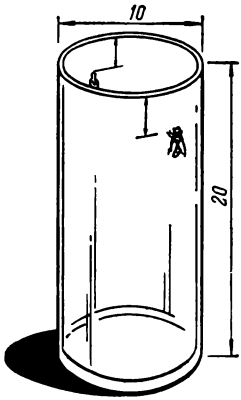


Fig. 301

Ne comptez pas sur la mouche pour qu'elle trouve elle-même le chemin le plus court et vous facilite ainsi la solution du problème ; pour cela elle devrait avoir des connaissances en géométrie ce qui est hors de partie de la tête d'une mouche.

LE CHEMIN DU SCARABÉE

Sur le bord de la route se trouve une pierre de taille de 30 cm de long, de 20 cm de haut et d'autant de large (fig. 302). Partant du point *A*, un scarabée s'apprête à se diriger vers le point *B* par la voie la plus courte.

Par où passe cette voie la plus courte et quelle est sa longueur ?

LE VOYAGE DU BOURDON

Un bourdon décolle pour un voyage lointain. Du nid natal, il vole droit sur le sud, franchit la rivière et enfin se pose au bout d'une heure sur le flanc d'un coteau recouvert de trèfle parfumé.

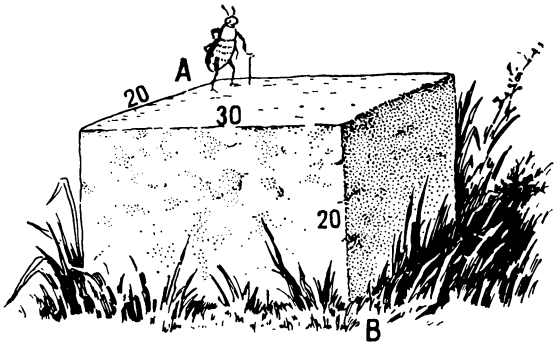


Fig. 302

Le bourdon y reste une demi-heure voletant d'une fleur à l'autre.

Maintenant, il faut qu'il visite un jardin où il a remarqué hier des groseilliers en fleurs. Le jardin se trouve à l'ouest du flanc du coteau et le bourdon se dépêche d'y arriver. Au bout de 3/4 d'heure il atteint le jardin. Les groseilliers sont tous en fleurs et pour visiter les arbustes le bourdon met 1 h 1/2.

Ensuite, sans perdre le temps, il s'envole droit vers son nid.

Combien de temps le bourdon a-t-il été absent ?

LA FONDATION DE CARTHAGE

Sur la fondation de l'antique ville de Carthage, court une légende. Didon, la fille du roi de Tyr, devenue veuve, après que son frère eut tué son mari, s'enfuit en Afrique où elle débarque, avec de nombreux habitants de Tyr, sur la côté du Nord. Elle y acquiert au roi de Numidie « autant de terre qu'une peau de bœuf peut recouvrir ».

Quand le marché fut conclu, Didon découpe la peau de bœuf en fines lanières et grâce à cette malice, recouvre une parcelle de terrain suffisante pour y ériger une forteresse. Ainsi fut fondée la forteresse de Carthage à laquelle fut adjointe par la suite la ville du même nom.

Essayez de calculer quelle aire aurait dû suivant la légende occuper la forteresse, étant donné que la peau de bœuf possède une surface de 4 m^2 et que les lanières découpées par Didon ont une largeur de 1 mm.

RÉPONSES

QU'EST-CE QUI EST DESSINÉ ICI?

Les objets suivants sont dessinés dans une perspective inhabituelle: un rasoir à lame, des ciseaux, une fourchette, une montre, une cuillère. Quand on examine un objet quelconque, on voit, à proprement parler sa projection sur un plan perpendiculaire au rayon visuel. Dans le cas donné, on donne des projections différentes de celles auxquelles on est habitué, et c'est ce qui a rendu l'objet presque méconnaissable.

LES VERRES ET LES COUTEAUX

Il est possible de le faire en disposant les couteaux comme il l'est montré sur la figure 303. Chaque couteau s'appuie par une extrémité sur le verre et par l'autre sur un autre couteau, qui à son tour s'appuie sur un couteau. Les couteaux se soutiennent mutuellement l'un l'autre.

COMMENT C'EST FAIT?

Le secret est très simple, comme on le voit sur la figure 304.

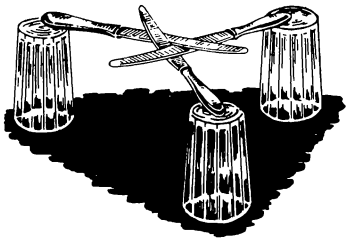


Fig. 303

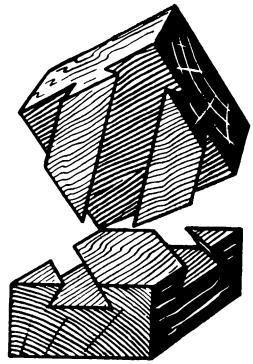


Fig. 304

En fait, les queues d'aronde ne se disposent pas en croix, comme on peut le supposer en regardant la pièce finie, mais parallèlement suivant la diagonale. De telles saillies pénètrent facilement dans les rainures en queue d'aronde.

UN BOUCHON POUR TROIS TROUS

Les bouchons convenables sont montrés sur la figure 305.

TROUVER UN BOUCHON

Le bouchon convenable existe. Il a la forme montrée sur la figure 306. Il est facile de voir,

Fig. 305

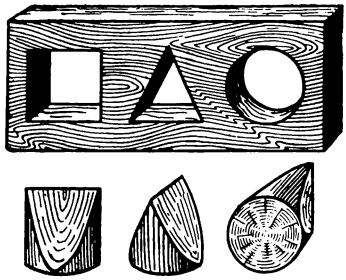


Fig. 306

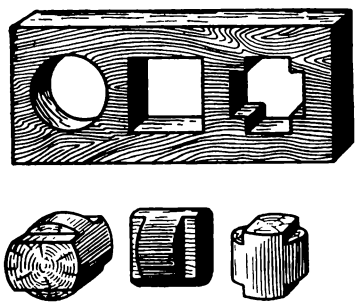


Fig. 307

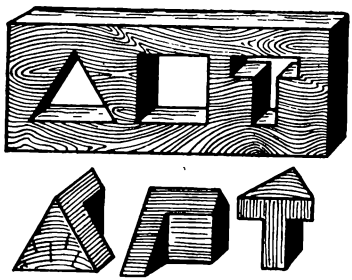


Fig. 308

qu'un tel bouchon peut obturer des trous carrés, triangulaires et ronds.

UN SECOND BOUCHON

Il existe aussi un bouchon pour les trous de la figure 307 : rond, carré et en croix. On le montre dans les trois positions.

UN TROISIÈME BOUCHON

Il existe et vous pouvez le voir des trois côtés sur la figure 308.

Les problèmes dont nous venons de nous occuper doivent souvent être résolus par les dessinateurs, quand d'après trois projections d'une pièce de machine quelconque, ils doivent rétablir sa forme.

LES DEUX GOBELETS

Le gobelet, qui est 1 fois 1/2 plus large, aurait pour une même hauteur $(1^1/_2)^2$ fois plus de capacité, c'est-à-dire de 2 fois 1/4 ; comme il n'est que deux fois moins haut, il a quand même une capacité plus grande que le premier gobelet de plus grande hauteur.

COMBIEN DE VERRES?

Comparons le premier et le troisième rayons : sur le troisième rayon il y a un récipient de capacité moyenne de plus, mais il y manque trois petits récipients. Mais comme la capacité totale des récipients sur chaque rayon est la même, il est évident que la capacité du récipient moyen est égale à celle de trois petits. Ainsi, un récipient moyen a une contenance de trois verres.

Il nous reste à déterminer la contenance du grand récipient. En remplaçant sur le premier rayon les récipients moyens par le nombre correspondant de verres, nous obtenons un grand récipient et 12 verres. En comparant avec le second rayon on trouve qu'un grand récipient contient six verres.

LES DEUX CASSEROLES

Les deux casseroles sont des corps géométriquement semblables. Si la grande casserole a huit fois la capacité de la petite, cela signifie que ses dimensions linéaires sont deux fois plus grandes: elle est deux fois plus haute et deux fois plus large dans les deux directions. Mais si elle est deux fois plus haute et large, sa surface est 2×2, c'est-à-dire quatre fois plus grande, parce que la surface des corps semblables est égale au carré des dimensions linéaires. L'épaisseur des parois étant la même, le poids de la casserole dépend donc de la grandeur de sa surface. Nous obtenons ainsi la réponse à la question posée: la grande casserole est quatre fois plus lourde que la petite.

LES QUATRE CUBES

Il faut mettre les trois petits cubes sur l'un des plateaux et le grand sur l'autre. La balance doit rester en équilibre. Le volume des trois petits cubes est en effet égal au volume du plus grand cube. Ceci découle de l'égalité:

$$6^3 + 8^3 + 10^3 = 12^3,$$

c'est-à-dire

$$216 + 512 + 100 = 1\,728.$$

Fig. 309

JUSQU'À LA MOITIÉ

Le moyen le plus simple est d'incliner le tonneau, de manière à ce que l'eau arrive jusqu'au bord (fig. 309). Si on voit un bout du fond du tonneau, c'est qu'il n'est pas rempli d'eau jusqu'à la moitié. Si, au contraire, le fond se trouve au-dessous du niveau de l'eau, cela veut dire qu'il est rempli d'eau plus qu'à moitié. Et, enfin, si le bord supérieur du fond est au niveau de l'eau, il est rempli juste à moitié.

QU'EST-CE QUI EST PLUS LOURD?

Supposons que le cube de droite se compose de petits cubes contenant chacun une bille. On voit facilement que la grande bille occupe en proportion autant de place dans le grand cube que chaque petite bille dans le petit cube.

Il n'est pas difficile de déterminer le nombre des petites billes et des petits cubes: $6 \times 6 \times \times 6 = 216$. 216 billes occupent en proportion autant de volume de 216 petits cubes qu'une grande bille d'un grand cube. D'où il est évident

qu'il y a dans les deux caisses une même quantité de métal ; par conséquent, leur poids doit être le même.

LA TABLE À TROIS PIEDS

La table à trois pieds peut toujours s'appuyer sur le plancher par les extrémités de ses trois pieds, parce que par trois points de l'espace passe un plan et un seul ; c'est pourquoi la table à trois pieds est stable. Comme vous le voyez, la cause en est géométrique et non physique.

C'est ce qui explique que les instruments de géodésie et les appareils photographiques sont toujours montés sur des trépieds. Un quatrième pied ne rendrait pas le support plus stable ; il faudrait au contraire faire en sorte qu'il ne puisse balancer.

COMBIEN DE RECTANGLES

On peut distinguer 225 rectangles disposés chacun de façon différente.

L'ÉCHIQUIER

Sur l'échiquier il n'y a pas que 64 carrés, mais beaucoup plus ; car en plus des petits carrés noirs et blancs, il y a encore d'autres composés de 4, 9, 16, 25, 36, 49 et 64 petits carrés. Faisons-en le compte :

petits carrés séparés			64
composés de	4	petits carrés	49
»	9	»	36
»	16	»	25
»	25	»	16
»	36	»	9
»	49	»	4
»	64	»	1
		Au total :	204

Ainsi, l'échiquier comprend 204 carrés différents.

LA BRIQUE

Si vous avez répondu que la petite brique pèse 1 kg, c'est-à-dire seulement quatre fois moins, vous vous êtes lourdement trompés. La petite brique n'est pas seulement quatre fois plus courte, mais quatre fois plus étroite et quatre fois moins haute; donc, son volume et, par conséquent, son poids est de $4 \times 4 \times 4 = 64$ fois inférieur.

La réponse exacte est donc : $4\,000 : 64 = 62{,}5$ g.

LE GÉANT ET LE NAIN

Vous êtes déjà préparés pour résoudre correctement ce problème. Comme les configurations du corps humain ont des formes sensiblement semblables, pour une taille deux fois plus haute, l'homme aura un volume non pas double, mais huit fois plus grand. Notre géant pèse donc environ huit fois plus que le nain.

Le plus grand géant dont on a conservé les mesures vivait en Alsace et avait 275 cm de haut soit 1 m de plus qu'un homme moyen. Le plus petit nain connu avait une taille de 40 cm, c'est-à-dire qu'il était environ sept fois plus petit que le géant alsacien. Si l'on avait placé sur l'un des plateaux d'une balance le géant alsacien, il aurait fallu $7 \times 7 \times 7 = 353$ nains, soit une armée entière, pour l'équilibrer.

SUIVANT L'ÉQUATEUR

Si l'on considère un homme de 175 cm et l'on désigne le rayon de la terre par R, on a :

$2 \times 3{,}14\,(R + 175) - 2 \times 3{,}14 \times R = 2 \times 3{,}14 \times 175 = 1\,100$ cm, c'est-à-dire 11 mètres.

Le plus étonnant est que le résultat ne dépend aucunement du diamètre de la sphère. Il serait, par conséquent, identique sur l'immense soleil et sur une petite boule.

DANS UNE LOUPE

Si vous croyez que dans une loupe notre angle sera de $1^1/_2 \times 4 = 6°$, vous faites erreur. La valeur de l'angle n'augmente aucunement à l'examen à travers une loupe. Il est vrai que l'arc qui mesure l'angle, augmente mais autant de fois que le rayon de cet arc, donc l'angle lui-même ne change pas. C'est ce qui illustre la figure 310.

DES FIGURES SEMBLABLES

On répond souvent à deux questions posées par l'affirmative. En réalité, seuls les triangles sont semblables; les rectangles extérieur et intérieur du cadre d'un tableau ne sont pas à proprement parler semblables. Pour que les triangles soient semblables, l'égalité des angles suffit. Mais pour les autres polygones, l'égalité des angles (ou ce qui revient au même: le seul parallélisme des côtés) ne suffit pas; il faut encore que les côtés du polygone soient proportionnels. Pour les rectangles extérieur et inté-

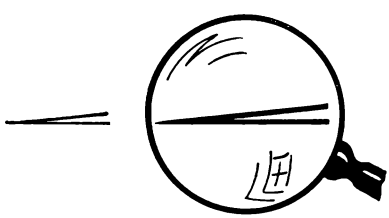


Fig. 310

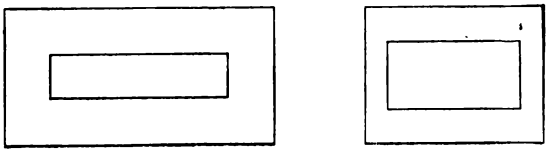


Fig. 311

rieur du cadre d'un tableau ce n'est le cas que pour les carrés (et en général les losanges). Dans tous les autres cas, les côtés du rectangle extérieur ne sont pas proportionnels aux côtés du rectangle intérieur et, par conséquent, les figures ne sont pas semblables. L'absence de similitude devient évidente pour les cadres rectangulaires de la figure 311. Dans le cadre de gauche, le rapport des côtés extérieurs est de 2 à 1, et des côtés intérieurs de 4 à 1. Dans celui de droite le rapport des côtés extérieurs est de 4 à 3, et des côtés intérieurs, de 2 à 1.

LA HAUTEUR DE LA TOUR

Pour déterminer sur la photo la hauteur de la tour en réel, il faut tout d'abord mesurer très exactement ses dimensions sur la photo. Supposons, que sa hauteur sur la photo est 95 mm et la largeur de sa base 19 mm. Mesurons alors la largeur de la tour en nature. Supposons qu'elle est de 14 m.

Après ces mesures raisonnons ainsi.

La photographie de la tour et son contour réel sont géométriquement semblables. Par conséquent, la hauteur de la tour réelle est autant de fois plus grande que sa base, que sur la photo la hauteur est plus grande que la base. Le rapport sur la photo est de 95 à 19, soit 5 à 1, d'où, l'on conclut que la tour est 5 fois plus haute que large. La hauteur réelle est donc $14 \times 5 = 70$ m.

Il faut cependant remarquer, que toutes les photos ne conviennent pas, mais seulement celles dont les proportions ne sont pas faussées.

QU'OBTIENDRA-T-ON?

Dans un mètre carré il y a mille fois mille mm^2. Mille mm^2 mis bout à bout donne 1 m. S'il y en a mille de mille mm^2 on obtient 1000 m ou 1 km; la bande s'allongera sur un km.

DANS LE MÊME GENRE

La réponse est stupéfiante! Une telle colonne s'éleverait à ... 1000 km.

Faisons le calcul mentalement. Dans un m^3 il y a $1000 \times 1000 \times 1000$ mm^3. Chaque 1000 m^3 placés l'un sur l'autre donne une colonne de 1000 m = 1 km. Et comme nous avons 1000 fois plus de cubes, la colonne aura une hauteur de 1000 km.

LE SUCRE

Si vous faites un effort d'imagination, ce problème qui paraît relativement compliqué se résout d'une façon assez simple. Supposons pour simplifier que les morceaux de sucre concassé ont un diamètre 100 fois plus grand que les particules de sucre semoule. Supposons maintenant, que toutes les particules de sucre semoule se sont élargies de 100 fois, ainsi que le verre dans lequel elles se trouvent. Le volume du verre augmente de $100 \times 100 \times 100$, c'est-à-dire de 1 million de fois, le poids du sucre augmente d'autant. Versons mentalement un verre normal de ce sucre semoule « grossi », c'est-à-dire un millionième du contenu du verre géant. La

quantité déversée pèsera évidemment autant qu'un verre de sucre semoule ordinaire. Qu'est-ce que notre sucre semoule « grossi »? Rien d'autre que du sucre concassé. Donc, il y aura le même poids de sucre concassé dans le verre que de sucre semoule.

Si au lieu de 100 fois nous n'avions agrandi que de 60 fois, il n'y aurait rien eu de change. Dans notre raisonnement nous avons considéré les morceaux de sucre concassé comme des corps géométriquement semblables aux particules de sucre semoule et disposées identiquement. Cette approximation n'est à vrai dire pas très rigoureuse, mais elle est suffisamment proche de la réalité (si l'on parle du sucre concassé et non du sucre en morceaux).

LE CHEMIN DE LA MOUCHE

Pour résoudre ce problème, développons la surface de la paroi du bocal cylindrique en figure plane; nous obtenons un rectangle (fig. 312, *a*), dont la hauteur est 20 cm et la base égale à la circonférence du bocal, c'est-à-dire $10 \times 3^1/_7 = 31^1/_2$ cm (peu s'en faut). Marquons sur ce rectangle la position de la mouche et celle de la goutte de miel. La mouche est au point *A*, à 17 cm de la base; la goutte, au point *B* à la

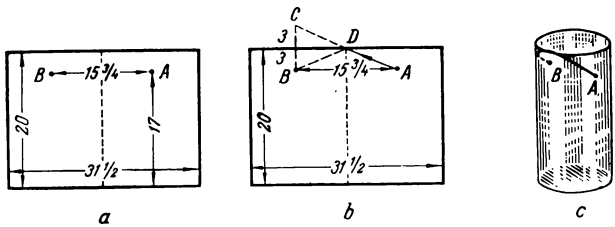


Fig. 312

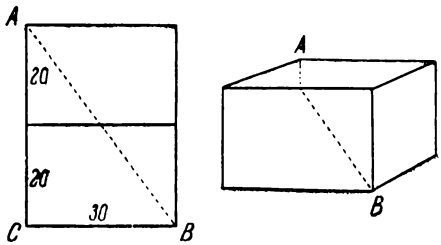


Fig. 313

même hauteur et à une distance égale à la moitié de la circonférence du bocal de *A*, c'est-à-dire 15 cm 3/4.

Pour trouver à présent le point où la mouche doit dépasser le bord du bocal, faisons ainsi. Du point *B* (fig. 312, *b*) menons une droite perpendiculaire au côté supérieur du rectangle et prolongeons-la à une distance égale de ce bord : nous obtenons le point *C*. Joignons-le à *A* par une ligne droite. *D* sera le point par lequel la mouche devra passer de l'autre côté du bocal ; le chemin *ADB* sera le plus court.

Nous avons trouvé le chemin le plus court sur le rectangle développé ; transformons-le à nouveau en cylindre ; nous voyons alors quel chemin doit emprunter la mouche pour atteindre au plus vite la goutte de miel (fig. 312, *c*).

LE CHEMIN DU SCARABÉE

On trouve facilement le chemin le plus court si l'on retourne en pensée le pan supérieur de la pierre de manière à ce qu'il se trouve dans un même plan que le pan avant (fig. 313). Il devient alors évident que le chemin le plus court est la droite qui joint les points *A* et *B*. Quelle est la longueur de ce chemin? Nous avons un

triangle rectangle ABC, dans lequel $AC = 40$ cm et $CB = 30$ cm. D'après le théorème de Pythagore, le 3-ème côté doit être égal à 50 cm, puisque $30^2 + 40^2 = 50^2$.

Ainsi, le chemin le plus court, $AB = 50$ cm.

LE VOYAGE DU BOURDON

Le problème se résoudrait très facilement si l'on indiquait le temps que le bourdon a mis pour rejoindre son nid. Or ce n'est pas le cas, mais la géométrie va nous aider à le trouver.

Traçons l'itinéraire du bourdon. Nous savons, que le bourdon a d'abord volé droit au sud pendant 60 minutes, puis 45 minutes vers l'ouest, c'est-à-dire à angle droit par rapport à sa direction initiale. Ensuite, par le chemin le plus court, c'est-à-dire suivant une droite, il est revenu à son nid. Nous obtenons un triangle rec-

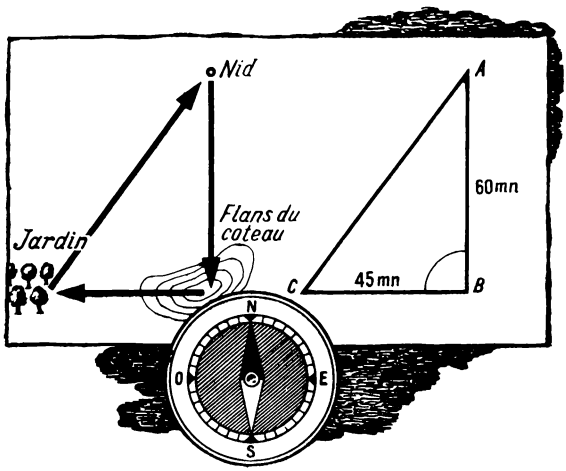


Fig. 314

tangle ABC dans lequel nous connaissons les côtés AB et BC ; nous devons déterminer l'hypoténuse AC.

La géométrie nous apprend, que si une grandeur quelconque est contenue 3 fois dans un côté et 4 fois dans l'autre, alors dans le troisième côté (l'hypoténuse) cette grandeur sera contenue exactement cinq fois.

Par exemple, si les côtés du triangle sont de 3 et 4 m, l'hypoténuse est égale à 5 m ; si les côtés sont de 9 et 12 km, le troisième côté sera de 15 km, etc. Dans notre cas un des côtés est 3×15 minutes de vol, l'autre 4×15 minutes de vol, l'hypoténuse AC sera donc de 5×15 minutes de vol. Ainsi, du jardin au nid, le bourdon a volé 75 minutes, c'est-à-dire 1 h 1/4.

A présent, il est facile de calculer le temps pendant lequel le bourdon s'est absenté. Le vol lui a pris :

$$1 + 3/4 + 1\ 1/4 = 3 \text{ h.}$$

Les arrêts lui ont pris :

$$1/2 + 1\ 1/2 = 2 \text{ h.}$$

En tout : $3 + 2$ soit 5 h.

LA FONDATION DE CARTHAGE

Si la surface d'une peau de bœuf est de 4 m^2 ou 4 millions de mm^2 et la largeur de la lanière 1 mm, la longueur totale de la lanière découpée sera (on doit penser que Didon la découpa en spirale) 4 millions de mm ou 4 mille m, c'est-à-dire 4 km. Avec une telle lanière on peut entourer une parcelle carrée de 1 km^2 et une parcelle ronde de 1,3 km^2.

MESURER EN PAS LE CHEMIN PARCOURU

Comme on n'a pas toujours de règle graduée ou de ruban d'arpenteur sous la main, il est utile de savoir faire des mesures approximatives pour s'en passer.

Le plus simple est de mesurer en pas les distances plus ou moins longues, par exemple, au cours d'une des excursions. Il faut pour cela connaître la longueur de son pas et en compter le nombre. Evidemment, nos pas ne sont pas toujours égaux : nous pouvons faire des pas plus petits, ou marcher si nous le désirons à grandes enjambées. Cependant, lorsque nous marchons normalement, nous faisons des pas à peu près égaux, et si nous connaissons leur longueur, nous pouvons sans grande erreur mesurer les distances.

Pour connaître la longueur de son pas, il faut marcher une certaine distance et calculer de là la longueur moyenne d'un pas. Pour cela nous ne pouvons pas nous passer d'un ruban d'arpenteur ou d'un cordon.

Etendez le ruban sur un sol uni et mesurez 20 m. Tracez une ligne correspondante sur le sol et enlevez le ruban. Maintenant marchez normalement en suivant cette marque et comptez le nombre de vos pas. Il est possible que vous n'en obteniez pas un nombre entier. Dans ce cas, si le reste est inférieur à un demi-pas, on peut simplement le négliger ; s'il lui est supérieur, considérez-le comme un pas entier. En divisant la longueur totale (20 m) par le nombre de pas, vous obtiendrez la longueur moyenne d'un pas. Souve-

nez-vous de ce nombre et vous pourrez faire des mesures, si nécessaires.

Pour ne pas s'embrouiller en comptant, on peut sur de longues distances procéder ainsi. Lorsque vous aurez compté 10 pas, recourberez un doigt de la main gauche. Quand vous aurez utilisé tous les doigts de la main gauche, c'est-à-dire lorsque vous aurez fait 50 pas, vous recourberez un doigt de la main droite. Vous pouvez ainsi compter jusqu'à 250, après quoi reprenez le compte du début, en vous rappelant combien de fois vous avez recourbé les doigts de la main droite. Si, par exemple, pour franchir une certaine distance, vous avez recourbé deux fois tous les doigts de la main droite et s'il vous reste encore à la fin du parcours trois doigts recourbés dans la main droite et quatre dans celle de gauche, c'est que vous avez fait

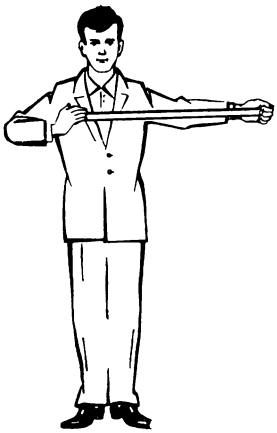
$$(2 \times 250) + (3 \times 50) + (4 \times 10) = 690.$$

Il suffit alors d'ajouter éventuellement les quelques pas faits après avoir recourbé pour la dernière fois les doigts de la main gauche.

Cette règle ancienne, vous sera peut-être utile : la longueur moyenne du pas d'un adulte est égale à la moitié de la distance du sol à ses yeux.

Il en existe une autre qui se rapporte à la vitesse de la marche : un homme fait autant de km à l'heure qu'il fait de pas en 3 secondes. On comprend aisément que cette règle n'est valable que si l'on avance d'un pas régulier. Soit x mètres la longueur d'un pas et n le nombre de pas en 3 secondes. En 3 secondes le piéton fait nx mètres et à l'heure (3600 sec) 1200 nx mètres ou 1, 1 nx km. Pour que cette vitesse

Fig. 215



soit égale au nombre de pas faits en 3 secondes, on doit avoir l'égalité

$$1{,}2nx = n \text{ ou } 1{,}2x = 1\,;$$

d'où $x = 0{,}83$ m.

Si la première règle sur le rapport entre la longueur du pas et la taille est vraie, la seconde n'est alors valable que pour un homme de taille moyenne (175 cm).

LE CORPS COMME INSTRUMENT DE MESURE

Si l'on ne dispose ni d'un mètre ni d'un ruban, on peut pour mesurer un objet de dimension moyenne, procéder ainsi : tendre une ficelle de l'extrémité du bras tendu sur le côté jusqu'à l'épaule opposée (fig. 315), ou prendre un bâton de même dimension, soit environ un mètre chez un homme adulte. On peut aussi rapporter en ligne droite six « quarts », c'est-à-dire la distance entre les extrémités de l'index et du pouce écartés aussi largement que possible (fig. 316, *a*).

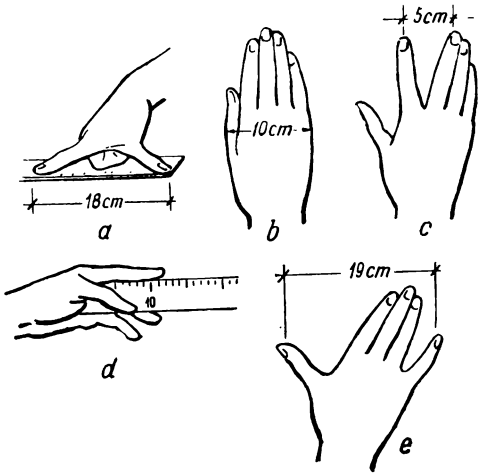


Fig. 316

Ce dernier moyen nous permet de passer aux mesures avec des « mains nues », pour cela il faut seulement prendre au préalable la dimension de sa main et bien se le rappeler.

Comment procéder? Il faut d'abord mesurer la largeur de la paume. Chez un adulte, elle est d'environ 10 cm, mais la vôtre peut être plus étroite et vous devez savoir de combien; puis calculer la distance entre le médius et l'index, écartés le plus possible (fig. 316, *c*). Ensuite, il est utile de connaître la longueur de son index à partir de la base du pouce, comme le montre la fig. 316, *d*. Enfin, mesurez la distance entre l'extrémité du pouce et celle de l'auriculaire, largement écartés (fig. 316, *e*).

En utilisant ainsi votre corps comme instrument de mesure, vous pouvez effectuer des mesures approximatives sur de petits objets.

TOURS D'ADRESSE SIMPLES ET DIVERTISSEMENTS

DEVINER LES POINTS DU DOMINO

Ce tour est basé sur une ruse qu'il ne sera pas donné à tout le monde de découvrir.

Vous affirmez à vos camarades, que vous allez deviner les points du domino, bien que vous trouverez dans la chambre voisine. Pour plus de sécurité vous proposez que l'on vous bande les yeux. Et en effet, votre camarade ayant choisi dans le tas de dominos une plaque quelconque, vous demande combien de points porte cette plaque et vous lui dites immédiatement, de la chambre voisine, la réponse exacte sans voir ni le domino, ni vos camarades.

Comment fait-on un tel tour?

ENCORE UN TOUR AVEC DES DOMINOS

Vous rangez 20 plaques de dominos par paires sur la table et proposez à un camarade de retenir une des paires, sans qu'il vous dise à laquelle il a pensé.

Un second, un troisième, etc. camarades peuvent aussi retenir n'importe quelle paire se trouvant sur la table.

Vous affirmez que vous allez deviner les dominos pensés. Pour cela vous rangez sur la table, en quatre rangs de cinq les plaques de dominos et vous demandez à chacun des joueurs d'indiquer les rangs où se trouvent les dominos pensés. Vous les sortez alors immédiatement des rangs.

Comment pouvez-vous le faire?

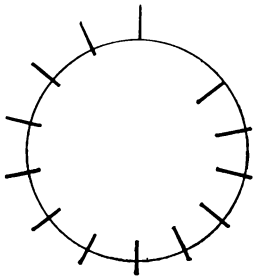


Fig. 317

LA DISPARITION DU TRAIT

Recopiez soigneusement la figure 317. Découpez le cercle avec des ciseaux et tournez-le légèrement dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, de manière à ce que la partie découpée de chaque trait s'applique sur ce qui reste du trait voisin. Il se produira une métamorphose inattendue : au lieu des 13 traits, il n'en restera que 12 sur le dessin. Un des traits a disparu. Où est-il passé ?

Si l'on fait revenir le cercle à sa place initiale, le trait disparu réapparaît. Comment l'exliquer ?

LE NŒUD MYSTÉRIEUX

Passons maintenant aux « tours » avec des objets et non plus avec les nombres.

En voici un curieux, avec lequel vous pourrez étonner vos amis.

Prenez une cordelette d'environ 30 cm (fig. 318) et faites-y un nœud sans le serrer, comme il est montré sur le dessin de gauche. Ajoutez à cette boucle une seconde (voir le dessin suivant). Vous vous attendez à obtenir en serrant maintenant la cordelette, un double nœud très solide. Mais attendez : nous allons

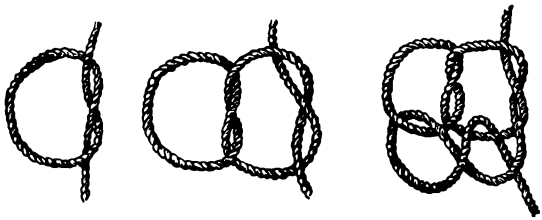


Fig. 318

compliquer notre nœud en passant une des extrémités de la cordelette dans les deux boucles, comme le montre le dessin de droite.

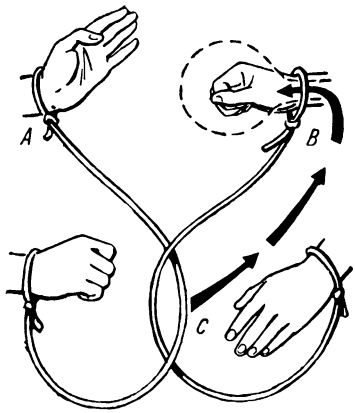
A présent, nos préparatifs sont terminés ; on peut commencer la partie principale du tour. Tenez une des extrémités libres de la cordelette et proposez à un camarade de tirer sur l'autre. Ce que vous obtiendrez aucun de vous ne s'y attend : au lieu d'un nœud compliqué embrouillé, vous aurez une cordelette lisse ! Le nœud disparaîtra.

Ce tour intéressant ne réussit que dans le cas où la troisième boucle est faite exactement de la manière indiquée sur notre dessin. Ce n'est que dans ce cas que tous les nœuds se défont d'eux-mêmes lorsque l'on tend la cordelette. Si vous voulez que le tour réussisse parfaitement, regardez le dessin avec attention.

LA LIBÉRATION

Liez deux de vos amis *A* et *B* comme il est montré sur la figure 319 : les cordons entourent les poignets des deux mains de chacun et se croisent de façon telle qu'il leur est impossible de se séparer. Cependant, ce n'est qu'une appa-

Fig. 319



rence. Il existe un moyen pour libérer les prisonniers sans couper le cordon. En quoi consiste-t-il ?

Voici la réponse. Il faut prendre le cordon liant les mains de *A* au point désigné par *C* sur le dessin et le passer dans le sens indiqué par la flèche par l'espace laissé libre par la ficelle qui entoure la main de *B*. Quand on a tiré une longueur suffisante du cordon *B*, on doit passer la main dans la boucle ainsi formée et tirer le cordon *A* : les amis sont libérés.

LA PAIRE DE BOTTES

Découpez, dans du papier fort, un cadre, une paire de bottes et un anneau ovale de forme et de dimensions comparables à ceux montrés sur la figure 320. Le trou de l'anneau devra être de la dimension de la largeur du cadre, plus étroit que la tige de la botte. Si on vous propose de suspendre les bottes sur le cadre de la manière

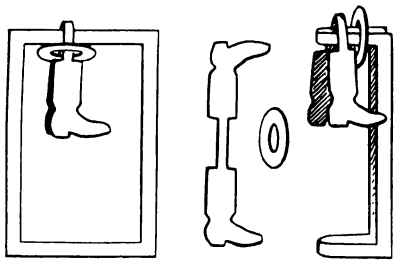


Fig. 320

indiquée sur la figure, vous considérerez probablement ce problème insoluble pour cette raison.

Cependant c'est possible, si on sait s'y prendre.

Voici la solution. On plie le cadre en son milieu de façon à ce qu'une moitié recouvre l'autre. Aux extrémités pliées on passe alors l'anneau ovale. Puis on passe entre les extrémités pliées la figure redressée des bottes. On les plie à nouveau, on les pousse vers l'endroit de pliage du cadre et on y passe l'anneau ovale, de la façon exigée par le problème.

Il ne reste plus qu'à redresser le cadre et le problème est résolu.

LES BOUCHONS SUR L'ANNEAU

Sur un anneau en papier fort deux bouchons sont suspendus retenus par un petit anneau de fil de fer (fig. 321).

On doit enlever les bouchons de l'anneau de papier. Comment le faire?

A première vue cela semble très ardu, mais si vous avez résolu le problème précédent, vous trouverez sans difficulté la solution.

Fig. 321

Il faut plier l'anneau de papier, enlever le petit anneau de fil de fer en le faisant glisser vers l'extrémité libre ; libérer les bouchons ne présente alors aucune difficulté.

LES DEUX BOUTONS

Faites dans une languette de papier fort deux incisions voisines parallèles, comme il est montré sur la figure 322, et sous celles-ci un trou rond légèrement plus large que la distance entre les fentes. Par le trou et les fentes faites passer une ficelle aux extrémités de laquelle vous attacherez deux boutons de dimension telle qu'ils ne puissent pas passer par le trou.

Pouvez-vous libérer les boutons (sans détacher la ficelle évidemment) ?

La solution est la suivante. Pliez la languette de papier de manière à ce que les extrémités de la bande, découpée entre les fentes, se recouvrent l'une l'autre ; passez ensuite cette bande dans le trou rond et retirez les boutons par la boucle ainsi formée. Et voilà ! Redressez la languette, vous obtenez ainsi séparément celle-ci et les deux boutons.

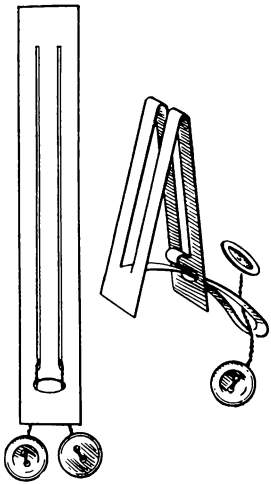


Fig. 322

LE PORTEFEUILLE MAGIQUE

Découpez, dans le carton d'un dossier, deux rectangles de la dimension d'un carnet de notes, par exemple 7 cm de long sur 5 de large. Prenez ensuite trois bouts de ruban (en leur absence, on peut utiliser des bandelettes de papier). Deux d'entre eux doivent être plus longs de 1 cm que la largeur du rectangle et le troisième, plus long de 1 cm que le double de la largeur du rectangle. Collez les rubans aux rectangles de la manière indiquée sur la figure 323 ; dans les rubans courts

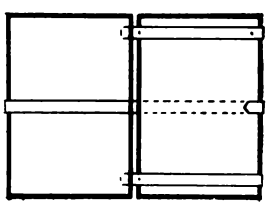


Fig. 323

une des extrémités doit être recourbée et collée sous le carton de droite tandis que les autres extrémités doivent être collées au verso du rectangle de gauche. Quant au long ruban, son extrémité sera collée d'abord au verso du rectangle de droite, faites le passer sous ce dernier, puis au verso du rectangle de gauche, sa deuxième extrémité étant collée sous celui-ci.

Nos préparatifs sont terminés. Le « portefeuille magique » est prêt. Vous pouvez alors montrer un tour étonnant qui mérite de s'appeler le « papier vivant », ou de porter un autre titre du même genre.

Vous prenez un morceau de papier, sur lequel votre camarade appose sa signature, pour que vous ne puissiez le changer. Vous passez ce papier à l'intérieur sous les deux rubans. Vous fermez le portefeuille et vous l'ouvrez à nouveau. Que s'est-il passé? Le papier a glissé de lui-même de sous les deux rubans et d'une manière inexplicable, sans aide quelconque, s'est glissé sous le ruban unique à l'extérieur du portefeuille.

Tout le secret réside en ce que vous avez ouvert le portefeuille à l'envers.

C'est très simple, mais difficile à deviner pour celui qui n'est pas au courant.

DEVINER LES ALLUMETTES

Dans mon enfance, un tour que me montra mon frère aîné me rendit assez perplexe. J'étais dans ma chambre et j'entendis dans la pièce voisine des éclats de rire qui suscitèrent ma curiosité. J'allais voir. Mon frère et un étudiant de ses amis riaient de concert.

— Approche, nous allons te montrer un tour intéressant.

Je n'en demandai pas plus. Mon frère était un grand boute-en-train.

— Regarde, dit mon frère en plaçant en désordre des allumettes sur la table. Je mets dix allumettes n'importe comment. A présent je vais dans la cuisine, pendant ce temps, choisis mentalement une allumette quelconque. Quand tu l'auras choisie, appelle-moi. Je regarderai les allumettes et je te montrerai celle que tu as choisie.

— Il pourrait te dire que ce n'est pas celle-là, intervint son invité. Non, il faut un contrôle, sans ça, rien à faire.

— Bon. Nous ferons ainsi: quand le gamin aura choisi une allumette, il te la montrera, tu sera témoin.

— C'est autre chose. Commençons maintenant.

Mon frère sortit. Je m'assurai de ce qu'il était effectivement dans la cuisine et de ce qu'on ne pouvait rien voir par le trou de la serrure. Ayant choisi une allumette, je la montrai à l'étudiant sans la toucher et je criai à mon frère:

— C'est prêt!

Je n'étais pas très sûr que mon frère allait deviner: toutes les allumettes étaient à la même place qu'avant. Comment pourrait-il faire? Et, bien, il désigna l'allumette choisie. Il s'approcha de la table et la montra immédiatement. Je m'efforçais pourtant de ne pas la regarder, pour ne pas me trahir. Mon frère ne tourna même pas les yeux vers moi et il devina quand même. On pouvait en devenir fou!

— Veux-tu que je le fasse encore une fois?

— Bien sûr!

Il devina à nouveau. On répéta dix fois l'expérience, et chaque fois mon frère devinait sans erreur l'allumette choisie.

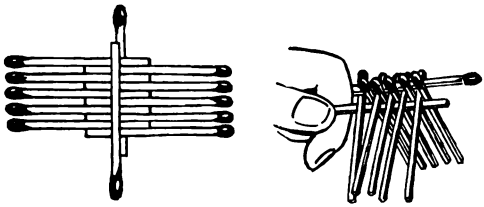


Fig. 324

J'étais prêt à pleurer, impatient de savoir ce qu'il y avait là-dessous. Enfin, ayant pris pitié de moi, mes tortionnaires m'ouvrirent leur secret.

En quoi, croyez-vous qu'il consiste?

UNE ALLUMETTE PEUT EN SOULEVER ONZE

Construisez avec une douzaine d'allumettes l'édifice montré sur la figure 324. Essayez ensuite de soulever tout cet échafaudage par l'extrémité qui dépasse de l'allumette inférieure. Si vous êtes suffisamment adroit, vous réussirez. Et voilà comment avec de l'adresse et de l'ingéniosité, on peut soulever 11 allumettes avec une seule.

L'expérience peut ne pas réussir du premier coup ; il faut alors prendre patience et la répéter plusieurs fois.

EST-CE FACILE À FAIRE?

Est-ce que ce qui est montré sur la figure 325 est facile à faire? Soulever avec deux allumettes une troisième par son extrémité.

A première vue, ce n'est pas difficile, n'est-ce pas? Mais essayez de l'exécuter et vous verrez

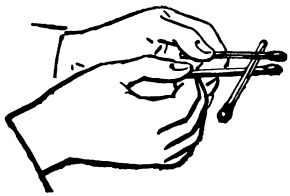


Fig. 325

qu'il vous faudra beaucoup d'adresse et de patience. Votre allumette se retournera au moindre mouvement de vos muscles.

SUR LE CHEMIN ÉTROIT

Dessinez une bande de papier avec quinze cases (fig. 326).

Pour jouer il vous faut un dé et deux fiches différentes (on peut prendre deux pions du jeu de dames, deux pièces de monnaie, ou deux boutons).

Les règles sont très simples. On joue à deux. Chacun met sa fiche sur la première case ; ensuite on jette le dé à tour de rôle. Celui qui a sorti le plus de points, commence. Chaque partenaire déplace sa fiche d'autant de cases qu'il a sorti de points avec le dé, mais il n'a pas le droit de dépasser la case occupée par l'adversaire. S'il

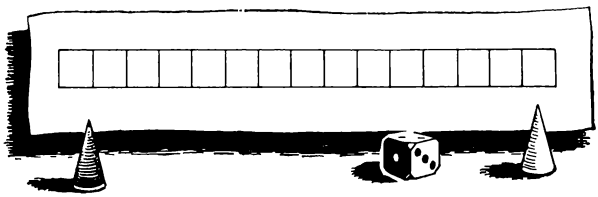


Fig. 326

obtient plus de points qu'il ne reste de cases libres, le joueur recule d'autant de cases qu'il a de points en trop.

Les fiches sont, de ce fait, soit au milieu du chemin, soit sur ses extrémités. Le jeu se termine quand l'un des joueurs est forcé de quitter le chemin. Celui qui reste, gagne.

LES MOTIFS ÉTOILÉS

Tout le monde ne sait peut-être pas qu'avec une simple paire de ciseaux, sans accessoires de dessinateur, on peut faire des motifs très jolis et différents les uns des autres en papier.

Prenez une feuille de papier carrée et pliez-la successivement comme il est montré sur la figure 327 *A*, *B*, *C*, *D* et *E*. Arrivé au dessin *E*, découpez le papier plié suivant des lignes compliquées du genre de celles montrées sur le dessin.

Dépliez ensuite le papier et arrangez les plis ; vous obtiendrez une jolie forme qui sera encore plus belle, si vous la collez sur du papier foncé (fig. 328).

L'ÉTOILE À CINQ BRANCHES

Savez-vous découper correctement dans du papier une étoile à cinq branches? Ce n'est pas facile. Dans des mains malhabiles, l'étoile a des branches inégales.

Il existe deux moyens pour découper de belles étoiles.

Pour ce qui est du premier, on commence par tracer avec un compas ou même tout simplement une soucoupe, un cercle sur une feuille de papier. On le découpe et on le plie en deux. On plie ensuite le demi-cercle ainsi obtenu quatre fois (fig. 329, *A*).

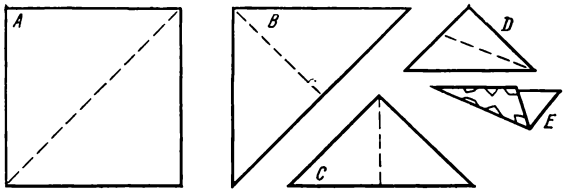


Fig. 327

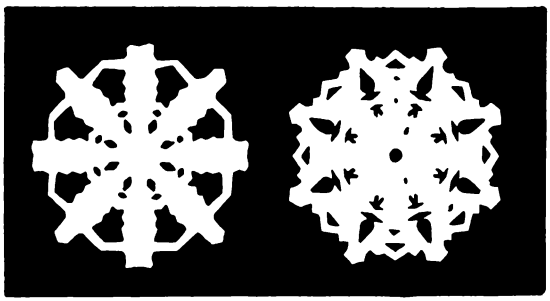


Fig. 328

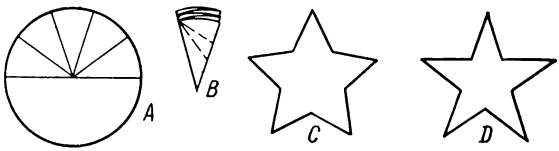
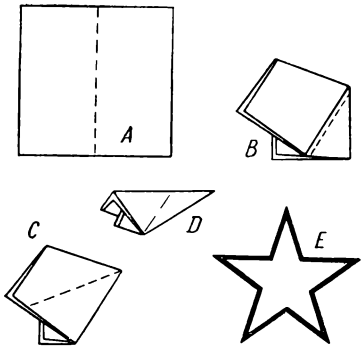


Fig. 329

Fig. 330



C'est la partie la plus difficile du travail: il faut avoir un coup d'œil juste, parce que le demi-cercle doit être plié en cinq parties égales.

Quand c'est fait, on le découpe avec des ciseaux près du bord large suivant l'une des lignes pointillées, montrées sur la fig. 328, *B*. En dépliant le papier, on obtient une étoile à cinq branches avec des creux plus ou moins profonds (fig. 329, *C*, *D*) suivant que l'on a fait des coupes plus ou moins inclinées.

Le second moyen est probablement plus simple, car on part non d'un cercle, mais d'un carré. On commence par plier en deux la feuille de papier carrée (fig. 330, *A*). Ensuite on la plie encore trois fois (fig. 330, *B*, *C*, *D*). Le dessin 330, *D* indique en pointillé la ligne de coupe.

L'étoile obtenue quand on développe le papier est montrée sur la figure 330, *E*.

IL SEMBLE QUE C'EST FACILE

Regardez avec attention ce dessin (fig. 331) ; tâchez de le retenir pour pouvoir le dessiner ensuite de mémoire.

Vous avez retenu ? ... Eh bien, commencez à dessiner. D'abord marquez les quatre extrémités des lignes sinueuses. Vous dessinerez la première ligne sinueuse probablement avec application. Très bien ! Maintenant dessinez la seconde. Mais ici, ça ne va plus, la ligne s'entête et vous n'arrivez pas.

C'est une affaire simple à première vue, mais qui se présente beaucoup plus difficile dans la réalité.

SUR QUEL PIED ?

Sur quel pied se tient le footballeur sur le gauche ou sur le droit (fig. 332) ?

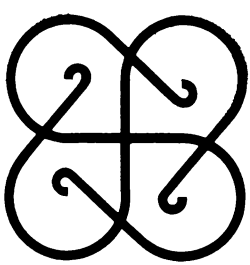


Fig. 331

Fig. 332

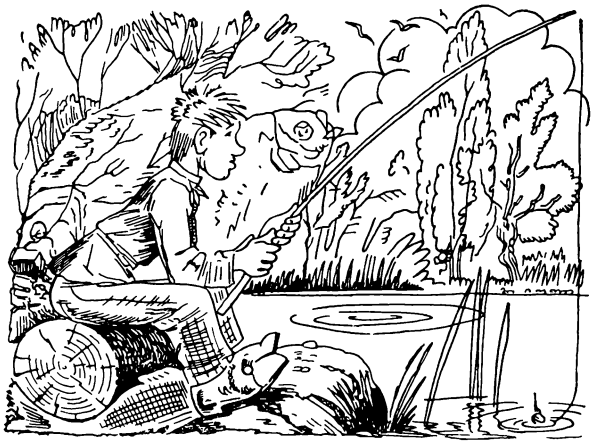


Fig. 333

Evidemment, il se tient sur le pied droit; mais avec autant de certitude, on peut affirmer qu'il se tient sur le pied gauche.

Vous pouvez regarder le dessin tant que vous voulez, vous ne résoudrez pas cette question. Le dessinateur a tellement bien effacé les traces, que vous ne pouvez pas déterminer quel est le pied qu'a levé le footballeur et quel est celui sur lequel il se tient.

Si vous ne le demandez, je ne le sais pas. Et le dessinateur non plus, il a oublié. C'est un mystère insoluble à jamais.

Y A-T-IL BEAUCOUP DE POISSNS?

Sur cette page vous voyez un dessin énigmatique. Le pêcheur n'a rien pris, semble-t-il. Mais regardez un peu mieux les contours du dessin; vous assurerez alors que la prise est assez abondante: déjà trois grands poissons! Où sont-ils?

Fig. 334

OÙ EST LE DOMPTEUR?

Où est le dompteur de ce tigre (fig. 334)? Son portrait est représenté sur ce même dessin. Trouvez-le.

LE COUCHER DU SOLEIL

Regardez la figure 335 — le coucher du soleil, et dites s'il est dessiné correctement.

Il y a une absurdité que vous devez découvrir.

LE COUCHER DE LA LUNE

Vous voyez sur la figure 336 un paysage tropical avec un croissant de la lune bizarre à l'horizon. Est-ce qu'il est dessiné correctement? N'y a-t-il pas ici une absurdité?

Fig. 335

Fig. 336

RÉPONSES

DEVINER LES POINTS DU DOMINOS

Ici on emploie un télégraphe secret qui n'est connu que de vous et d'un de vos amis. Vous avez convenu d'avance avec lui que:

« Je », « mon », « le mien »	indique	1
« tu », « ton », « le tien »	»	2
« il », « son », « le sien »	»	3
« nous », « nos », « les nôtres »	»	4
« vous », « vos », « les vôtres »	»	5
« ils », « leurs », « les leurs »	»	6

Soit par exemple que l'on tire le domino 4-3. Dans ce cas votre complice s'adresse à vous avec ces mots:

— Nous avons choisi un domino. Quel est-il? Le sens du « télégramme » est « nous »— 4; il — 3 donc, on a pensé 4 — 3.

Si on tire 1-5, votre complice vous dit alors:

— Je ne crois pas que vous devinerez cette fois-ci!

Tous ignorent le secret et nul ne soupçonne que dans ces mots est cachée la communication « je » — 1 et « vous » — 5.

On a tiré 4-2. Quel « télégramme » doit envoyer votre complice? Quelque chose de ce genre:

— Maintenant, nous avons choisi un domino tel que tu ne devineras pas.

Comment faire avec la plaque blanche? On choisit un mot quelconque, par exemple, « cher ami ». Si on a pensé 0-4, alors votre complice crie:

— Devine, ce que nous avons choisi? Et vous savez alors qu'il s'agit du domino 0-4.

ENCORE UN TOUR AVEC DES DOMINOS

Un groupe de quatre mots va ici vous aider à deviner. Leurs lettres vous indiquent comment vous devez ranger les dominos en rangs. Voici ces quatre mots (sans aucun sens en français):

MAKAR
REJET
NOJOM
NITKI

Remarquez que dans ces mots chaque lettre se répète deux fois et seulement deux fois. C'est pourquoi, si l'on pense une lettre quelconque et que l'on vous indique le ou les rangs, qui contiennent ces lettres, vous les trouverez sans difficulté. Par exemple:.

rangs	lettre
1-er et 2-ème	R
2-ème et 3-ème	J
1-er et 4-ème	K
Seulement dans le 4-ème	I

Les mots sont choisis de manière à ce que tous les deux rangs ne se répète qu'une lettre et de même que dans chaque rang il n'y ait qu'une seule lettre qui se répète.

Il est facile de comprendre maintenant comment utiliser ces mots pour exécuter le tour. Il faut remplacer en pensée les dominos par des lettres, étant entendu que chaque paire doit désigner une seule et même lettre, quelle qu'elle soit. La première paire de dominos correspond

à deux lettres, par exemple «M», vous les disposez à la place des lettres dans notre schéma.

La seconde paire de dominos prise au hasard correspond à deux lettres « A »; vous les placez à la seconde et quatrième places du premier rang. La troisième paire de dominos correspond à deux lettres « K », etc.

Quand les 20 dominos sont tous disposés à leurs places, vous demandez, dans quels rangs se trouvent les dominos auxquels il a pensé. S'il vous répond que les dominos se trouvent dans le second et le quatrième rangs, il faut réfléchir: quelle est la lettre commune à ces deux rangs, c'est-à-dire aux mots « REJET » et « NITKI » — « T ». Donc, les dominos pensés sont: le cinquième du second rang et le troisième du quatrième.

Ce tour est très ancien. On le montre ordinairement avec des cartes à jouer et on utilise la phrase russe « NAOUKA IMEET MNOGO GITIK », dont le dernier mot est d'ailleurs absurde. Ce tour peut être montré avec 20 objets différents quelconques, par exemple, avec des timbres-poste de collection, des photos, des cartes postales, etc. Les mots indispensables pour l'exécution du tour peuvent être différents.

Vous pouvez vous-même inventer d'autres phrases qui conviennent aussi bien dans ce but. Peut-être trouverez-vous des phrases pour deviner 24 ou 30 objets (six mots de quatre ou de cinq lettres).

LA DISPARITION DU TRAIT

Pour expliquer le fondement de ce tour, examinons-le d'abord sous une forme simplifiée. Sur la figure 337 vous voyez une feuille de carton sur laquelle sont inscrits 13 traits. La feuille

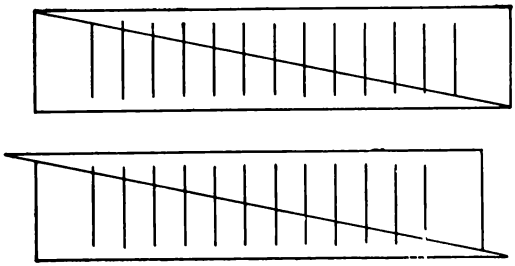


Fig. 337

est découpée suivant la diagonale. Si vous écartez un peu les deux parties de la feuille, comme on le montre sur la figure du bas, alors vous obtiendrez 12 traits seulement au lieu de 13. Il n'est pas difficile dans ce cas de deviner où il est passé la treizième : chacun des 12 nouveaux traits est un peu plus long qu'avant (d'un 12-ème). Il est clair que lorsque l'on a écarté les deux morceaux de la feuille, un des traits s'est divisé en 12 parties qui ont allongé chacune de ceux qui sont restés. Si l'on revient à la situation d'avant, le trait disparu réapparaît par suite du raccourcissement des autres.

Les traits disposés en rond (v. fig. 317), se distinguent par la même particularité ; quand l'on fait faire au cercle une légère rotation, un des 13 traits disparaît : il se distribue également entre les 12 autres.

DEVINER LES ALLUMETTES

Le mystère est simplement résolu. Il consistait à me duper. L'étudiant qui devait assurer le contrôle de la devinette était complice de mon frère et lui passait des signaux.

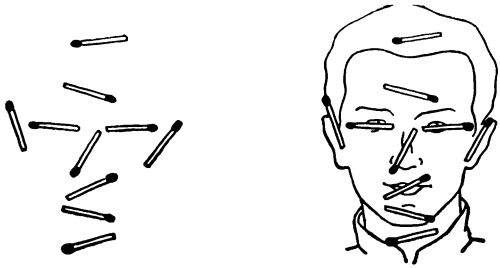


Fig. 338

Mais comment? Là est toute la ruse. Il se trouvait que les allumettes n'étaient pas disposées au hasard : mon frère les avait disposées de telle sorte (fig. 338), qu'on pouvait y voir des indices de parties du visage humain : l'allumette du haut indiquait les cheveux, celle, en dessous, le front ; ensuite on avait les yeux, le nez, la bouche, le menton, le cou et sur les côtés : les oreilles. Quand mon frère entrait dans la chambre, il jetait d'abord un coup d'œil au faux contrôleur ; celui-ci approchait sa main soit du nez, soit du cou ; soit de l'œil droit ou de l'oreille gauche et d'une manière qui était invisible pour moi lui indiquait l'allumette choisie.

Y A-T-IL BEAUCOUP DE POISSONS?

Je vais vous aider. Un des poissons se trouve, la tête en bas, sur le dos du pêcheur, l'autre entre sa tête et ses mains qui tiennent la canne à pêche ; le troisième se trouve sous ses pieds.

OÙ EST LE DOMPTEUR?

L'œil du tigre est en même temps celui du dompteur, dont le visage est cependant tourné dans le sens contraire.

LE COUCHER DU SOLEIL

L'absurdité du dessin consiste en ce que le croissant de la lune est tourné par son côté convexe non vers le soleil, mais dans le sens contraire. La lune est éclairée par le soleil et, de ce fait, elle ne peut en aucun cas être tournée vers celui-ci par son côté non éclairé ...

LE COUCHER DE LA LUNE

Aussi bizarre que cela paraisse, le croissant de lune, représenté sur la figure 336 est absolument correct. C'est un paysage tropical, et sous les tropiques, la position du croissant de la lune n'est pas la même que sous notre latitude. Chez nous, le croissant de lune nouveau a sa partie convexe dirigée à droite tandis que le croissant diminuant à gauche. Dans les pays tropicaux, le croissant de la lune est « suspendu » horizontalement dans le ciel.

Voici pourquoi dans nos pays le soleil et la lune (et en général tous les astres) lors de leur mouvement diurne se déplacent suivant les courbes inclinées ; à cause de cela le soleil qui éclaire la lune le soir se trouve sous l'horizon dans une direction inclinée: il éclaire la lune de droite ou de gauche, le croissant est ainsi dirigé à gauche ou à droite, Sur l'équateur, les astres se déplacent perpendiculairement aux rayons du soleil ; quand ce dernier éclaire la lune il est disposé sous l'horizon non à droite ou à gauche, mais en dessous. La lune est éclairée d'en bas et c'est pourquoi son croissant a ainsi la forme d'une gondole, comme le montre le dessin.

TABLE DES MATIÈRES

Quelques mots sur l'auteur 5
A ses heures perdues 7
Pour les jeunes physiciens 39
La feuille de journal 98
Encore soixante-quinze questions et expériences de physique 123
Les illusions d'optique 193
Arrangements et déplacements casse-tête 229
Réponses 241
Découpages et assemblages habiles 249
Réponses 253
Problèmes avec des carrés 257
Réponses 259
Problèmes sur le travail 263
Réponses 266
Problèmes sur les achats et les prix 270
Réponses 273
Le poids et le pesage 281
Réponses 287
Problèmes sur les montres 292
Réponses 296
Problèmes sur les transports 304
Réponses 306
Des calculs inattendus 309
Réponses 314
Des cas embarrassants 319
Réponses 325
Problèmes tirés des « Voyages de Gulliver » . . . 333
Réponses 340
Récits sur les nombres immenses 349
Casse-tête numériques 369
Réponses 382
L'arithmétique joyeuse 401
Réponses 409
Savez-vous compter? 420

Le calcul rapide 426
Les carrés magiques 436
Jeux et tours d'adresse arithmétiques 451
Réponses 485
D'un seul trait 504
Réponses 510
Casse-tête géométriques 512
Réponses 524
Sans règle graduée 539
Tours d'adresse simples et divertissements . . . 543
Les dessins amusants 557
Réponses 561

À NOS LECTEURS

Les Editions Mir vous seraient très reconnaissantes de bien vouloir leur communiquer votre opinion sur le contenu de ce livre, sa traduction et sa présentation, ainsi que toute suggestion que vous voudriez formuler.

Ecrire à l'adresse:
1er Rijski péréoulok, 2, Moscou, U.R.S.S.

Imprimé en Union Soviétique